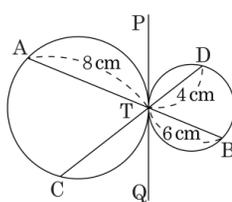


1. 다음 그림에서 \overleftrightarrow{PQ} 가 두 원에 공통으로 접하는 접선일 때, \overline{CT} 의 길이는?

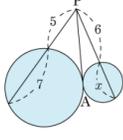
- ① $\frac{10}{3}$ cm ② 4cm
 ③ $\frac{14}{3}$ cm ④ $\frac{16}{3}$ cm
 ⑤ 6cm



해설

$$\begin{aligned} \angle TAC &= \angle TBD, \angle TCA = \angle TDB \\ 8 : 6 &= \overline{CT} : 4 \\ 6\overline{CT} &= 32 \\ \therefore \overline{CT} &= \frac{16}{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

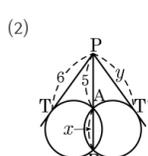
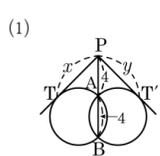
▷ 정답 : 4

해설

$$6(6+x) = 5(5+7)$$

$$\therefore x = 4$$

3. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $x = 4\sqrt{2}$, $y = 4\sqrt{2}$

▷ 정답 : (2) $x = \frac{11}{5}$, $y = 6$

해설

$$(1) x^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} = 4 \times (4 + 4) = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$$

$$y^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} \text{ 이므로 } y^2 = 32$$

$$\therefore y = 4\sqrt{2} (\because y > 0)$$

$$(2) 6^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} = 5 \times (5 + x)$$

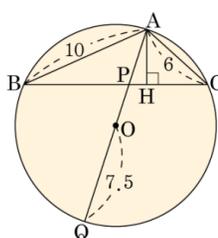
$$36 = 25 + 5x$$

$$\therefore x = \frac{11}{5}$$

$$y^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} \text{ 이므로 } y^2 = 36$$

$$\therefore y = 6 (\because y > 0)$$

4. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 외접원이고, \overline{AQ} 는 원 O의 지름이다. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, \overline{AH} 의 길이는?

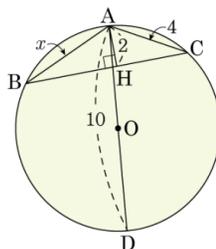


- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\triangle ABQ \sim \triangle AHC$ 이므로 $10 : \overline{AH} = 15 : 6$
 $10 \times 6 = 15\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = 4$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심이고, \overline{AD} 는 원 O의 지름이다. 꼭짓점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, x 의 값은?

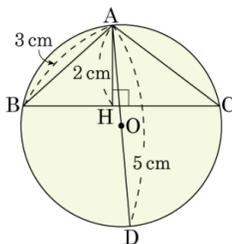


- ① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$$4x = 2 \times 10 \quad \therefore x = 5$$

6. 지름 \overline{AD} 의 길이가 5cm인 원에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AH} = 2\text{cm}$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?



- ① $\frac{8}{3}\text{cm}$ ② 3cm ③ $\frac{10}{3}\text{cm}$
 ④ $\frac{11}{3}\text{cm}$ ⑤ 4cm

해설

\overline{CD} 를 작도하면 $\triangle ABH$ 와 $\triangle ADC$ 은 AA 닮음이다.

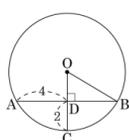
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC}$$

$$3 : 5 = 2 : \overline{AC}$$

$$3 \cdot \overline{AC} = 10$$

$$\overline{AC} = \frac{10}{3}\text{cm}$$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = 2$ 일 때, \overline{OB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

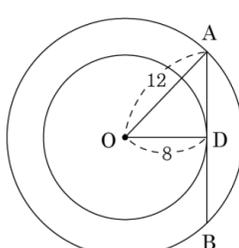
$\overline{OB} = x$ 라 하면 $\overline{OD} = x - 2$ 이고 $\overline{AD} = \overline{DB} = 4$ 이다.

($\therefore \overline{AB} \perp \overline{OD}$)

따라서, $x^2 = 4^2 + (x-2)^2$, $x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$, $4x = 20$

$\therefore x = 5$

8. 다음 그림과 같이 점 O를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다. AB가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB의 길이로 알맞은 것을 구하면?

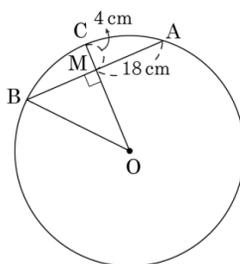


- ① $3\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \angle ODA &= 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AD} \\ \overline{AD} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

9. 다음 그림을 보고, 원 O의 반지름의 길이를 구하면?

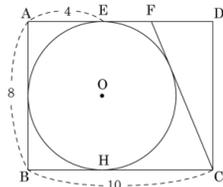


- ① 40 (cm) ② 41.5 (cm) ③ 42.3 (cm)
 ④ 42.5 (cm) ⑤ 42.7 (cm)

해설

원 O의 반지름의 길이를 x 라 할 때
 $x^2 = (x - 4)^2 + 18^2$
 $x^2 = x^2 - 8x + 16 + 324$
 $8x = 340$
 $\therefore x = 42.5$ (cm)

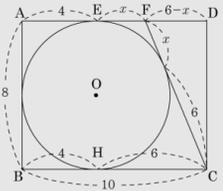
10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 \overline{CF} 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

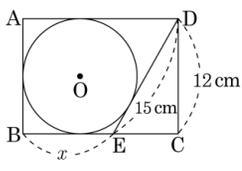
▷ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해
 $\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$
 $(x+6)^2 = (6-x)^2 + 8^2$
 $\therefore x = \frac{8}{3}$
 따라서 $\overline{CF} = \frac{26}{3}$

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변에 접하는 원 O가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, \overline{BE} 의 길이를 구하여라.



