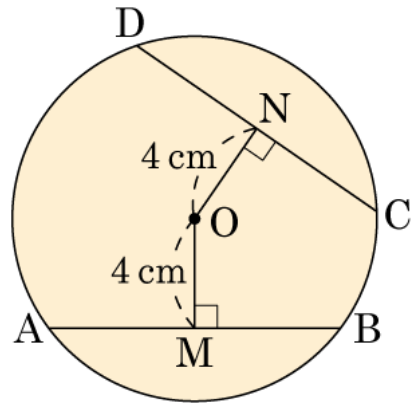
1. 다음 그림에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{ON} \perp \overline{CD}$, $\overline{OM} = \overline{ON} = 4\text{cm}$, $\overline{AB} = 24\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{10}\text{cm}$ ② $2\sqrt{10}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{2}\text{cm}$

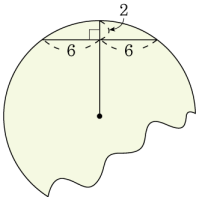
④ $16\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{ON} = 4\text{cm}$ 이므로

$\triangle ONC$에서 $\overline{OC} = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}(\text{cm})$

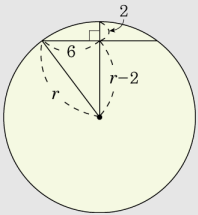
2. 다음 그림과 같이 원모양의 토기 파편이 있을 때, 이 토기의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 20

해설



그림에서

$r^2 = 6^2 + (r-2)^2$

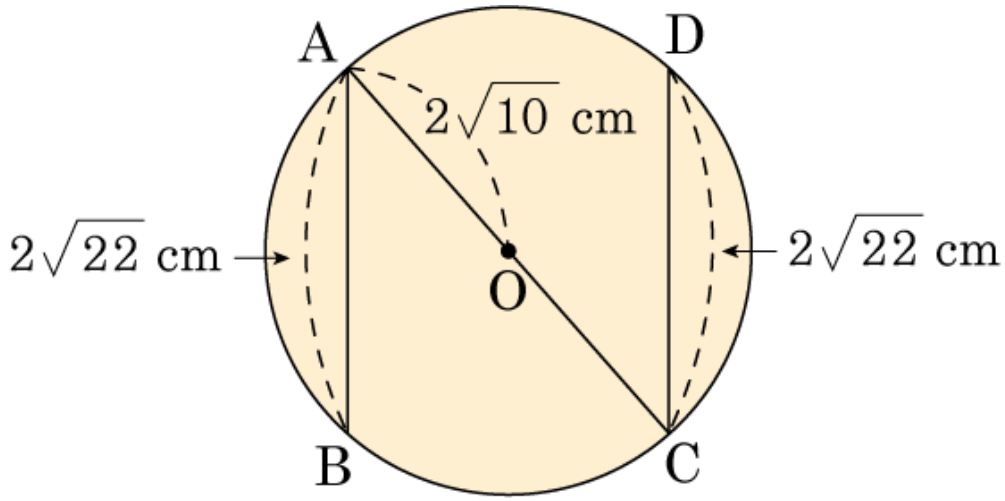
$r^2 = 36 + r^2 - 4r + 4$

$4r = 40$

$\therefore\ r = 10$

따라서 토기의 지름의 길이는 $2 \times 10 = 20$ 이다.

3. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$cm 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}$cm 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



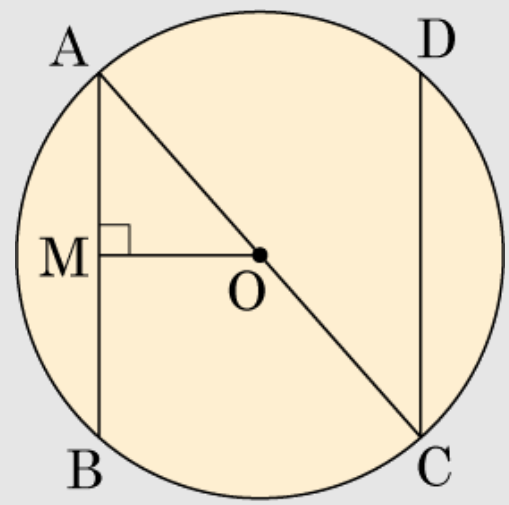
① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$cm ② $3\sqrt{2}$cm ③ $6\sqrt{2}$cm

