

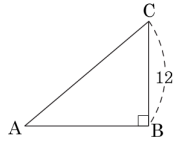
1. 다음 □안을 각각 순서대로 바르게 나타낸 것은?
가로, 세로, 높이가 각각 3, 4, 5 인 직육면체의 대각선의 길이는 □이고, 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이는 □, 부피는 □이다.

- ① $5\sqrt{2}, \sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$
- ② $5\sqrt{10}, 2\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{2}}{4}$
- ③ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$
- ④ $\frac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \frac{3\sqrt{2}}{4}$

해설

- (1) 대각선의 길이를 l 이라하면
 $l = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
(2) 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라고 하면
 $h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}, V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BC} = 12$ 라고 한다. 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AC} \times \sin A$ 이다.

$\Rightarrow 12 = \overline{AC} \times \frac{4}{5}, \overline{AC} = 15$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54$ 이다.

3. $\tan A = 1$ 일 때, $(2 + \sin A)(2 - \cos A)$ 의 값은? (단, $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$)

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 0

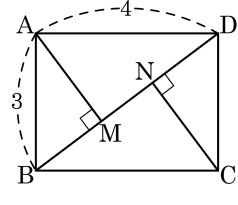
해설

$\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $\angle A = 45^\circ$

$(2 + \sin 45^\circ)(2 - \cos 45^\circ)$

$$= \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{MN}$ 의 길이는?



- ① 1.2 ② 1.4 ③ 1.6 ④ 1.8 ⑤ 2

해설

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \overline{BD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$5 \times \overline{AM} = 3 \times 4$$

$$\therefore \overline{AM} = \frac{12}{5}$$

$$\overline{BM} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}$$

$$\triangle ABM \cong \triangle CDN \text{ (ASA 합동) } \therefore \overline{BM} = \overline{DN}$$

$$\therefore \overline{MN} = 5 - \frac{9}{5} \times 2 = 1.4$$

5. 두 점 A(-2, 4), B(4, -3) 사이의 거리가 $\sqrt{a}$ 라고 할 때, a 의 값은?

① 83

② 84

③ 85

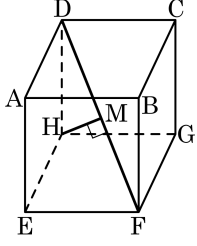
④ 86

⑤ 87

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85}$$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{DF} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{HF} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ (cm)

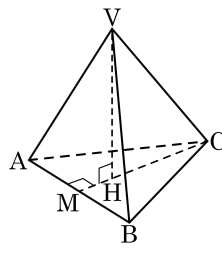
$$\therefore \triangle DHF = \frac{1}{2} \overline{DH} \cdot \overline{FH} = \frac{1}{2} \overline{DF} \cdot \overline{HM}$$

즉, $\overline{DH} \cdot \overline{FH} = \overline{DF} \cdot \overline{HM}$ 이므로

$$6 \times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{HM}$$

$$\therefore \overline{HM} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

7. 다음 그림과 같이 부피가 $2\sqrt{6}$ 인 정사면체 $V-ABC$ 에서 한 모서리의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

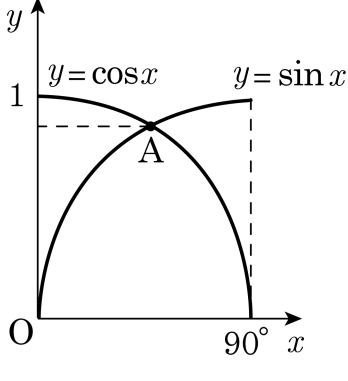
해설

모서리의 길이를 a 라 하면

부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 2\sqrt{6} \quad \therefore a = 2\sqrt{3}$$

8. 다음 그림은 $y = \sin x$ 의 그래프와 $y = \cos x$ 의 그래프이다. 점 A 의 좌표가 $\left(3x, \frac{y}{2}\right)$ 라고 할 때, $\frac{x}{y^2}$ 의 값을 구하시오.



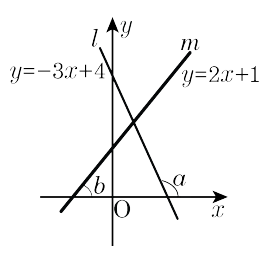
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$A\left(45^\circ, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 이므로 $3x = 45^\circ, \frac{y}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 따라서 $x = 15^\circ, y = \sqrt{2}$ 이므로
 $\frac{x}{y^2} = \frac{15}{2}$

9. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 의 그래프가 x 축과 이루는 각의 크기를 a 라 하고, 직선 m 의 그래프가 x 축과 이루는 각의 크기를 b 라 할 때, $\tan a + \tan b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a 라 할 때,

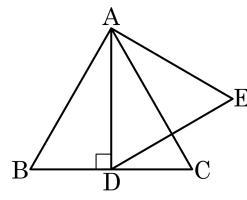
직선의 기울기 = $\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \tan a$ 이다.

