1. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $0° \le A \le 90°$)

① A의 값이 커지면 $\tan A$의 값도 커진다.

② A의 값이 커지면 $\cos A$의 값도 커진다.

③ A의 값이 커지면 $\sin A$의 값도 커진다.

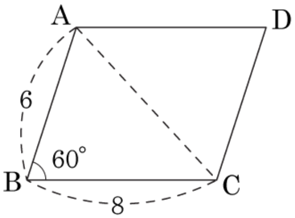
④ $\sin A$의 최댓값은 1, 최솟값은 0이다.

⑤ $\tan 90°$의 값은 정할 수 없다.

해설

$\angle A$의 크기가 커질수록 $\sin A, \tan A$의 값은 커지고 $\cos A$의 값은 작아진다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선AC 의 길이는?



① $3\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{7}$

③ $2\sqrt{13}$ ④ $3\sqrt{13}$

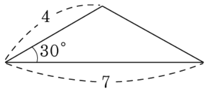
⑤ $4\sqrt{13}$

해설

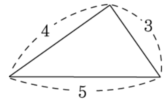
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면
$\overline{AE} = 6 \times \sin 60° = 3\sqrt{3}$, $\overline{BE} = 6 \times \cos 60° = 3$, $\overline{CE} = 8 - 3 = 5$
이다. 따라서 $\triangle AEC$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AC} = \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 5^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ 이다.

3. 다음 삼각형 중에서 넓이가 두 번째로 큰 것을 골라라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$로 계산한다.)

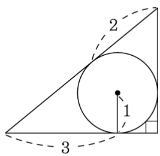
①



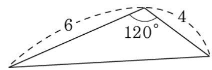
②



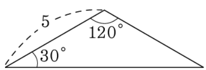
③



④



⑤



해설

① $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 7$

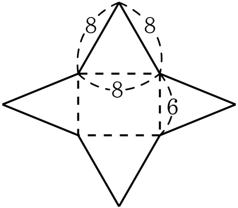
② $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

③ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

④ $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.392$

⑤ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} = 10.825$

4. 다음 그림과 같은 전개도로 사각뿔을 만들 때, 사각뿔의 부피는?

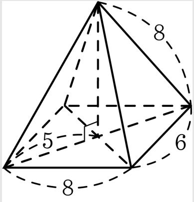


① 24 ② $50\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{39}$

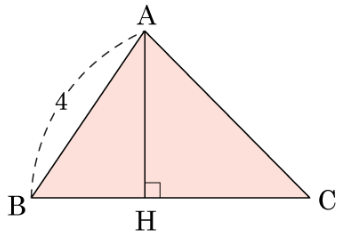
④ $64\sqrt{2}$ ⑤ $48\sqrt{39}$

해설

사각뿔의 높이는 $\sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}$ 이다.
따라서 부피는 $6 \times 8 \times \sqrt{39} \times \frac{1}{3} = 16\sqrt{39}$ 이다.

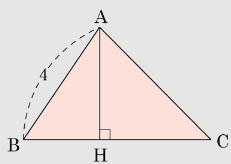


5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 4$, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\overline{HC}$ 의 길이를 제곱한 값은?



① 6　② 9　③ 12　④ 18　⑤ 24

해설



$\sin B = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\frac{\overline{AH}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

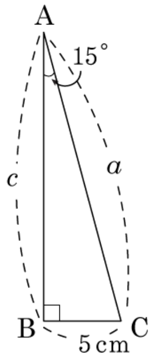
$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3},\ \overline{BH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$

$\sin C = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

$\therefore \overline{AC} = 6,\ \overline{HC} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{HC}^2 = 24$

6. 다음 그림에서 $13a+13c$ 를 구하여라.



각도	sin	cos
74°	0.96	0.28
75°	0.96	0.26
76°	0.97	0.24

▶ 답 :

▷ 정답 : $13a+13c=490$

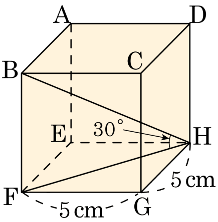
해설

$\angle C=75°$ 이므로 $\cos 75° = \dfrac{5}{a}=0.26$, $\sin 75° = \dfrac{c}{a}=0.96$ 이므로

$a=\dfrac{500}{26}=\dfrac{250}{13}$, $c=\dfrac{250}{13}\times\dfrac{96}{100}=\dfrac{240}{13}$ 이 성립한다.

