

1. 다음 수들을 소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 것의 개수를 구하여라.

$\frac{1}{100}, \pi, \sqrt{25}-\sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{2}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

순환하지 않는 무한소수 : 무리수

$\frac{1}{100}$: 유리수, π : 무리수

$\sqrt{25}-\sqrt{3}=5-\sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}$: 무리수

$-\sqrt{2}$: 무리수

2. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{13}$

㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9}$

㉤ $-\sqrt{(-3)^2}$

㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}}$

㉦ $\sqrt{(99+1)}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{3}$: 무리수

㉡ $\sqrt{13}$: 무리수

㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9} = \sqrt{2} + 3$: 무리수

㉤ $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$: 유리수

㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$: 유리수

㉦ $\sqrt{(99+1)} = \sqrt{100}$: 유리수

3. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

$\sqrt{0.25}$ $-\sqrt{9}$ $\sqrt{(-4)^2}$ 3.2 $4+\sqrt{2}$ $\pi-3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

유리수 : $\sqrt{0.25}=0.5$, $-\sqrt{9}=-3$, $\sqrt{(-4)^2}=4$
무리수 : $4+\sqrt{2}$, $\pi-3$

4. $3 < \sqrt{x} \leq 4$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$3 < \sqrt{x} \leq 4$ 의 각 변을 제곱하면 $9 < x \leq 16$
따라서, 부등식을 만족하는 자연수 x 는
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 총 7개이다.

5. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{2} = 1.4 \times \dots$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2} = 1 - 1.4 \times \dots = -0.4 \times \dots$

④ $2 + \sqrt{2} = 3.4 \times \dots$

⑤ $1 + \sqrt{2} = 2.4 \times \dots$

$\therefore$ ② < ③ < ① < ⑤ < ④

6. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?
 $a \square b$

① $\geq$ ② $>$ ③ $\leq$ ④ $<$ ⑤ $=$

해설

2는 $\sqrt{4}$ 이므로 a 를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ 로 바꾸어 비교해 보면 된다.
 $a - b = (\sqrt{5} - 2) - (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3}$ 이므로
 $\therefore a - b < 0$

7. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{4^2}$

② $-(-\sqrt{4})^2$

③ $-\sqrt{(-4)^2}$

④ $\sqrt{\sqrt{(-4)^4}}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}(4)^3}$

해설

$$\sqrt{\sqrt{(-4)^4}} = 4$$

8. 다음 중 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \pm\frac{1}{2}$

② $(\sqrt{0.4})^2 = 0.2$

③ $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{(-1.5)^2} = -1.5$

⑤ $(\sqrt{0.7})^2 = 0.7$

해설

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

② $\sqrt{0.4^2} = 0.4$

④ $\sqrt{(-1.5)^2} = 1.5$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐

㉠ 0의 제곱근은 0 뿐이다.
- ☐

㉡ 음수의 제곱근은 1개이다.
- ☐

㉢ 제곱근은 항상 무리수이다.
- ☐

㉣ $\sqrt{(-81)^2}$ 의 제곱근은 ± 9 이다.
- ☐

㉤ $-\sqrt{a}$ 는 $-a$ 의 음의 제곱근이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

☐

㉠ 음수의 제곱근은 없다.

☐

㉡ 제곱근은 무리수일 수도 있고 유리수일 수도 있다.

☐

㉢ $-\sqrt{a}$ 는 a 의 음의 제곱근이다.

10. 다음 식의 계산 중 바르지 못한 것은?

- ① $\sqrt{5^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 3$ ② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 200$
③ $-\sqrt{49} + \left(\sqrt{13}\right)^2 = 6$ ④ $\sqrt{10^2} - \sqrt{(-9)^2} = 1$
⑤ $\sqrt{(-20)^2} - \sqrt{400} = 0$

해설

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 0.002$

11. $(-\sqrt{2})^2 \times \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$ 을 계산하면?

- ① 3 ② -3 ③ 9 ④ -9 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$2 \times \frac{3}{2} = 3$$

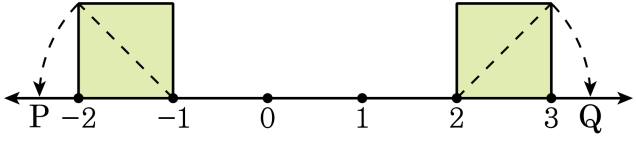
12. $\sqrt{169} + \sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$ 을 계산하면?

