

1. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

2. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

3. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

4. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
 풀다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

5. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$ 을 계산하면?

① $-\frac{1}{a}$

② -1

③ 1

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $a-1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a-1}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

6. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

7. 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 에서

$a = 1, b = 1$ 이므로

$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$

8. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

① $y = \frac{2x-1}{x-1}$

② $y = \frac{2x}{x-1}$

③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$

④ $y = \frac{2x}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

① $y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$

② $y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$

③ $y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$

④ $y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

9. 곡선 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x = a, y = b$ 이다. $m + n + a + b$ 의 값은?

① 6

② 1

③ 2

④ -2

⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1, y = 3$ $a = -1, b = 3$

따라서 구하는 합은 6

10. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

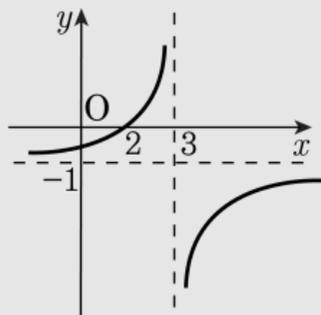
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



11. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.

③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

12. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. \square 안에 알맞은 것은?

① $-f(y)$

② $-f(-y)$

③ $f(-y)$

④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$

⑤ $f(y)$

해설

$$y = f(x) = \frac{x}{1-x} \text{ 에서}$$

$$y - xy = x, \quad x(1+y) = y$$

$$\therefore x = \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y)$$

13. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

x 와 y 를 바꾸면, $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y = \frac{-2x-3}{x-2}$