④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}$cm

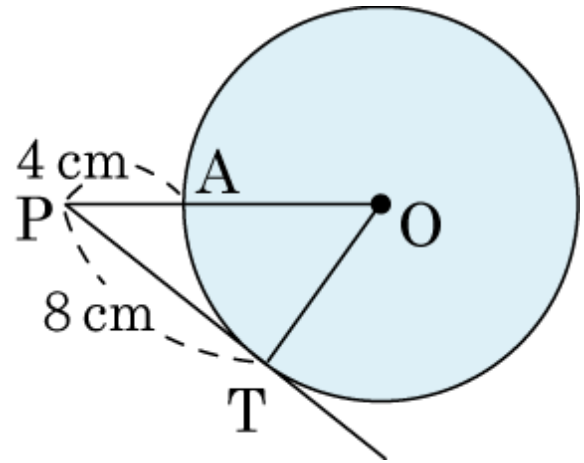
해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}$cm, $\overline{MO} = x$ cm 이면 두 현 사이의 거리는 $2x$cm 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - \left(\sqrt{22}\right)^2} = \sqrt{40-22} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$



4. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\overline{PT} = 8\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 4\,\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $24\pi\,\text{cm}^2$ ② $36\pi\,\text{cm}^2$

③ $49\pi\,\text{cm}^2$ ④ $60\pi\,\text{cm}^2$

⑤ $65\pi\,\text{cm}^2$

해설

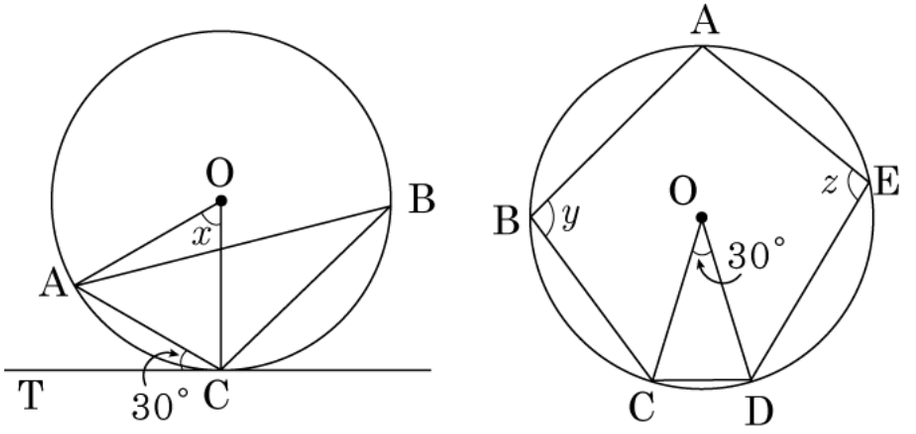
$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여

$(r+4)^2 = 64 + r^2$

$\therefore r = 6$

따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

5. 다음 두 그림에서 $\angle x + \angle y + \angle z$ 를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 255°

해설

(i) $\angle ACT = \angle ABC = 30°$ 이므로 $\angle x = 60°$

(ii) $\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle CBD = 15°$

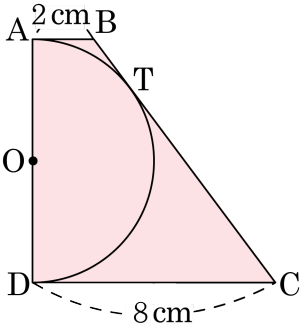
$\square ABDE$ 에서

$\angle ABD + \angle AED = 180°$

$\angle y + \angle z = 180° + 15° = 195°$

$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 60° + 195° = 255°$

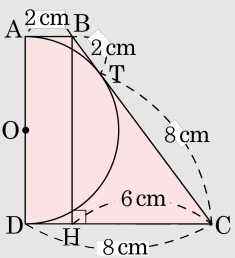
6. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, □ABCD 의 둘레의 길이는?