- ① 9 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 27

해설

$$\sqrt{169} + \sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-3)^4} = 13 + 5 - 9 = 9$$

13. 아래 수직선에서 점 P, Q의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

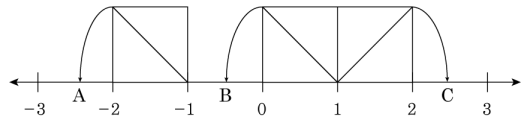


- ① 0
- ② 1
- ③ 3
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
점 P의 좌표 $a = -1 - \sqrt{2}$, 점 Q의 좌표 $b = 2 + \sqrt{2}$ 이므로
 $a + b = -1 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 1$

14. 다음 수직선에서 점 A, B, C 의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라. (단, 사각형은 정사각형이다.)



▶ 답 :

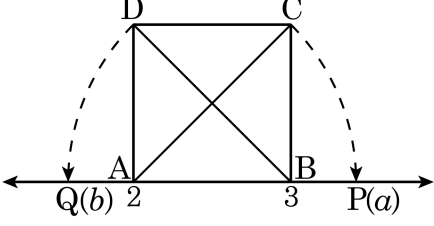
▷ 정답 : $-1 - 3\sqrt{2}$

해설

$$a = -1 - \sqrt{2}, \quad b = 1 - \sqrt{2}, \quad c = 1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b - c = -1 - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = -1 - 3\sqrt{2}$$

15. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC} = \overline{AP}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 인 두 점 P, Q를 수직선 위에 잡았을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



보기

- ㉠ $P(a) = 2 + \sqrt{2}$
- ㉡ $Q(b) = 3 - 2\sqrt{2}$
- ㉢ $\overline{PQ} = -1 + 4\sqrt{2}$
- ㉣ $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$
- ㉤ $\overline{AP} = \sqrt{2}$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉣
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉡ $Q(b) = 3 - \sqrt{2}$
- ㉢ $\overline{PQ} = 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = -1 + 2\sqrt{2}$
- ㉤ $\overline{AB} = 1$

16. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$, $\sqrt{7} = d$ 일 때, $\sqrt{6300}$ 을 a , b , c , d 를 사용하여 나타내면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a^2b^2c^2d$

해설

$$\sqrt{6300} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} \text{ 이므로 } \sqrt{6300} = a^2b^2c^2d$$

17. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a, b 를 써서 나타내면?

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

18. $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{150} - \sqrt{48}$ 을 x, y 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5xy - 4y$ 또는 $\frac{10y}{x} - 4y$

해설

$$150 = \frac{300}{2}, 48 = 16 \times 3 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{150} - \sqrt{48} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 4\sqrt{3} = \frac{10y}{x} - 4y$$

또는

$$150 = 5^2 \times 6, 48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{150} = 5\sqrt{6} = 5\sqrt{2}\sqrt{3}, \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{150} - \sqrt{48} = 5\sqrt{2}\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 5xy - 4y$$

19. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a^2 + b^2$

③ $\sqrt{a + b}$

④ $\sqrt{ab}$

⑤ $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{3} = a, \sqrt{5} = b \text{ 이므로 } 3 = a^2, 5 = b^2$$

$$\therefore \sqrt{8} = \sqrt{3+5} = \sqrt{a^2+b^2}$$

20. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

(두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$

$r^2 = 4$

$\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

21. $x = -\sqrt{5}$, $y = \sqrt{20}$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{15}$ ② 15 ③ 20 ④ $\sqrt{20}$ ⑤ 25

해설

$$x^2 = (-\sqrt{5})^2 = 5$$

$$y^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$$

따라서 $x^2 + y^2 = 5 + 20 = 25$ 이다.

22. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값은?(단, $a > 0$, $b > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

23. $-\frac{3}{2\sqrt{3}} = A\sqrt{3}$ 일 때, A 의 값으로 옳은 것은?

- ㉠ $-\frac{1}{2}$ ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ $-\frac{1}{3}$ ㉤ $\frac{3}{2}$

해설

$$-\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} = A\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = -\frac{1}{2}$$

24. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$	㉡ $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$
㉢ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$	㉣ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{c}$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$

㉡ $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \frac{\sqrt{ab}}{ca}$

㉢ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

㉣ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$

25. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.
 $96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)
 $x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)
 $y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)
 $2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)
 $x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

26. $\sqrt{9x} + \sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 4$

해설

$$\sqrt{9x} + \sqrt{48y} = \sqrt{3^2x} + \sqrt{2^4 \times 3 \times y}$$

$$x = 1, y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

27. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$