따라서 $13a+13c=250+240=490$ 이다.

7. 아래 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{HG}=\overline{FG}=5\,\text{cm}$, $\angle BHF=30^\circ$ 일 때, 이 직육면체의 부피는?



① $\dfrac{25\sqrt{6}}{3}\,\text{cm}^3$ ② $\dfrac{125\sqrt{6}}{3}\,\text{cm}^3$ ③ $\dfrac{125\sqrt{6}}{2}\,\text{cm}^3$

④ $68\sqrt{6}\,\text{cm}^3$ ⑤ $125\sqrt{6}\,\text{cm}^3$

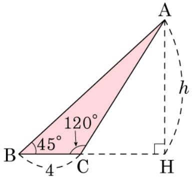
해설

$\overline{FH}=5\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{FH}\times\tan 30^\circ$

$\therefore\ \overline{AE}=5\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$

부피는 $5\times 5\times\dfrac{5\sqrt{6}}{3}=\dfrac{125\sqrt{6}}{3}\ (\text{cm}^3)$

8. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} = h$ 라 할 때, $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 길이를 h 로 나타낸 것은?



① $\dfrac{h}{\sin 45°}$ ② $h\cos 30°$

③ $h\tan 60° - h\tan 45°$ ④ $h\tan 30°$

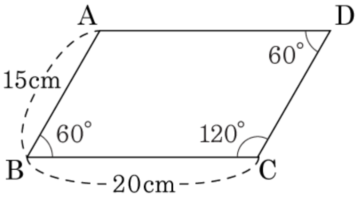
⑤ h

해설

$\angle \mathrm{ACB} = 120°$이므로 $\angle \mathrm{ACH} = 60°$, $\angle \mathrm{CAH} = 30°$

$\therefore \overline{\mathrm{CH}} = h\tan 30°$

9. 다음 그림의 사각형의 넓이는?



① $300\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $300\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $150\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

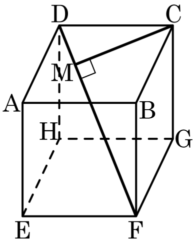
④ $150\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $75\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

대각의 크기가 같은 사각형이므로 평행사변형이다.

$2\times\frac{1}{2}\times 20\times 15\times \sin 60° = 150\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{\mathrm{CM}}$ 의 길이는?



① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

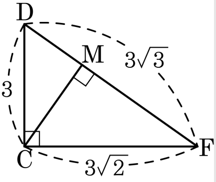
해설

$\overline{\mathrm{DF}}=3\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{CF}}=3\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{DC}}=3$

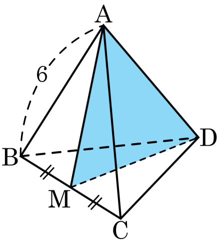
$\triangle$DCF 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{\mathrm{DC}}\times\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{DF}}\times\overline{\mathrm{CM}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{CM}}\times 3\sqrt{3}=3\sqrt{2}\times 3$

$\therefore \overline{\mathrm{CM}}=\sqrt{6}$



11. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 A – BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, △AMD 의 넓이는?



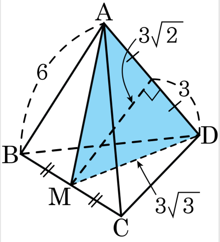
① 9　② 10　③ $9\sqrt{6}$　④ $9\sqrt{3}$　⑤ $9\sqrt{2}$

해설

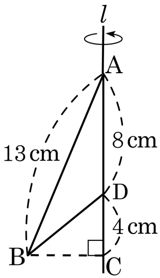
△AMD 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고

△AMD 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.