직선 ℓ 의 기울기가 -3이므로 $\tan a = -3$,

직선 m 의 기울기가 2이므로 $\tan b = 2$ 이다.

따라서 $\tan a + \tan b = -3 + 2 = -1$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 높이 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 의 넓이가 $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



- ① $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $16\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ④ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$
 ⑤ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\sqrt{AD} = h\text{cm}$ 라 하면,

$$\triangle ADE \text{의 넓이} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times h^2 = 12\sqrt{3}$$

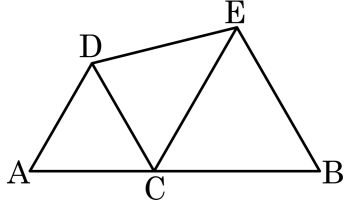
따라서, $h = 4\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 의 한 변을 x (cm) 로 두면,

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3} \text{ 이므로 } x = 8$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{이다.}$$

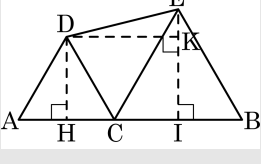
11. 길이가 14cm 인 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 점 C 를 잡아서 다음 그림과 같이 정삼각형 DAC, ECB 를 그렸을 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



- ① $\sqrt{13}(\text{cm})$ ② $2\sqrt{13}(\text{cm})$ ③ $3\sqrt{13}(\text{cm})$
 ④ $4\sqrt{13}(\text{cm})$ ⑤ $5\sqrt{13}(\text{cm})$

해설

점 D 에서 $\overline{EI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 하면



$$\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

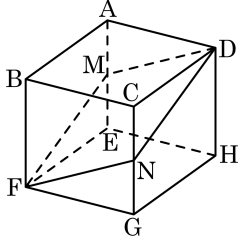
$$\overline{EI} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\triangle EDK \text{ 에서 } \overline{DK} = 7\text{cm}$$

$$\overline{EK} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DE} = \sqrt{7^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N이라 할 때, $\square MFND$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

해설

$$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$$

$$\overline{DF} = 6\sqrt{3},$$

$$\square MFND \text{의 넓이} : 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$$

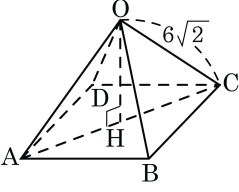
13. 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O-ABCD 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

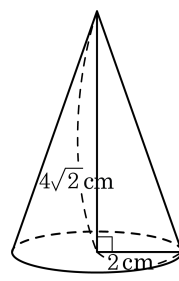
▷ 정답 : 144

해설

위의 그림에서 $\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
 $\triangle OAH$ 에서 $\angle OHA = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{OH}^2 = (6\sqrt{2})^2 - 6^2 = 36$
 $\overline{OH} = 6$ ($\because \overline{OH} > 0$)
 $\therefore$ (정사각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (6\sqrt{2})^2 \times 6 = 144$



14. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm, 높이가 $4\sqrt{2}$ cm 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 ▶

▶ 정답 : 120°

해설

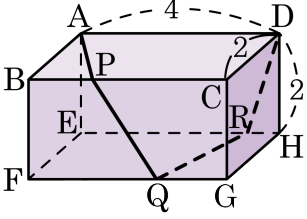
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2 \quad \therefore x = 120^\circ$$

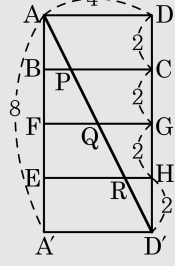
15. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R
를 잡을 때, $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RD}$ 의 최솟값은?



- ① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

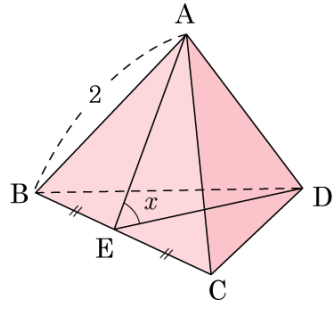
해설

전개도를 그려 보면



$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
 $\sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$

16. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사면체 $A-BCD$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

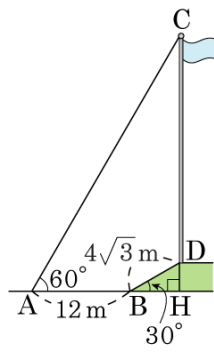
$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 60° 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 12 m 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $4\sqrt{3}$ m 이고 오르막의 경사가 30° 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 는?



