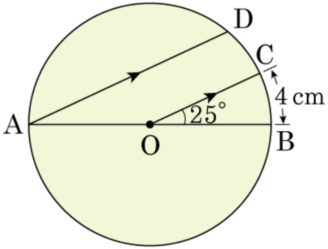
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이고, $\overline{AD} // \overline{OC}$이다. $\angle BOC = 25°$, 5.0pt$\overset{\frown}{BC} = 4cm$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{104}{5}$ cm

해설

중심각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로 $\angle AOD$ 를 구하여 보자.

$\angle DAO$ 와 $\angle COB$ 는 동위각으로 같으므로 $\angle DAO = 25°$ 이고,

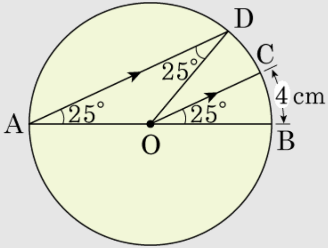
$\overline{AO} = \overline{DO}$ 이므로

$\angle AOD = 180° - 2 \times 25° = 130°$

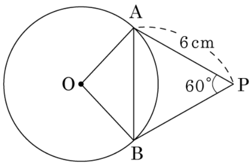
$\angle AOD : \angle COB =$5.0pt$\overset{\frown}{AD}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CB}$ 이므로

$130° : 25° =$ 5.0pt$\overset{\frown}{AD} : 4$

$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{AD} = \frac{104}{5}$(cm)



2. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\angle APB = 60°$ 일 때, 원의 넓이는?

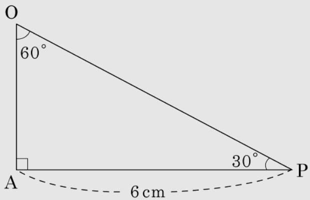


① $8\pi\text{cm}^2$　② $12\pi\text{cm}^2$　③ $15\pi\text{cm}^2$

④ $20\pi\text{cm}^2$　⑤ $24\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{OP}$ 를 연결하면 직각삼각형 $\triangle OAP$ 에 의해서

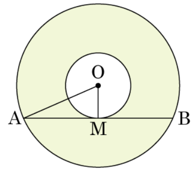


$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AP} : 6$

$\therefore \overline{OA} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원의 넓이는 $\pi(2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O 로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



① $8\sqrt{3}\mathrm{cm}$　② $4\sqrt{3}\mathrm{cm}$　③ $8\sqrt{3}\pi\mathrm{cm}$
④ $4\sqrt{3}\pi\mathrm{cm}$　⑤ $6\sqrt{3}\mathrm{cm}$

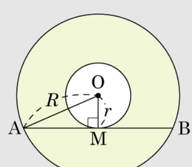
해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $\mathrm{R} = \overline{\mathrm{OA}}, \mathrm{r} = \overline{\mathrm{OM}}$ 이다.

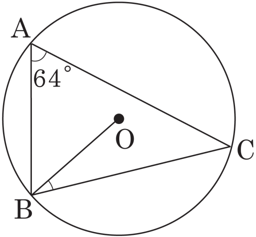
(색칠한 부분의 넓이) $= \pi\left(R^2 - r^2\right) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$

$\overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{\overline{\mathrm{OA}}^2 - \overline{\mathrm{OM}}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AM}} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$



4. 아래 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle BAC = 64°$ 일 때, $\angle CBO$ 의 크기는?



① 13°　② 26°　③ 32°
④ 52°　⑤ 56°

해설

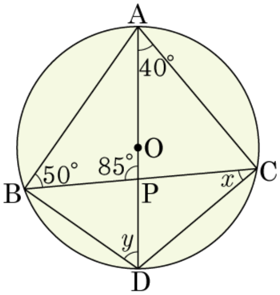
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형

중심각은 원주각의 2 배이므로,

$\angle BOC = 2 \times 64° = 128°$

$\angle CBO = \frac{1}{2}(180° - 128°) = 26°$

5. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** $\angle x = 45$ °

▷ **정답 :** $\angle y = 45$ °

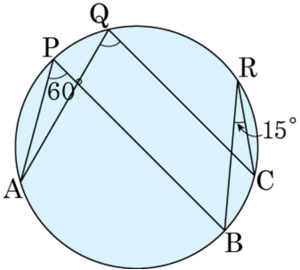
해설

$\angle ACB = \angle y,\ 40° + \angle y = 85°$ $\quad\therefore\ \angle y = 45°$

$\angle BAP = 180° - 50° - 85° = 45°$

$\angle x = \angle BAD = 45°$ (5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각)

6. 다음 그림에서 $\angle APB = 60°$, $\angle BRC = 15°$ 일 때, $\angle AQC$ 의 크기를 구하면?

