

1. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = 3x$$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

2. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\
 &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}
 \end{aligned}$$

3. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2, 3)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ 라 하면 } f(2) = 3, f^{-1}(2) = 3$$

$$f(2) = 2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f^{-1}(2) = 3 \text{ 에서 } f(3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(3) = \frac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a+b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1 \quad \therefore ab = 1$$

4. $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$ 을 간단히 하면?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{11}{20}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{7}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) \\ &= \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdots \frac{8 \cdot 10}{9^2} \cdot \frac{9 \cdot 11}{10^2} \\ &= \frac{1 \cdot 11}{2 \cdot 10} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

일반적으로

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

5. $\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$ 를 만족하는 서로 다른 양수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 는? (단, $x+y \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{5}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 2

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ 이고}$$

$$b+d+f \neq 0 \text{ 이면 } \frac{a+c+e}{b+d+f} = k (\because \text{가비의 리})$$

이것을 이용하면

$$\frac{x}{y} = \frac{y + (x+y) + x}{(x-z) + z + y} = \frac{2(x+y)}{x+y} = 2$$