- ① $6\sqrt{3}$ (m) ② $16\sqrt{3}$ (m)
 ③ $20\sqrt{3}$ (m) ④ $68\sqrt{3}$ (m)
 ⑤ $70\sqrt{3}$ (m)

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= 12 + 4\sqrt{3} \cos 30^\circ \\ &= 12 + 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 18 \text{ (m)}\end{aligned}$$

$$\overline{DH} = 4\sqrt{3} \sin 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} \cdot \tan 60^\circ = 18\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ (m)}$$

18. $y = -2\cos^2 x + 4\cos x + 5$ 가 최댓값을 가질 때, x 의 값은?(단, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)

① 0° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 90°

해설

$\cos x = A$ ($0 \leq A \leq 1$) 라 하면

$$y = -2A^2 + 4A + 5 = -2(A - 1)^2 + 7$$

$A = 1$ 일 때, 최댓값 7 을 가지므로 $\cos x = 1$ 일 때 $x = 0^\circ$

19. $\tan(A - 15^\circ) = 1$ 이고, $x^2 - 2x \tan A - 3(\tan A)^2 = 0$ 의 두 근을 구하면? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

① $3\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

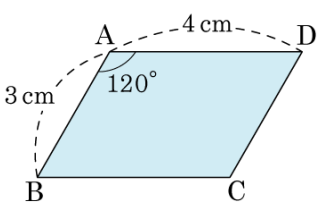
④ $2\sqrt{3}, \sqrt{3}$

⑤ $-\sqrt{3}, -3\sqrt{3}$

해설

$\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $A - 15^\circ = 45^\circ$, $A = 60^\circ$ 이다. 따라서 $x^2 - 2 \tan 60^\circ x - 3(\tan 60^\circ)^2 = x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0$ 이다. 근을 구하면 $(x - 3\sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$, $x = 3\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 대각선 BD의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{37}$ cm

해설

$$\overline{DE} = 3 \sin 60^\circ = \frac{3}{2} \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{CE} = 3 \cos 60^\circ = \frac{3}{2} \text{ (cm)}$$

$$\overline{BE} = 4 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2} \text{ (cm)}$$

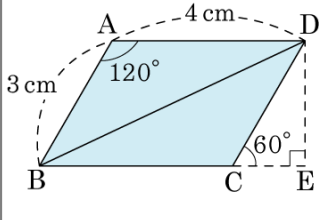
따라서 직각삼각형 BED에서

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{BE}^2}$$

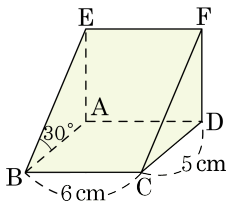
$$= \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{121}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{148}{4}}$$

$$= \sqrt{37} \text{ (cm)}$$



21. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\overline{CD} = 5\text{ cm}$, $\angle ABE = 30^\circ$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?

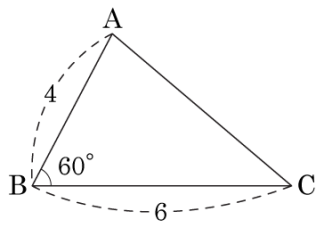


- ① $30(2 + \sqrt{3})\text{ cm}$ ② $(28 + 10\sqrt{3})\text{ cm}$
 ③ $2(13 - 5\sqrt{3})\text{ cm}$ ④ $2(13 + 5\sqrt{3})\text{ cm}$
 ⑤ $30(\sqrt{3} - 1)\text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AE} &= \tan 30^\circ \times \overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \\ \overline{BE} &= \frac{\overline{AB}}{\cos 30^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \\ \overline{BC} &= \overline{AD} = \overline{EF} = 6\text{ cm} \\ \overline{AB} &= \overline{CD} = 5\text{ cm}, \overline{AE} = \overline{DF} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\text{ cm} \\ \overline{BE} &= \overline{CF} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\text{ cm} \text{ 따라서 모든 모서리의 합은 } 18 + 10 + \frac{10\sqrt{3}}{3} + \frac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 60^\circ$
 , $\overline{BC} = 6$, $\overline{AB} = 4$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하는 과정이다. 안의 값이 옳지 않은 것은?