$\therefore$ △AMD $= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



12. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABD를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $60\pi\,\text{cm}^3$

③ $\frac{200}{3}\pi\,\text{cm}^3$　④ $80\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $\frac{400}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로

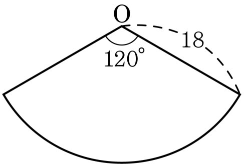
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\text{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 18, 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴로 밑면이 없는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.

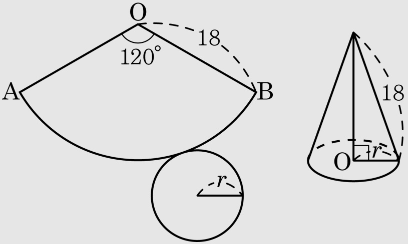


▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

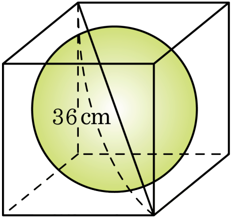
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는 밑면의 원주의 길이와 같으므로 밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면



$$2\pi \times r = 2\pi \times 18 \times \frac{120°}{360°} \qquad \therefore\ r = 6$$

$$\therefore\ (\text{원뿔의 높이}) = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

14. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

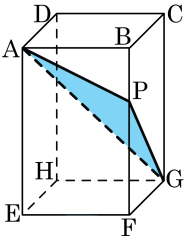
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \qquad \therefore\ a = 12\sqrt{3}\ (\text{cm})$

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}\ (\text{cm})$

(구의 부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

15. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 1\,\text{cm}$, $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $5 + \sqrt{21}$ cm

해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ (\text{cm})$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21}\ (\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle$APG의 둘레의 길이) $= 5 + \sqrt{21}\ (\text{cm})$

16. $\tan \mathrm{A} = 3$ 일 때, $\dfrac{\sin \mathrm{A} \cos \mathrm{A} + \sin \mathrm{A}}{\cos^2 \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

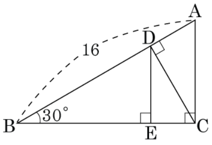
$\tan \mathrm{A} = 3$ 이면 $\dfrac{\sin \mathrm{A}}{\cos \mathrm{A}} = 3$ 이다.

따라서 $\sin \mathrm{A} = 3 \cos \mathrm{A}$ 이다.

따라서

$\dfrac{\sin \mathrm{A} \cos \mathrm{A} + \sin \mathrm{A}}{\cos^2 \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}} = \dfrac{3 \cos^2 \mathrm{A} + 3 \cos \mathrm{A}}{\cos^2 \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}} = 3$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각 삼각형 ABC 가 있다. 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D , 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\overline{AB} = 16$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

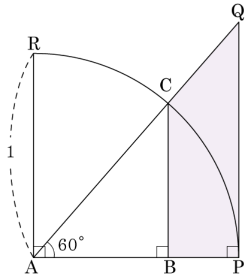
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\sin 30° = \dfrac{\overline{AC}}{16} = \dfrac{1}{2}$, 따라서 $\overline{AC} = 8$ 이다.

$\triangle ADC$ 에서 $\angle ACD = 30°$ 이므로 $\cos 30° = \dfrac{\overline{CD}}{8} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 따라서 $\overline{CD} = 4\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle DEC$ 에서 $\angle CDE = 30°$ 이므로 $\sin 30° = \dfrac{\overline{EC}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$, 따라서 $\overline{EC} = 2\sqrt{3}$ 이다.

18. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $90°$ 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AB} = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$,

$\overline{BC} = \sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$APQ 에서 $\overline{AP} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AQ} = \dfrac{1}{\cos 60°} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

, $\overline{PQ} = \tan 60° = \sqrt{3}$

(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle$APQ 의 넓이-$\triangle$ABC 의 넓이

$\triangle$APQ 의 넓이= $\dfrac{1}{2} \times (1 \times \sqrt{3}) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$ABC 의 넓이= $\dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)= $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{8} = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

19. x 에 관한 이차방정식 $ax^2-2x+8=0$ 의 한 근이 $2\sin 90°-3\cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -10　② -6　③ -2　④ 2　⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2-2x+8=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면, $a\times(-1)^2-2\times(-1)+8=0$

$a+2+8=0,\ a=-10$

20. $30° < A < 90°$ 일 때, $\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30° - \sin A)^2}$ 의 값을 구하면?