① 21cm ② 28cm ③ 31cm ④ 35cm ⑤ 40cm

해설

점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.



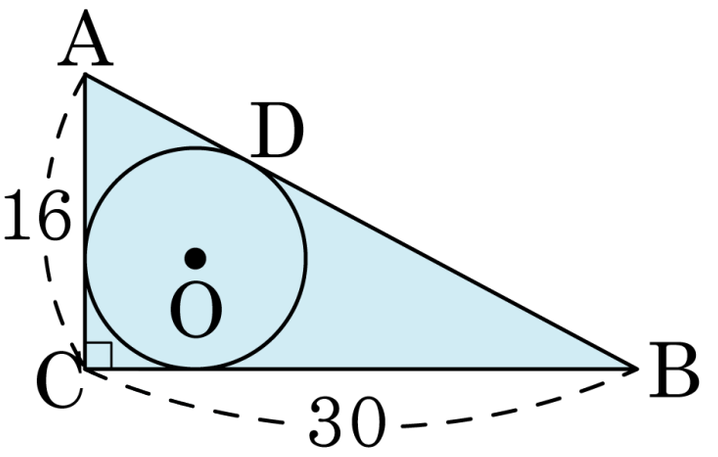
$\overline{AB} = \overline{BT}$, $\overline{DC} = \overline{CT}$

$\overline{CH} = 6$, $\overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 10(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$ $\therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 8\,\text{cm}$

따라서, □ABCD 둘레는 $\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{DC}+\overline{BC} = 2+8+8+10 = 28(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,

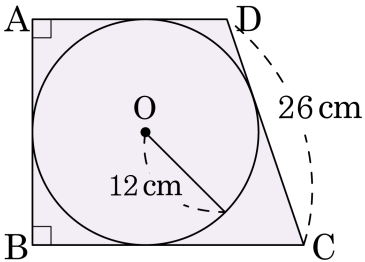
$\overline{AD} = 16 - r$,$\overline{BD} = 30 - r$

$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$

$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$

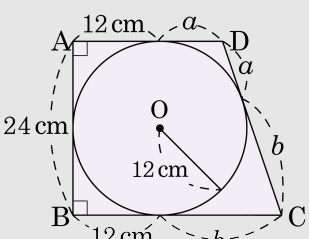
8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2

④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

해설



접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

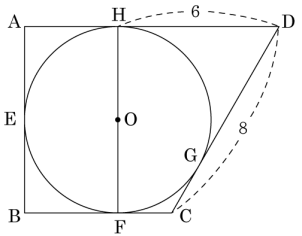
$\square ABCD$ 의 넓이 $= \frac{1}{2}\{(12+a)+(12+b)\} \times 24$

$= 12(24+a+b)$

$a+b = 26(\text{cm})$ 이므로

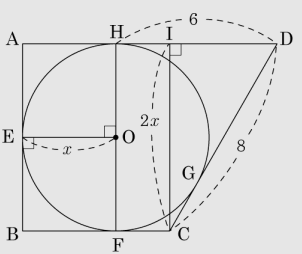
구하는 넓이는 $12 \times (24+26) = 600(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 8, \overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

