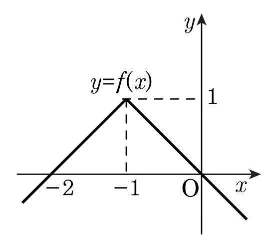
1. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



① $y = |x-1| - 1$

② $y = |x+1| - 1$

③ $y = |x-1| + 1$

④ $y = -|x+1| + 1$

⑤ $y = -|x+1| - 1$

해설

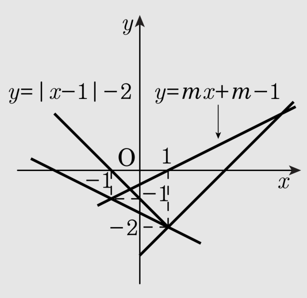
주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
$y = -|x|$ 에 x 대신 $x+1$,
y 대신 $y-1$ 을 대입하면 $y-1 = -|x+1|$
즉, $f(x) = -|x+1| + 1$ 이므로 $y = -|x+1| + 1$

2. 함수 $y=|x-1|-2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m-1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

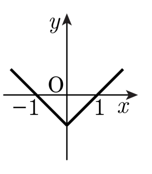
① $-1<m<0$　② $-\frac{1}{2}<m<1$　③ $-\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$
④ $0<m<1$　⑤ $1<m<2$

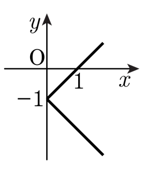
해설

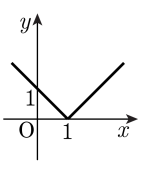
$y=|x-1|-2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1,\ -2)$ 에서 꺽인 그래프이다.
또, 직선 $y=mx+m-1$ 은 $y=m(x+1)-1$ 에서 m 의 값에 관계없이 점 $(-1,\ -1)$ 을 지나는 직선이다.
따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2}<m<1$

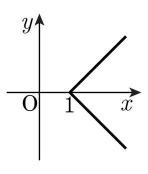


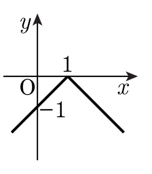
3. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

①


②


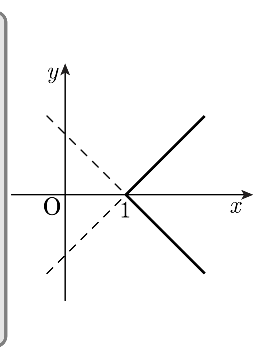
③


④


⑤


해설

$|y| = x - 1$ 에서
$y \geq 0$ 일 때,
$y = x - 1$
$y < 0$ 일 때,
$-y = x - 1,\ y = -x + 1$
따라서, 그래프는 다음
그림과 같다.



4. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

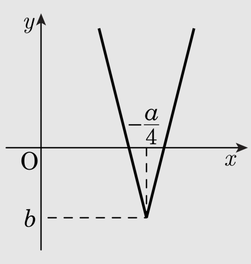
▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left|4\left(x + \frac{a}{4}\right)\right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3$, $b = -2$

따라서 $a = -12$, $b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$

5. 함수 $f(x) = || x - 2 | -1 | +k$ 에 대하여 $f(-1) = 5$ 를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$f(-1) = 5$ 이므로

$f(-1) = || -1 - 2 | -1 | +k = 2 + k = 5$

따라서 $k = 3$ 이므로

$\therefore\ f(5) = || 5 - 2 | -1 | +3 = 5$

6. 함수 $y=|x+1|-|x-3|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=|x+1|-|x-3|$ 에서

i) $x<-1$ 일 때

$y=-(x+1)+x-3=-4$

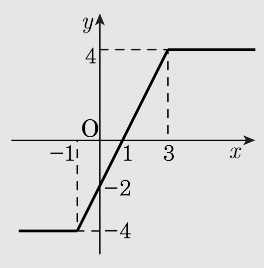
ii) $-1 \le x < 3$ 일 때

$y=x+1+x-3=2x-2$

iii) $x \ge 3$ 일 때

$y=x+1-(x-3)=4$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$M=4, m=-4$

$\therefore M-m=4-(-4)$

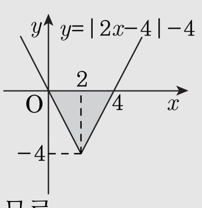
$=8$

7. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



절대값 기호 안을 0 으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 (i), (ii) 에 의하여

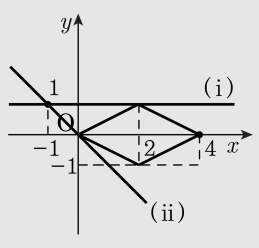
함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

8. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

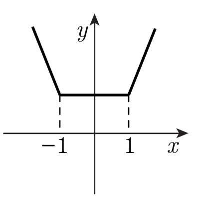
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

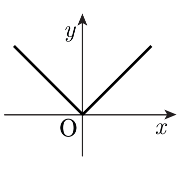
해설

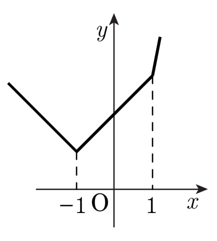


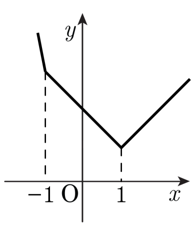
함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 $|x|+2|y|=2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는 $x+2y=2$ 의 그래프에서 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 인 부분을 각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이 점 $(-1,\ 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(ⅰ) $m \leq 0$
(ⅱ) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$
(ⅰ), (ⅱ) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$
따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

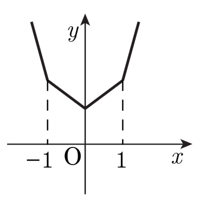
9. 다음 중 함수 $y = | x - 1 | + x + | x + 1 |$의 그래프는?