① $2\sin A$
② 2
③ $\frac{1}{2}\sin A$
④ 1
⑤ 0

해설

$\sin A + \frac{1}{2} > 0$, $\sin 30° - \sin A < 0$ 이므로

$$\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30° - \sin A)^2}$$

$$= \sin A + \frac{1}{2} + \sin 30° - \sin A$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

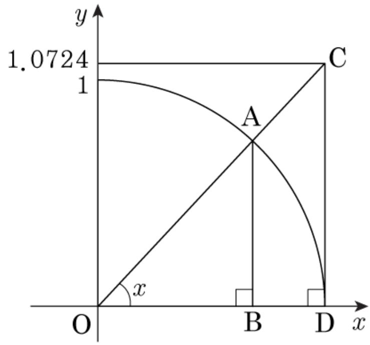
21. 방정식 $x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$ 의 두 근을 $\tan a$, $\tan b$ 라고 할 때, b 의 크기는? (단, $\tan a < \tan b$, a, b 는 예각)

① $0°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $80°$

해설

$x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$
$(x-1)(x-\sqrt{3})=0$
$x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}$ 이다.
$\tan a < \tan b$ 이므로 $\tan a = 1$, $\tan b = \sqrt{3}$ 이다.
$\therefore\ b = 60°$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{OB}$ 의 길이를 구하면?



x	sin$x$	cos$x$	tan$x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.6821 ② 0.6947 ③ 0.7193
④ 0.7314 ⑤ 0.9325

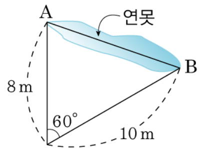
해설

1) $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = 1.0724$

$\therefore x = 47°$

2) $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \cos 47° = 0.6821$

23. 다음 그림과 같이 연못 양쪽의 두 지점 A, B 사이의 거리는?

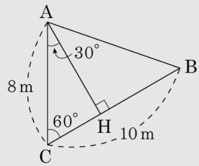


① $2\sqrt{21}$m ② $3\sqrt{21}$m ③ $4\sqrt{21}$m

④ $6\sqrt{3}$m ⑤ $8\sqrt{3}$m

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{BH}^2$ 이고



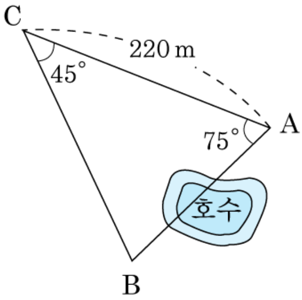
$\overline{AH} = 8\sin 60° = 4\sqrt{3}(\mathrm{m})$

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 10 - \overline{CH} \\ &= 10 - 8\cos 60° \\ &= 10 - 8 \times \frac{1}{2} = 6(\mathrm{m})\end{aligned}$$

$\overline{AB}^2 = (4\sqrt{3})^2 + 6^2 = 84$

$\therefore\ \overline{AB} = 2\sqrt{21}(\mathrm{m})$

24. 그림과 같은 공원에서 A 지점과 C 지점 사이의 거리를 계산하였더니 220m 이다. A 지점과 B 지점 사이의 거리는?

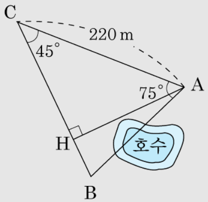


① $\dfrac{211\sqrt{6}}{3}$ m ② $\dfrac{215\sqrt{6}}{3}$ m

③ $\dfrac{217\sqrt{6}}{3}$ m ④ $\dfrac{219\sqrt{6}}{3}$ m

⑤ $\dfrac{220\sqrt{6}}{3}$ m

해설

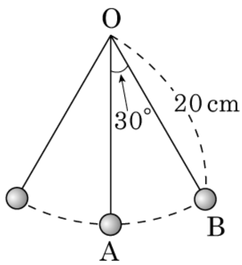


$\overline{CH} = 220 \times \sin 45° = 220 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 110\sqrt{2}(\mathrm{m})$

$\therefore \overline{CH} = \overline{AH}$

$\therefore \overline{AB} = \dfrac{\overline{AH}}{\cos 30°} = \dfrac{220\sqrt{6}}{3}(\mathrm{m})$

25. 다음 그림과 같이 실의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 인 추가 있다. $\angle AOB = 30°$ 일 때, 이 추가 A 를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?