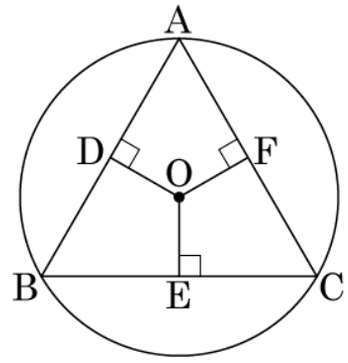


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore\ x = 2\sqrt{3}$

10. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

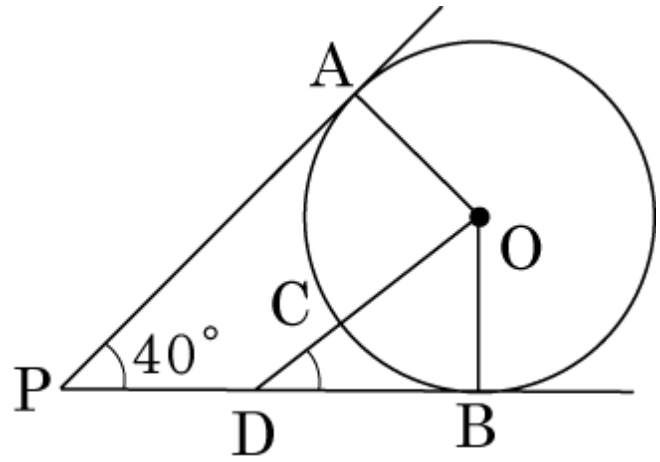
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40°$ 이다. $5.0pt\overset{\frown}{AC} : 5.0pt\overset{\frown}{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad\quad)°$ 이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$\angle A = \angle B = 90°$ 이므로 $\angle AOB = 140°$ 이다.

$5.0pt\overset{\frown}{AC} : 5.0pt\overset{\frown}{CB} = 3 : 2$ 이므로

$\angle DOB = 140° \times \frac{2}{3+2} = 56°$ 이다.

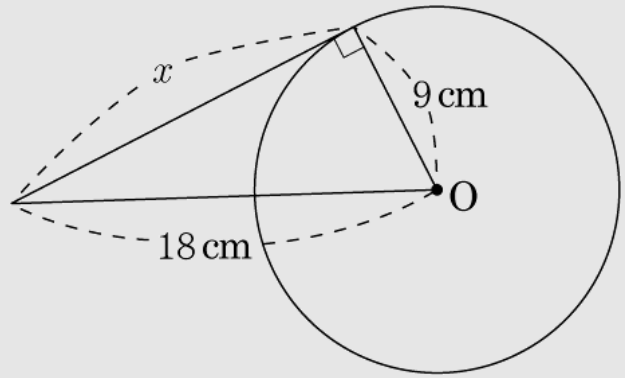
$\therefore \angle ODB = 90° - 56° = 34°$

12. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm

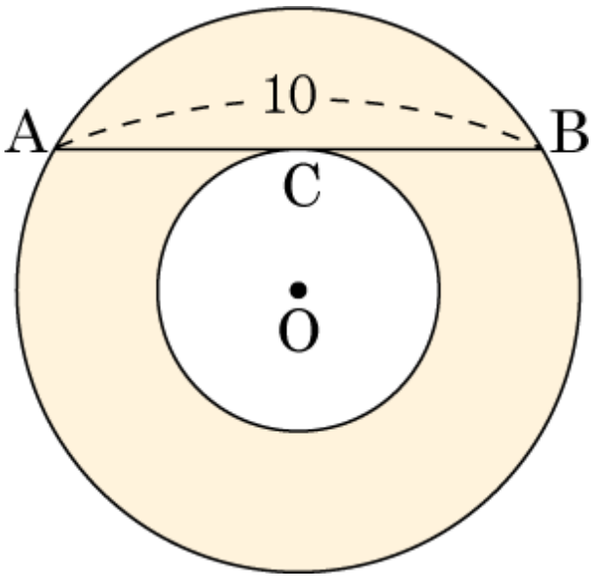
④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2\,(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설

큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 이라고 하자.