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\overline{AH} = 4 \times \text{ (가) } = 4 \times \text{ (나) } = 2\sqrt{3}$
 $\overline{BH} = 4 \times \text{ (다) } = 4 \times \text{ (라) } = 2$, $\overline{CH} = 6 - 2 = 4$
 $\therefore \overline{AC} = \sqrt{\text{ (마) }^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$

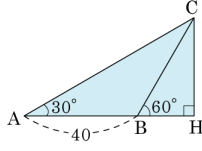
- ① (가) $\sin 60^\circ$ ② (나) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ (다) $\tan 60^\circ$
④ (라) $\frac{1}{2}$ ⑤ (마) $2\sqrt{3}$

해설

(다) 에 $\cos 60^\circ$ 가 들어가야 한다.

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\overline{AH} = 4 \times \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$
 $\overline{BH} = 4 \times \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$, $\overline{CH} = 6 - 2 = 4$
 $\therefore \overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 60^\circ$, $\overline{AB} = 40$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

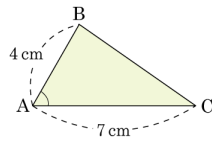


- ① $20\sqrt{3}$
- ② $200\sqrt{3}$
- ③ $400\sqrt{3}$
- ④ $600\sqrt{3}$
- ⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AH} &= \frac{h}{\tan 30^\circ}, \overline{BH} = \frac{h}{\tan 60^\circ} \\ \overline{AB} &= \overline{AH} - \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ} \\ h \left(\frac{1}{\tan 30^\circ} - \frac{1}{\tan 60^\circ} \right) &= 40, h \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) = 40 \\ \therefore h &= 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \\ \triangle ABC \text{의 넓이} &= 40 \times 20\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 400\sqrt{3} \end{aligned}$$

24. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $7\sqrt{3}\text{cm}^2$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?
(단, $0^\circ < \angle A \leq 90^\circ$)



- ① 30° ② 45° ③ 50° ④ 60° ⑤ 65°

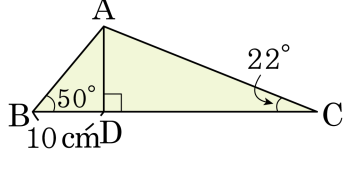
해설

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \sin A = 7\sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $\angle A = 60^\circ$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



x	$\sin$	$\cos$	$\tan$
22°	0.37	0.93	0.40
50°	0.77	0.64	1.20

- ① 150 cm^2
- ② 160 cm^2
- ③ 180 cm^2
- ④ 240 cm^2
- ⑤ 360 cm^2

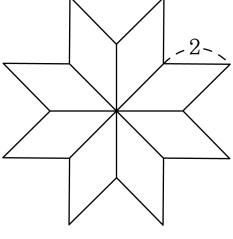
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} \tan B = 10 \tan 50^\circ = 10 \times 1.20 = 12(\text{cm})$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = \frac{\overline{AD}}{\tan 22^\circ} = \frac{12}{0.40} = 30(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (10 + 30) \times 12 = 240(\text{cm}^2)$ 이다.

26. 다음 그림은 여덟 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 마름모의 한 변의 길이가 2일 때, 별의 넓이의 제곱값은?

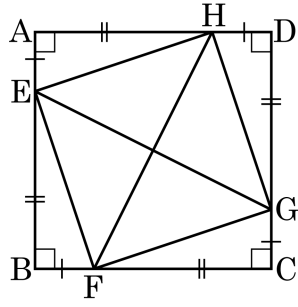


- ① $16\sqrt{2}$
- ② 128
- ③ $128\sqrt{2}$
- ④ 512
- ⑤ $512\sqrt{2}$

해설

$360^\circ \div 8 = 45^\circ$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는 $2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \sin 45^\circ = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서, 별의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 8 = 16\sqrt{2}$
 $\therefore (16\sqrt{2})^2 = 512$ 이다.

27. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 1$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



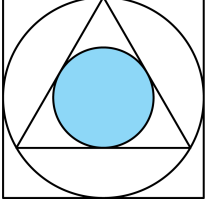
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$\triangle HAE$ 는 $\overline{AH} = 3$, $\overline{AE} = 1$ 인 직각삼각형이므로
 $\overline{HE} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$
 $\overline{HF}$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 정사각형 HEEF의 대각선의 길이와 같다.
 $\therefore \overline{HF} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{5}$

28. 다음 그림과 같이 정사각형에 내접한 원에 정삼각형이 내접하고 있고, 정삼각형 안에 원이 또 내접하고 있다. 정사각형의 넓이가 18 일 때, 작은 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{8}\pi$

해설

큰 원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이이므로

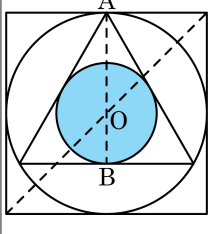
$$(\text{큰 원의 지름의 길이}) = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

이 때, 점 O 는 정삼각형의 무게중심이므로

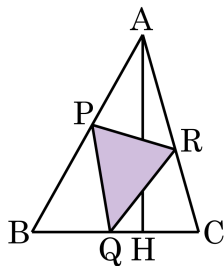
$$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AO} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

따라서 작은 원의 넓이는 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 \pi = \frac{9}{8}\pi$

이다.



