1. 다음 □안을 각각 순서대로 바르게 나타낸 것은?

가로, 세로, 높이가 각각 $3, 4, 5$ 인 직육면체의 대각선의 길이는 $\boxed{}$이고, 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이는 $\boxed{}$, 부피는 $\boxed{}$이다.

① $5\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$, $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

② $5\sqrt{10}, 2\sqrt{6}, \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

③ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

④ $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

해설

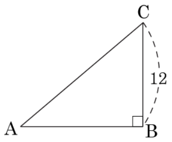
(1) 대각선의 길이를 l 이라하면

$l = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

(2) 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라고 하면

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}, V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BC} = 12$ 라고 한다. 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AC} \times \sin A$ 이다.

$\Rightarrow 12 = \overline{AC} \times \frac{4}{5}$, $\overline{AC} = 15$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54$ 이다.

3. $\tan A = 1$ 일 때, $(2+\sin A)(2-\cos A)$ 의 값은? (단, $0° \le A \le 90°$)

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 0

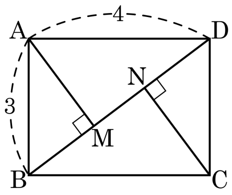
해설

$\tan 45° = 1$ 이므로 $\angle A = 45°$

$(2+\sin 45°)(2-\cos 45°)$

$= \left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4-\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.4 ③ 1.6 ④ 1.8 ⑤ 2

해설

$\triangle$ABD 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$5 \times \overline{\mathrm{AM}} = 3 \times 4$

$\therefore \overline{\mathrm{AM}} = \dfrac{12}{5}$

$\overline{\mathrm{BM}} = \sqrt{3^2 - \left(\dfrac{12}{5}\right)^2} = \dfrac{9}{5}$

$\triangle$ABM $\equiv$ $\triangle$CDN (ASA합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{DN}}$

$\therefore \overline{\mathrm{MN}} = 5 - \dfrac{9}{5} \times 2 = 1.4$

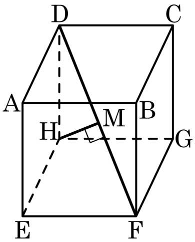
5. 두 점 $A(-2,\ 4), B(4,\ -3)$ 사이의 거리가 $\sqrt{a}$ 라고 할 때, a의 값은?

① 83 ② 84 ③ 85 ④ 86 ⑤ 87

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2+7^2} = \sqrt{85}$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{DF} = \sqrt{6^2+6^2+6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{HF} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

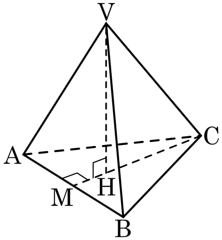
$\therefore \triangle DHF = \frac{1}{2}\overline{DH}\cdot\overline{FH} = \frac{1}{2}\overline{DF}\cdot\overline{HM}$

즉, $\overline{DH}\cdot\overline{FH} = \overline{DF}\cdot\overline{HM}$ 이므로

$6\times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3}\times\overline{HM}$

$\therefore \overline{HM} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

7. 다음 그림과 같이 부피가 $2\sqrt{6}$ 인 정사면체 $V-ABC$ 에서 한 모서리의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

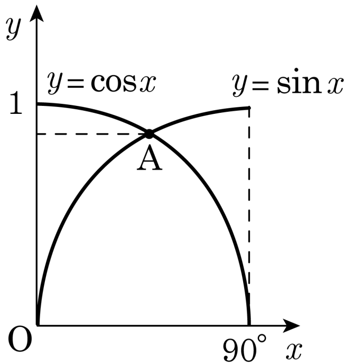
해설

모서리의 길이를 a 라 하면

부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 2\sqrt{6} \quad \therefore a = 2\sqrt{3}$

8. 다음 그림은 $y=\sin x$ 의 그래프와 $y=\cos x$ 의 그래프이다. 점 A 의 좌표가 $\left(3x,\ \frac{y}{2}\right)$ 라고 할 때, $\frac{x}{y^2}$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

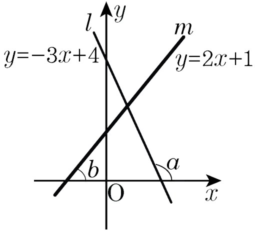
해설

$A\left(45°, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 이므로 $3x=45°, \frac{y}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $x=15°, y=\sqrt{2}$ 이므로

$\frac{x}{y^2}=\frac{15}{2}$

9. 다음 그림과 같이 직선 ℓ의 그래프가 x축과 이루는 각의 크기를 a라 하고, 직선 m의 그래프가 x축과 이루는 각의 크기를 b라 할 때, $\tan a + \tan b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -1

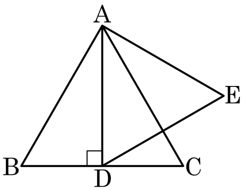
해설

x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a라 할 때,

직선의 기울기 $= \dfrac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \tan a$이다.

