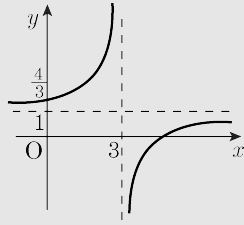


1. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-3}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid -\frac{4}{3} < y < 1\right\}$
② $\left\{y \mid \frac{4}{3} \leq y < -1\right\}$
③ $-1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
④ $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
⑤ $-\frac{4}{3} \leq y \leq 1$ 을 제외한 실수 전체

해설

$$y = \frac{x-4}{x-3} = \frac{x-3-1}{x-3} = 1 + \frac{-1}{x-3}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ 이므로,

치역은 $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

2. 함수 $y = \frac{1}{x+2} + 2$ 의 그래프가 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 에 대하여 대칭이 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점근선의 교점이 $(-2, 2)$ 이므로
두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = cx + d$ 에 대하여
대칭이 되려면 $a = 1$, $c = -1$
따라서 $y - 2 = x + 2$ 또는 $y - 2 = -(x + 2)$
 $\therefore y = x + 4$ 또는 $y = -x$
 $\therefore b = 4, d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 4$

3. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

㉠ $y = \frac{1}{x-2} - 1$	㉡ $y = \frac{4}{x+2} - 1$
㉢ $y = \frac{2}{x-3} - 1$	㉣ $y = \frac{-2}{x-1} + 1$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

- ㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.
㉡는 모든 사분면을 지난다.
㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

4. 분수함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- I. $f(0) = g(0) = -1$
II. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.
III. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

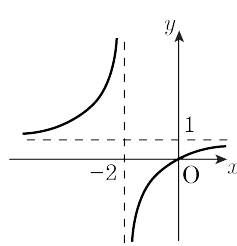
- ① I ② I, II ③ I, III
④ II, III ⑤ I, II, III

해설

- I. $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$
 $\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>
II. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로
$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$
$$= \frac{x+1}{x-1}$$
$$= \frac{1}{f(x)}$$
$$= g(x)$$
 -<참>
III. $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$
따라서, 점근선은 $x=0, y=1$
 $y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$
따라서 점근선은 $x=0, y=1$ -<참>
따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

5. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = 1 + \frac{k}{x+2}$, ($k \neq 0$)가 점 (0, 0)을 지나므로

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

6. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 1$$

$$x = 0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{1}{0+1} + 1 = 2$$

$$x = 1 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{1}{1+1} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

7. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k$ 에서 $-2 + 2x = 2x^2 + kx$
 $2x^2 + (k - 2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을
 D 라 하면 $D = (k - 2)^2 - 16 < 0$ 에서
 $k^2 - 4k - 12 < 0, (k + 2)(k - 6) < 0$
 $\therefore -2 < k < 6$
따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은
 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.

8. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

9. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 한다. $y = g(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, B 라 할 때 선분 AB 의 길이는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 $y = x$ 에 대해 대칭이므로 $\begin{cases} y = g(x) \\ y = x \end{cases}$

의 교점은 $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점과 같다.

$$\frac{x+2}{x-1} = x, \quad x+2 = x^2 - x$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0, \quad x = 1 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$A(1 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}), B(1 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$$

$$\therefore AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$