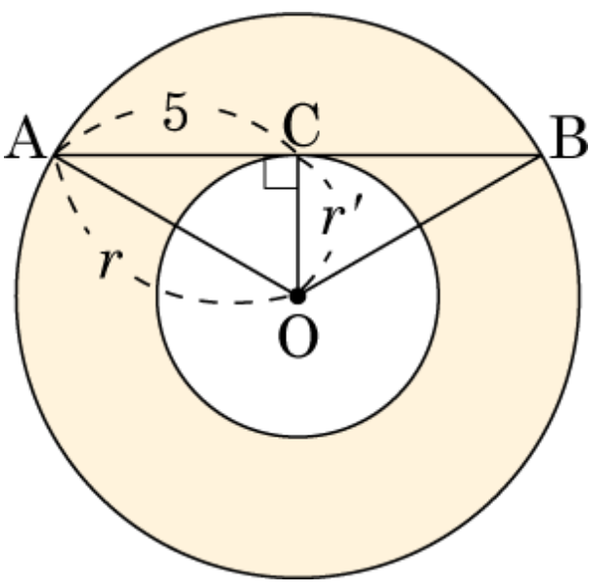
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$

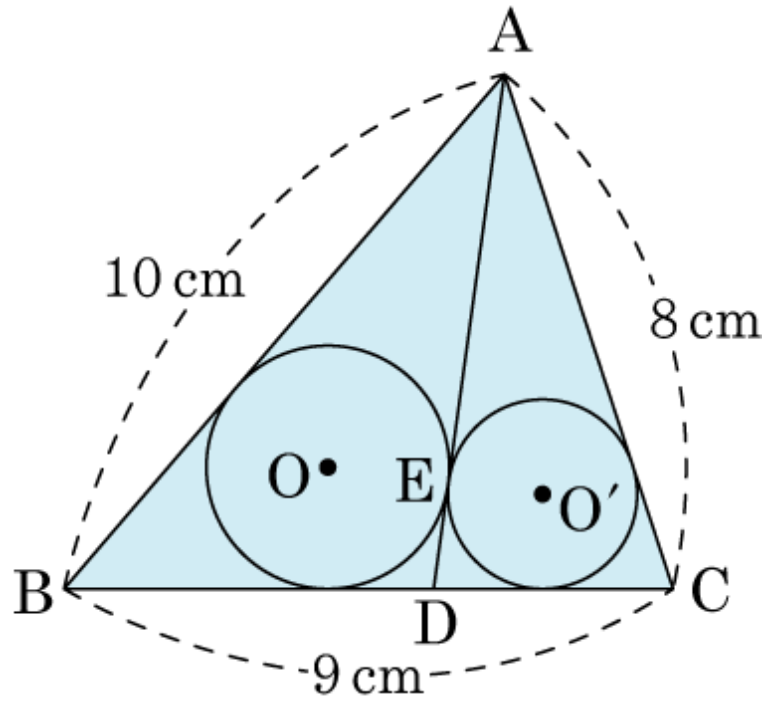
직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$

(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r'^2 =$

$\pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$



14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}, \overline{BC} = 9\,\text{cm}, \overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.3 cm

③ 3.8 cm ④ 4 cm

⑤ 4.5 cm

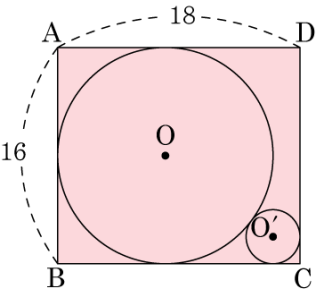
해설

$10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$

$18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$

$\therefore \overline{AE} - \overline{ED} = \dfrac{9}{2} = 4.5(\,\text{cm})$

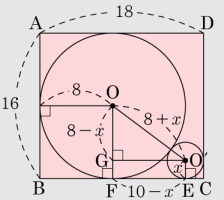
15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AD} = 18$ 이고 두 원이 서로 접해 있을 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 2

해설



작은 원의 반지름을 x 라 할 때

$\overline{OO'} = 8 + x$

$\overline{O'G} = 18 - 8 - x = 10 - x$

$\overline{OG} = 8 - x$

$\therefore (8 + x)^2 = (8 - x)^2 + (10 - x)^2$

$x^2 - 52x + 100 = 0, (x - 2)(x - 50) = 0$

$\therefore x = 2 (\because x < 8)$