직선 ℓ의 기울기가 -3이므로 $\tan a = -3$,
직선 m의 기울기가 2이므로 $\tan b = 2$이다.
따라서 $\tan a + \tan b = -3 + 2 = -1$이다.

10. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 높이 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 의 넓이가 $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하면?



① $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

② $16\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $16\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

④ $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\sqrt{\mathrm{AD}} = h\,\mathrm{cm}$라 하면,

$\triangle$ADE 의 넓이$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times h^2 = 12\sqrt{3}$

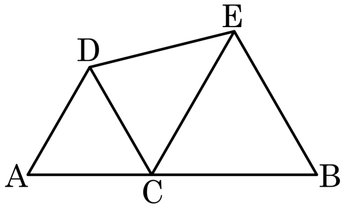
따라서, $h = 4\sqrt{3}$

$\triangle$ABC 의 한 변을 x (cm) 로 두면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3}$ 이므로 $x = 8$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$이다.

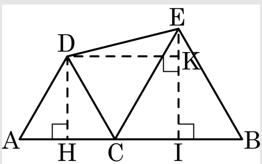
11. 길이가 14cm 인 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$ 인 점 C 를 잡아서 다음 그림과 같이 정삼각형 DAC, ECB 를 그렸을 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{13}(\text{cm})$ ② $2\sqrt{13}(\text{cm})$ ③ $3\sqrt{13}(\text{cm})$
④ $4\sqrt{13}(\text{cm})$ ⑤ $5\sqrt{13}(\text{cm})$

해설

점 D 에서 $\overline{EI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 하면



$\overline{DH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}(\text{cm})$

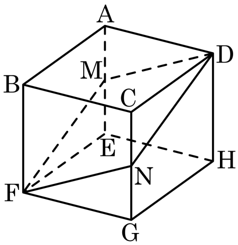
$\overline{EI}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$EDK 에서 $\overline{DK}=7\text{cm}$

$\overline{EK}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE}=\sqrt{7^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$의 중점을 M, $\overline{CG}$의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

해설

$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$
$\overline{DF} = 6\sqrt{3}$,

□MFND 의 넓이 : $6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$

13. 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 $\mathrm{O}-\mathrm{ABCD}$ 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

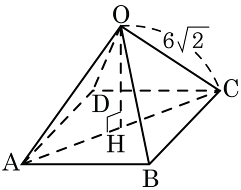
위의 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\times 12=6$

$\triangle\mathrm{OAH}$ 에서 $\angle\mathrm{OHA}=90°$ 이므로

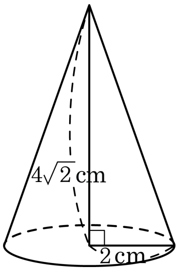
$\overline{\mathrm{OH}}^2=\left(6\sqrt{2}\right)^2-6^2=36$

$\overline{\mathrm{OH}}=6\ \left(\because\ \overline{\mathrm{OH}}>0\right)$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times\left(6\sqrt{2}\right)^2\times 6=144$



14. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{120\,^{\circ}}$

해설

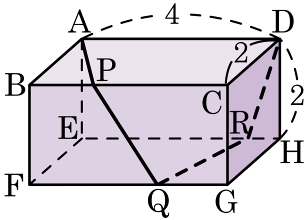
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2+2^2}=\sqrt{36}=6\ \ (\mathrm{cm})$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi\times6\times\frac{x}{360\,^{\circ}}=2\pi\times2\qquad\therefore\ x=120\,^{\circ}$$

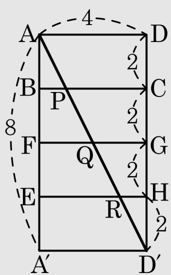
15. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{FG}}$, $\overline{\mathrm{EH}}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RD}}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

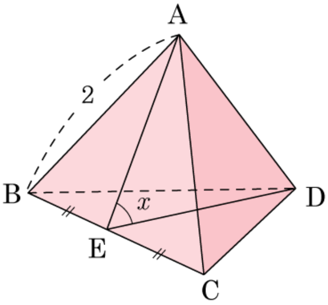
전개도를 그려 보면



$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RD}}$ 의 최솟값은 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

16. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

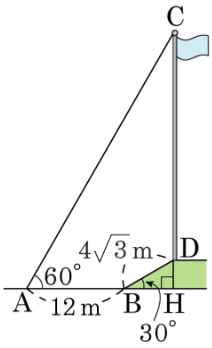
$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $12\,\mathrm{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 는?