①


②


③


④


⑤


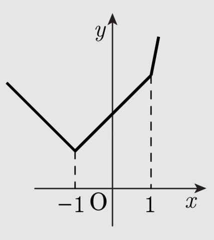
해설

i) $x \le -1$ 일 때, $y = | x - 1 | + x + | x + 1 |$
$= -(x-1) + x - (x+1)$
$= -x$

ii) $-1 < x \le 1$ 일 때 $y = | x - 1 | + x + | x + 1 |$
$= -(x-1) + x + (x+1)$
$= x + 2$

iii) $1 < x$ 일 때 $y = | x - 1 | + x + | x + 1 |$
$= (x-1) + x + (x+1)$
$= 3x$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는

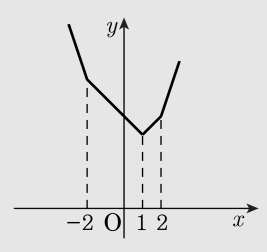


10. 수직선 위에 세 점 $A(-2)$, $B(1)$, $C(2)$가 있다. 수직선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}$ 를 최소가 되게 할 때, 점 P 의 좌표를 구하면?

① $P(-2)$ ② $P(-1)$ ③ $P(0)$
④ $P(1)$ ⑤ $P(2)$

해설

점 P 의 좌표를 $P(x)$ 라 하면
$\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}=|x+2|+|x-1|+|x-2|$
$y=|x+2|+|x-1|+|x-2|$ 의
그래프의 개형은
다음 그림과 같으므로 $x=1$ 에서 최솟값을 가진다.
따라서 구하는 점 P 의 좌표는 $P(1)$ 이다.



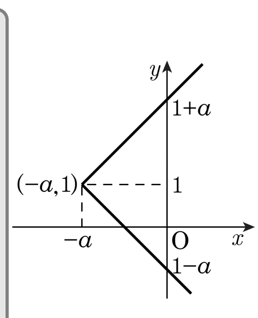
11. $|y-1|=x+a$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수 a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$ 의
그래프는 $|y|=x$를
x 축 음의 방향으로 a,
y 축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨
그래프이므로 다음 그림과 같다.
이때, y 절편은 $|y-1|=a$ 에서 $y=1\pm a$

$\therefore\ S=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot a=4 \quad \therefore\ a=2(a>0)$



12. 다음<보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서 y 축에 대하여 대칭인 것을 <u>모두</u> 고르면?

Ⅰ. $y = 2\|x\| + 1$ Ⅱ. $\|y\| = 2x + 1$ Ⅲ. $\|y\| = 2\|x\| + 1$

① Ⅰ ② Ⅱ ③ Ⅲ ④ Ⅰ, Ⅱ ⑤ Ⅰ, Ⅲ

해설

Ⅰ. x에 절댓값이 있으므로 y축에 대하여 대칭

Ⅱ. y에 절댓값이 있으므로 x축에 대하여 대칭

Ⅲ. x, y 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고 또한 y축에 대해서도 대칭이다.

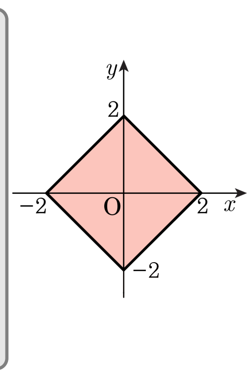
13. $|x|+|y|=2$의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$|x|+|y|=2$ 의 그래프는
$x+y=2$ 의 그래프에서
$x \geq 0,\ y \geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭 이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

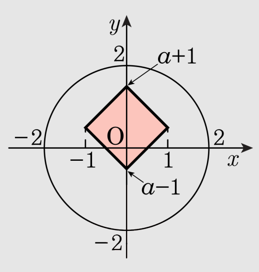
따라서 구하는 도형의 넓이는 $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 8$



14. 두 조건 $p : x^2 + y^2 \le 4$, $q : | x | + | y - a | \le 1$에 대하여 q는 p이기 위한 충분조건일 때, a의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < a < 1$　② $-2 < a < 2$　③ $-2 \le a \le 1$
④ $-1 \le a \le 1$　⑤ $-2 \le a \le 2$

해설



두 조건 $p : x^2 + y^2 \le 4$,
$q : | x | + | y - a | \le 1$ 에 대하여
q 는 p 이기 위한 충분조건이므로
각각의 진리집합을 P, Q라 하면 $Q \subset P$ 이다.
$x^2 + y^2 = 4$ 는 중심이 원점이고
반지름의 길이가 2인 원이고,
$| x | + | y - a | = 1$ 의 그래프는
$| x | + | y | = 1$ 의 그래프를
y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.
이 때 $P = \{(x,\ y) \mid x^2 + y^2 \le 4\}$
$Q = \{(x,\ y) \mid | x | + | y - a | \le 1\}$ 이 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.
따라서 $Q \subset P$이려면 다음 그림에서
$a + 1 \le 2$, $a - 1 \ge -2$
$\therefore -1 \le a \le 1$