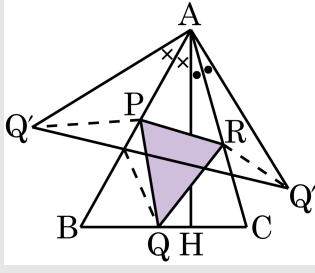
29. 다음과 같이 $\angle A = 45^\circ$ 인 역각삼각형 ABC의 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC에 내접하는 삼각형 PQR의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 90°

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q' , Q'' 라고 하면

$$\overline{PQ} = \overline{PQ'}, \overline{RC}$$
$$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90^\circ \circ | \underline{\text{고}},$$

$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 적 Δ 에서 변 BC 에 내린 수선의 때, $\overline{O'Q'}$ 가 최소가 된다.

점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, Q'Q'' 가 최소가 된다.
 따라서 $AQ \leq AQ' \leq AQ'' \leq AQ'' \leq \dots$ 이다.

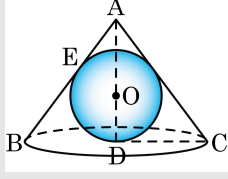
따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90^\circ$ 이다.

30. 밑면의 반지름의 길이가 6, 높이가 8 인 원뿔에 내접한 구의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36π

해설



$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$ 이므로 $\overline{AE} = 10 - 6 = 4$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle AEO$ 에서 $\overline{AO} = 8 - r$

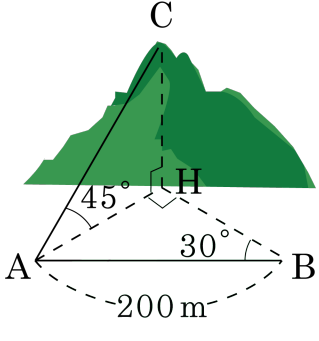
이므로

$$4^2 + r^2 = (8 - r)^2$$

$$\therefore r = 3$$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ 이다.

31. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 구하기 위하여 산 아래쪽의 수평면 위에 $\overline{AB} = 200\text{m}$ 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고 측량하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 산의 높이 $\overline{CH}$ 의 길이는?



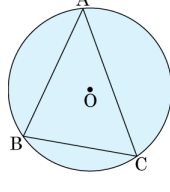
- ① $50\sqrt{2}\text{m}$ ② 100m ③ 150m
④ $150\sqrt{2}\text{m}$ ⑤ 200m

해설

$$\overline{AH} = 200 \sin 30^\circ = 200 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ m}$$

따라서 $\overline{CH} = \overline{AH} = 100 \text{ m}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 외접원 O에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로

$$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 4 : 3 : 5$$

따라서 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$,

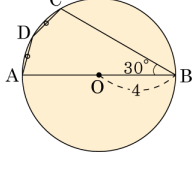
$\angle COA = 150^\circ$ 이고, 원주각인 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 는 각각 45° , 75° , 60°

사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A}, \overline{BC} = \frac{\sin A}{\sin C} \overline{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{2}$$

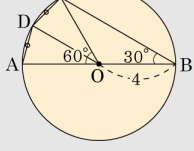
33. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 30^\circ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?



- ① 8
- ② $6 + 2\sqrt{3}$
- ③ $8 + 2\sqrt{3}$
- ④ $8 + 4\sqrt{3}$
- ⑤ $9 + 3\sqrt{3}$

해설

중심 O 에서 점 C 와 D 에 보조선을 그으면



$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COD$ (SSS 합동)
 $\angle AOC = 60^\circ$ 이므로 $\angle AOD = \angle COD = 30^\circ$
 □ABCD 의 넓이= $\triangle AOD + \triangle COD + \triangle BOC$
 $\triangle AOD = \triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30^\circ = 4$, $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 4\sqrt{3}$
 따라서 □ABCD 의 넓이= $4 + 4 + 4\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$ 이다.