① $6\sqrt{3}$ (m)　② $16\sqrt{3}$ (m)
③ $20\sqrt{3}$ (m)　④ $68\sqrt{3}$ (m)
⑤ $70\sqrt{3}$ (m)

해설

$$\overline{\mathrm{AH}} = 12 + 4\sqrt{3}\cos 30° = 12 + 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{\mathrm{DH}} = 4\sqrt{3}\sin 30° = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{AH}} \cdot \tan 60 = 18\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CH}} - \overline{\mathrm{DH}} = 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

18. $y = -2\cos^2 x + 4\cos x + 5$ 가 최댓값을 가질 때, x 의 값은?(단, $0° \le x \le 90°$)

① $0°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $90°$

해설

$\cos x = A \ (0 \le A \le 1)$ 라 하면
$y = -2A^2 + 4A + 5 = -2(A-1)^2 + 7$
$A = 1$ 일 때, 최댓값 7 을 가지므로 $\cos x = 1$ 일 때 $x = 0°$

19. $\tan(A - 15°) = 1$ 이고, $x^2 - 2x\tan A - 3(\tan A)^2 = 0$ 의 두 근을 구하면? (단, $0° < A < 90°$)

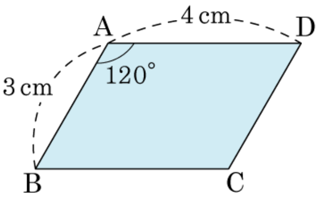
① $3\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3},\ 3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3},\ \sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{3},\ -3\sqrt{3}$

해설

$\tan 45° = 1$ 이므로 $A - 15° = 45°$, $A = 60°$ 이다. 따라서 $x^2 - 2\tan 60° x - 3(\tan 60°)^2 = x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0$ 이다. 근을 구하면 $(x - 3\sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$, $x = 3\sqrt{3},\ -\sqrt{3}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{37}$ cm

해설

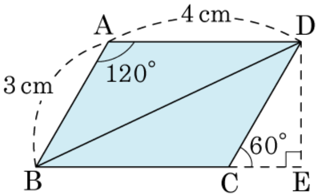
$\overline{DE} = 3\sin 60° = \frac{3}{2}\sqrt{3}\,(cm)$

$\overline{CE} = 3\cos 60° = \frac{3}{2}\,(cm)$

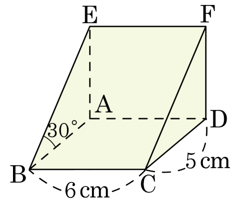
$\overline{BE} = 4 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}\,(cm)$

따라서 직각삼각형 BED 에서

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{BE}^2}\\ &= \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{121}{4}}\\ &= \sqrt{\frac{148}{4}}\\ &= \sqrt{37}\,(cm)\end{aligned}$$



21. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\,cm$, $\overline{CD} = 5\,cm$, $\angle ABE = 30$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?



① $30\left(2+\sqrt{3}\right)\,cm$

② $(28+10\sqrt{3})\,cm$

③ $2\left(13-5\sqrt{3}\right)\,cm$

④ $2\left(13+5\sqrt{3}\right)\,cm$

⑤ $30\left(\sqrt{3}-1\right)\,cm$

해설

$$\overline{AE} = \tan 30° \times \overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3}(\,cm)$$

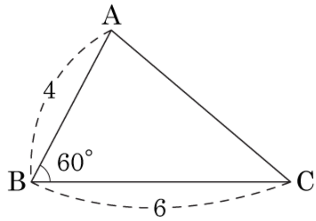
$$\overline{BE} = \frac{\overline{AB}}{\cos 30°} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\,cm)$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EF} = 6\,cm$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 5cm,\ \overline{AE} = \overline{DF} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\,cm$$

$\overline{BE} = \overline{CF} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}\,cm$ 따라서 모든 모서리의 합은 $18 + 10 + \dfrac{10\sqrt{3}}{3} + \dfrac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\,cm)$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 60°$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{AB} = 4$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안의 값이 옳지 않은 것은?