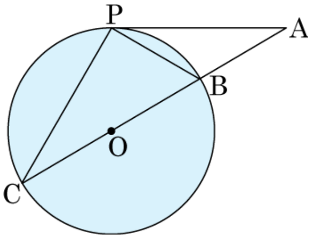


① 70° ② 73° ③ 75°
④ 78° ⑤ 80°

해설

점 Q 와 B 를 연결하면
$\angle APB = \angle AQB$, $\angle BQC = \angle BRC$ 이므로
$\angle AQC = \angle AQB + \angle BQC = 60° + 15° = 75°$

7. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심, 직선 AP 는 원의 접선이다. $\angle PBA = 120°$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{PB}$ 를 간단한 비로 나타내면 $m : n$ 이다. $m + n$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle CPB = 90°$ 이므로

$\angle BPA = 30°$

$\angle PCB = 30°$

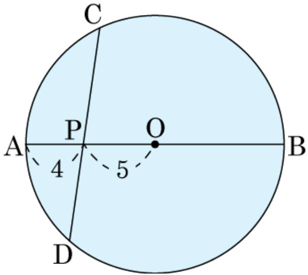
$\angle PBA = 120°$

$\therefore\ \angle PAB = 30°$

$\triangle PBA$ 는 $\angle PAB = \angle APB$ 인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AB} : \overline{PB} = 1 : 1$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AP} = 4$, $\overline{OP} = 5$ 이다. $\overline{CP} : \overline{DP} = 8 : 7$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

$\overline{CP} : \overline{DP} = 8 : 7$ 이므로

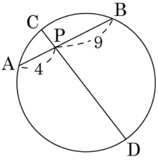
$\overline{CP} = 8k$, $\overline{DP} = 7k$ 라 하면

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 에 의하여

$4 \times (5+9) = 8k \times 7k \qquad \therefore\ k = 1$

따라서 $\overline{DP} = 7$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{CP} : \overline{DP} = 1 : 4$ 일 때, $\overline{CP}$ 의 길이를 구하여라.



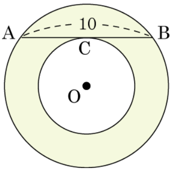
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

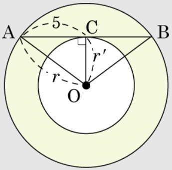
$\overline{CP} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{CP} : \overline{DP} = 1 : 4$ 이므로 $\overline{DP} = 4x(\text{cm})$ 이다.
$\overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로
$x \times 4x = 4 \times 9$ 이다.
$\therefore 4x^2 = 36$
$\therefore \overline{CP} = 3$

10. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 10π　② 15π　③ 20π　④ 25π　⑤ 30π

해설



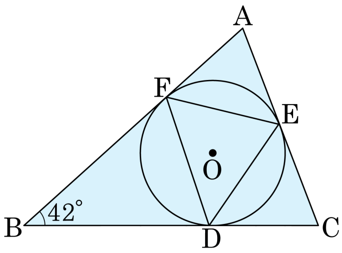
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC}\perp\overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

11. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고, $\triangle$DEF 의 외접원이다. $\angle B = 42°$ 일 때, $\angle$FED 의 크기를 구하면?



① 63° ② 65° ③ 69°

④ 72° ⑤ 75°

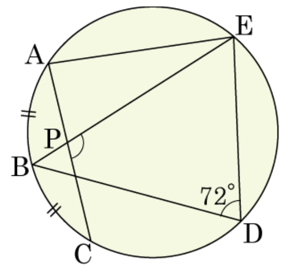
해설

선분 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\angle FOD = 360° - 90° - 90° - 42° = 138°$

$\therefore \angle FED = 138° \times \dfrac{1}{2} = 69°$

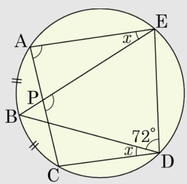
12. 다음 그림에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle BDE = 72\,^{\circ}$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\,^{\circ}}$

▷ 정답 : 108 $\underline{\,^{\circ}}$

해설



$5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이므로

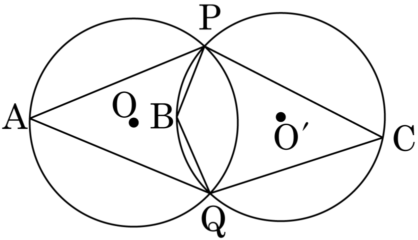
$\angle AEB = \angle BDC = x$

$\square ACDE$ 에서

$$\begin{aligned}\angle CAE &= 180\,^{\circ} - \angle CDE \\ &= 180\,^{\circ} - (72\,^{\circ} + x) \\ &= 108\,^{\circ} - x\end{aligned}$$

$\angle CPE = \angle CAE + x = 108\,^{\circ}$

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O′ 가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\angle PAQ : \angle PBQ = 1 : 3$ 이다. $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}\,{}^{\circ}$

▷ 정답 : 45 °

해설

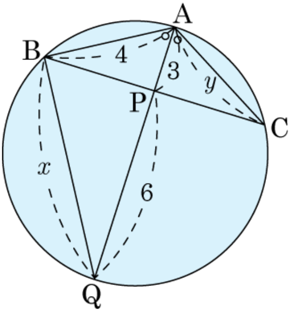
$\angle PAQ = \angle PCQ$ 이고

$\angle PBQ + \angle PCQ = 180°$ 이므로

$\angle PBQ + \angle PAQ = 180°$

$\therefore\ \angle PAQ = 180 \times \dfrac{1}{4} = 45°$

14. 다음 그림에서 유리수 a, b 에 대하여 $x+4y=a\sqrt{6}+b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$x^2 = 9\times 6$$
$$x = 3\sqrt{6}$$

$$4y = 3\times 9$$
$$y = \frac{27}{4}$$

따라서 $x+4y=3\sqrt{6}+27$ 이므로

$a+b=3+27=30$ 이다.

15. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{PA}=2$, $\overline{PT}=6$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}, 36=2\times\overline{PB}$ $\therefore\ \overline{PB}=18$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$\overline{BT}=\sqrt{\overline{PB}^2-\overline{PT}^2}=\sqrt{288}=12\sqrt{2}$

따라서 원 O 의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.