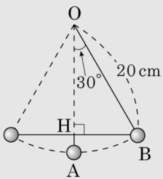
① $(20-10\sqrt{3})$ cm　② $(20-10\sqrt{2})$ cm

③ $(20-5\sqrt{3})$ cm　④ $(20-\sqrt{30}$ cm

⑤ 5 cm

해설

다음 그림에서 구하는 높이는 $\overline{AH}$ 이다.

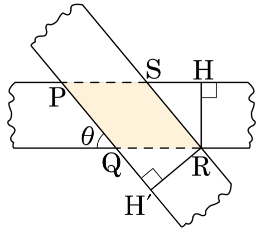


$\overline{OA} = \overline{OB} = 20\,\mathrm{cm}$ 이므로

$$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 20\cos 30°$$

$$= 20 - 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 10\sqrt{3}(\mathrm{cm})$$

26. 다음 그림과 같이 폭이 1로 일정한 두 종이 테이프가 θ의 각을 이루며 겹쳐 있을 때, $\square$PQRS의 넓이를 구하여라.



㉠ $\dfrac{1}{\sin\theta}$	㉡ $\dfrac{1}{\sin^2\theta}$	㉢ $\sin\theta$
㉣ $\dfrac{1}{1-\cos\theta}$	㉤ $\dfrac{1}{(1-\cos\theta)^2}$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

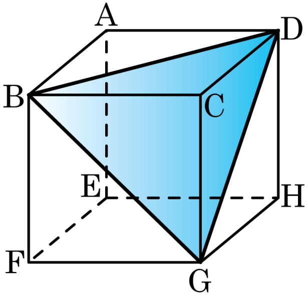
점 R 에서 $\overleftrightarrow{\mathrm{PS}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{PQ}}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\triangle$QRH′에서 $\angle$RQH′ $=\theta$이므로

$\overline{\mathrm{QR}}=\dfrac{\overline{\mathrm{RH'}}}{\sin\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta}$이다. 또, $\triangle$SRH에서

$\angle\mathrm{RSH}=\theta$이므로 $\overline{\mathrm{SR}}=\dfrac{\overline{\mathrm{RH}}}{\sin\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta}$

$$\therefore\ \square\mathrm{PQRS}=\overline{\mathrm{QR}}\times\overline{\mathrm{SR}}\times\sin\theta$$
$$=\frac{1}{\sin\theta}\times\frac{1}{\sin\theta}\times\sin\theta=\frac{1}{\sin\theta}$$

27. 다음 그림과 같이 정육면체의 꼭짓점 C 에서 삼각형 BGD 에 내린 수선의 길이가 18 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,

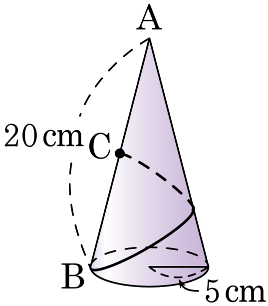
입체도형 C – BDG 의 부피에서

$$\frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{BCG} \times \overline{\mathrm{CD}} = \frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{BGD} \times 18$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times a \times a \times a = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2}a)^2 \times 18$$

$a^3 = 18\sqrt{3}a^2 \quad \therefore \quad a = 18\sqrt{3}$

28. 다음 그림처럼 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 모선의 길이가 20cm 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점 C 에서 원뿔을 한 바퀴 돌아 점 B 까지 가는 최단 거리를 구하여라.