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{AH} = 4\times \boxed{(가)} = 4\times \boxed{(나)}$
$= 2\sqrt{3}$
$\overline{BH} = 4\times \boxed{(다)} = 4\times \boxed{(라)}$
$= 2,\ \overline{CH} = 6 - 2 = 4$
$\therefore \overline{AC} = \sqrt{\boxed{(마)}^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$

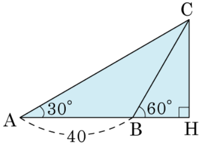
① (가)$\sin 60°$ ② (나)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ (다)$\tan 60°$
④ (라)$\frac{1}{2}$ ⑤ (마)$2\sqrt{3}$

해설

(다) 에 $\cos 60°$ 가 들어가야 한다.

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{AH} = 4\times\sin 60° = 4\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$
$\overline{BH} = 4\times\cos 60° = 4\times\frac{1}{2} = 2,\ \overline{CH} = 6 - 2 = 4$
$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$　　② $200\sqrt{3}$　　③ $400\sqrt{3}$

④ $600\sqrt{3}$　　⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$$\overline{AH} = \frac{h}{\tan 30°},\ \overline{BH} = \frac{h}{\tan 60°}$$

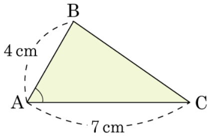
$$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30°} - \frac{h}{\tan 60°}$$

$$h\left(\frac{1}{\tan 30°} - \frac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$$

$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

24. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $7\sqrt{3}\text{cm}^2$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는? (단, $0° < \angle A \leq 90°$)



① $30°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

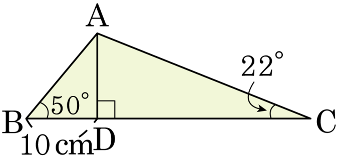
해설

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \sin A = 7\sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $\angle A = 60°$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



x	sin	cos	tan
22°	0.37	0.93	0.40
50°	0.77	0.64	1.20

① $150\,\mathrm{cm}^2$　② $160\,\mathrm{cm}^2$　③ $180\,\mathrm{cm}^2$

④ $240\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $360\,\mathrm{cm}^2$

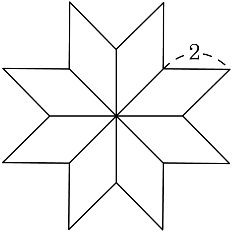
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}\tan B = 10\tan 50° = 10 \times 1.20 = 12(\mathrm{cm})$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = \dfrac{\overline{AD}}{\tan 22°} = \dfrac{12}{0.40} = 30(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times (10+30) \times 12 = 240(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

26. 다음 그림은 여덟 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 마름모의 한 변의 길이가 2일 때, 별의 넓이의 제곱값은?



① $16\sqrt{2}$　② 128　③ $128\sqrt{2}$

④ 512　⑤ $512\sqrt{2}$

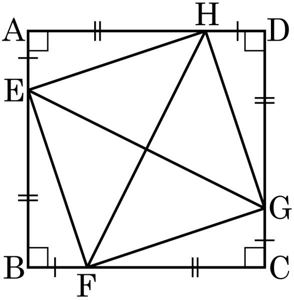
해설

$360° \div 8 = 45°$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는 $2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sin 45° = 2\sqrt{2}$ 이다.

따라서, 별의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 8 = 16\sqrt{2}$

$\therefore\ (16\sqrt{2})^2 = 512$ 이다.

27. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{DG}}=\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{BE}}=3$, $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{CG}}=\overline{\mathrm{DH}}=1$ 일 때, $\overline{\mathrm{HF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

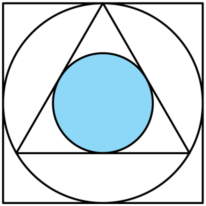
$\triangle$HAE 는 $\overline{\mathrm{AH}}=3$,$\overline{\mathrm{AE}}=1$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{HE}}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\overline{\mathrm{HF}}$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 정사각형 HEFG의 대각선의 길이와 같다.