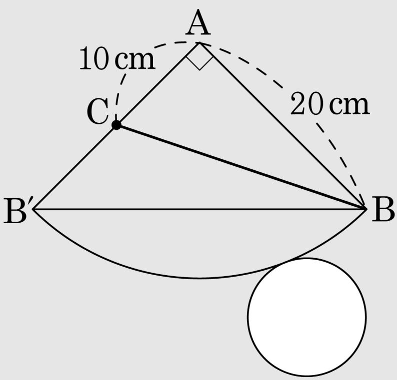
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $10\sqrt{5}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{5}{20} \times 360° = 90°$,



$\overline{BC} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}(\text{cm})$

29. 정사면체 O – ABC 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle \mathrm{OMC} = \alpha$ 라 할 때, $\cos\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{3}$

해설

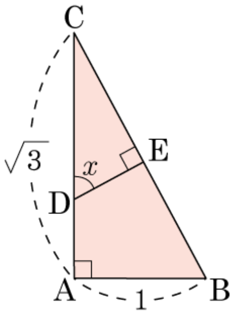
정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{\mathrm{OM}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$

또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$$\overline{\mathrm{MH}} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x$$

따라서 $\cos\alpha = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{6}x}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}x} = \dfrac{1}{3}$ 이다.

30. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



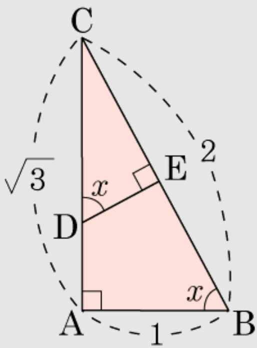
① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

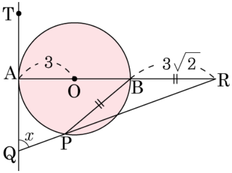
$\triangle CDE \backsim \triangle CBA$(AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



31. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름의 한 끝점 A 에서 접선인 $\overleftrightarrow{\mathrm{AT}}$ 를 긋고, 원과 지름 AB 의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{BR}}$ 이 되도록 점 P, R 을 잡아 $\overleftrightarrow{\mathrm{AT}}$ 와 $\overline{\mathrm{RP}}$ 의 연장선이 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{\mathrm{AO}} = 3$, $\overline{\mathrm{BR}} = 3\sqrt{2}$, $\angle\mathrm{AQP} = x$ 일 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} + 1$

해설

$\angle\mathrm{APB} = 90°$ $\angle\mathrm{RAQ} = 90°$

$\angle\mathrm{AQR} + \angle\mathrm{ARQ} = 90°$

$\angle\mathrm{APQ} + \angle\mathrm{BPR} = 90°$

$\therefore \angle\mathrm{AQP} = \angle\mathrm{APQ}$

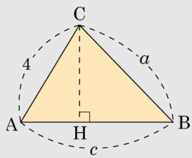
$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$

$\tan x = \dfrac{\overline{\mathrm{AR}}}{\overline{\mathrm{AQ}}} = \dfrac{6 + 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$

32. $\triangle$ABC 에서 $2\sin A = \sqrt{3}$, $3\sin B = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설



$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$ 이므로 $a = b\sin A \times \dfrac{1}{\sin B} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{CH} = b\sin A = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{16-12} = 2$,

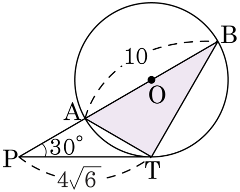
$\overline{BH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{36-12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle$ABC 의 넓이 S 를 구하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{CH} \\ &= \frac{1}{2}(2+2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$

33. 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{AB}$의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하자. $\overline{PT}=4\sqrt{6}$, $\overline{AB}=10$, $\angle P=30°$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이는?



① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $5\sqrt{2}$

④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

해설

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}$ 의 길이를 x 라 하면

$x(x+10)=96$

$x^2+10x-96=0$

$(x-6)(x+16)=0$

$x=6$ $(\because\ x>0)$

따라서 $\triangle ATB$ 의 넓이는

$$\begin{aligned}\triangle BPT-\triangle APT&=\frac{1}{2}\times16\times4\sqrt{6}\times\sin30°\\&\quad-\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{6}\times\sin30°\\&=16\sqrt{6}-6\sqrt{6}\\&=10\sqrt{6}\end{aligned}$$