$\therefore \overline{\mathrm{HF}}=\sqrt{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{10})^2}=2\sqrt{5}$

28. 다음 그림과 같이 정사각형에 내접한 원에 정삼각형이 내접하고 있고, 정삼각형 안에 원이 또 내접하고 있다. 정사각형의 넓이가 18 일 때, 작은 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{8}\pi$

해설

큰 원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이이므로

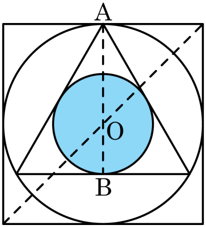
(큰 원의 지름의 길이) $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

이 때, 점 O 는 정삼각형의 무게중심이므로

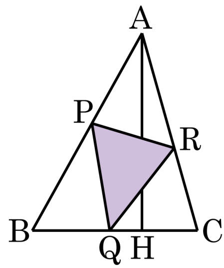
$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AO} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

따라서 작은 원의 넓이는 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 \pi = \frac{9}{8}\pi$

이다.



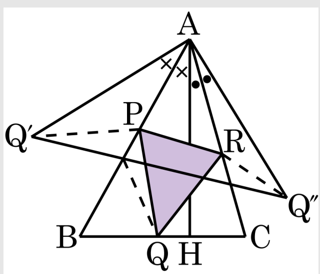
29. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 90 °

해설



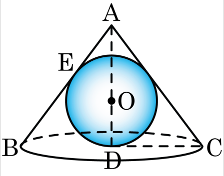
위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q', Q'' 라 하면
$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$
$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는
$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$
그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.
따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.

30. 밑면의 반지름의 길이가 6, 높이가 8 인 원뿔에 내접한 구의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36π

해설



$\triangle$ABD 에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2+8^2} = 10$

$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$ 이므로 $\overline{AE} = 10-6 = 4$

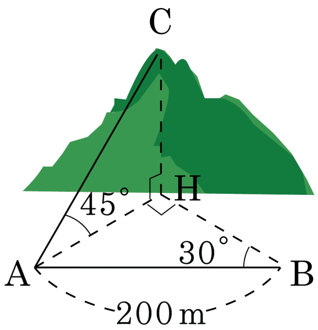
구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle$AEO 에서 $\overline{AO} = 8-r$ 이므로

$4^2 + r^2 = (8-r)^2$

$\therefore\ r = 3$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ 이다.

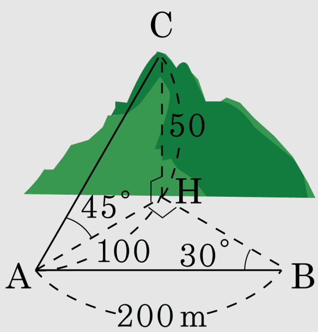
31. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 구하기 위하여 산 아래쪽의 수평면 위에 $\overline{AB}=200\mathrm{m}$ 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고 측량하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 산의 높이 $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $50\sqrt{2}\mathrm{m}$　② 100m　③ 150m

④ $150\sqrt{2}\mathrm{m}$　⑤ 200m

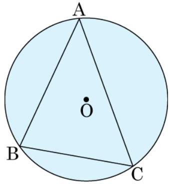
해설



$\overline{AH}=200\sin 30°=200\times\frac{1}{2}=100\,\mathrm{m}$

따라서 $\overline{CH}=\overline{AH}=100\,\mathrm{m}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원 O 에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA 의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 4 : 3 : 5$

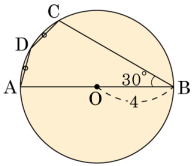
따라서 $\angle AOB = 120°$, $\angle BOC = 90°$, $\angle COA = 150°$ 이고, 원주각인 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 는 각각 $45°$, $75°$, $60°$

사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A}$, $\overline{BC} = \frac{\sin A}{\sin C}\overline{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2}$ 이다.

$\therefore\ \overline{BC} = \sqrt{2}$

33. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 30°$, $\overline{AD} = \overline{DC}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?

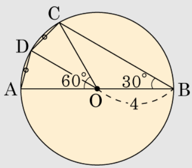


① 8　② $6 + 2\sqrt{3}$　③ $8 + 2\sqrt{3}$

④ $8 + 4\sqrt{3}$　⑤ $9 + 3\sqrt{3}$

해설

중심 O 에서 점 C 와 D 에 보조선을 그으면



$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC},\ \overline{AD} = \overline{CD} \Rightarrow \triangle AOD \equiv \triangle COD$(SSS 합동)

$\angle AOC = 60°$ 이므로 $\angle AOD = \angle COD = 30°$

□ABCD 의 넓이$= \triangle AOD + \triangle COD + \triangle BOC$

$\triangle AOD = \triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30° = 4$, $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180° - 120°) = 4\sqrt{3}$

따라서 □ABCD 의 넓이$= 4 + 4 + 4\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$ 이다.