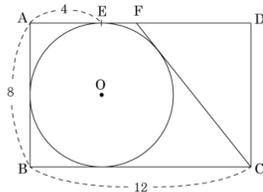
▶ 답: cm

▷ 정답: 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{cm})$ 이고 $\square ABED$ 가 원 O에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

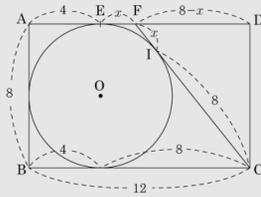
12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. DE 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

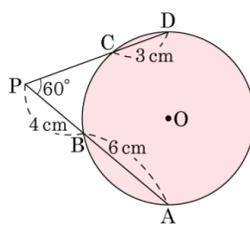
▷ 정답: 2

해설



$$\begin{aligned} \overline{AE} &= 4 \text{ 이므로} \\ \overline{FI} &= \overline{EF} = x \text{ 로 놓으면 } \overline{CF} = 8 - x \\ \therefore (8+x)^2 &= 8^2 + (8-x)^2 \\ 32x &= 64 \\ x &= 2 \\ \text{따라서 } \overline{EF} &= 2 \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 \overline{AB} , \overline{CD} 라고 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$, $\angle APD = 60^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $19\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{19\pi}{4}\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
 ④ $\frac{21\pi}{4}\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라고 하자.
 원에서의 비례 관계에 의하여 $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 일 때, $\overline{PC} = x$ 라 하자.

$$(x+3) \times x = 10 \times 4$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0 \therefore x = 5\text{cm} = \overline{PC}$$

\overline{AC} , \overline{AD} 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$, $\angle APC = 60^\circ$ 이므로 $\angle ACP = 90^\circ$ (\because 특수각의 성질) 즉, \overline{AD} 가 원의 지름이다.

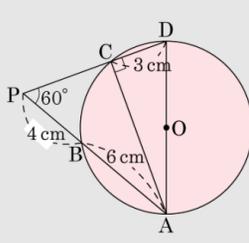
$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

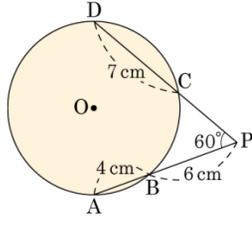
$$4r^2 = 75 + 9$$

$$\therefore r^2 = 21$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 21\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



14. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 \overline{AB} , \overline{CD} 라고 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{PB} = 6\text{cm}$, $\angle APD = 60^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $21\pi\text{cm}^2$ ② $21\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$ ③ $31\pi\text{cm}^2$
 ④ $31\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $41\pi\text{cm}^2$

해설

원에서의 비례 관계에 의하여 $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ ($\overline{PC} = x$)
 이므로

$$(x+7) \times x = 10 \times 6$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$(x+12)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 5\text{cm} = \overline{PC}$$

\overline{AC} , \overline{AD} 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$,

$\angle APC = 60^\circ$ 이므로 $\angle ACP = 90^\circ$ (\therefore 특수각의 성질)

즉, \overline{AD} 가 원의 지름이다.

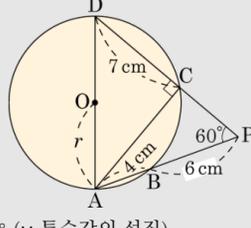
$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\triangle ACD \text{ 에서 } \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

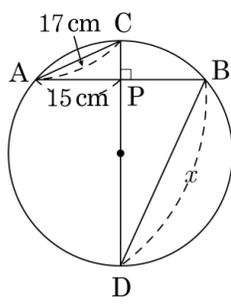
$$4r^2 = 75 + 49$$

$$\therefore r = \sqrt{31}\text{cm}$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 31\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



15. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD의 교점을 P라 할 때, $\overline{AP} = 15\text{ cm}$, $\overline{AC} = 17\text{ cm}$, $\angle CPB = 90^\circ$ 이다. \overline{BD} 의 길이를 구하여라.



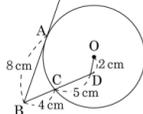
▶ 답: cm

▶ 정답: $\frac{255}{8}$ cm

해설

\overline{BC} 를 그으면
 $\triangle CAP \cong \triangle CBP$
 $\angle CBD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle CAP = \angle CBP = \angle BDP$ 이므로
 $\triangle CAP \sim \triangle BDP$ (AA 닮음)
 $\overline{AC} : \overline{DB} = \overline{CP} : \overline{BP}$
 $17 : x = 8 : 15$
 $\therefore x = \frac{255}{8}$ (cm)

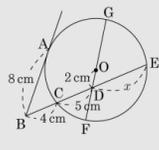
16. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A 에서 접선 AB 를 긋고 원의 내부의 한 점 D 와 점 B 를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = 5$, $\overline{OD} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{39}$

해설



$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BE}$$

$$64 = 4 \times (4 + 5 + x)$$

$$9 + x = 16 \quad \therefore x = 7$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{DG} = r + 2, \overline{DF} = r - 2$$

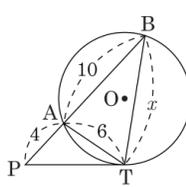
$$\overline{DG} \times \overline{DF} = \overline{DC} \times \overline{DE}$$

$$(r + 2)(r - 2) = 5 \times 7$$

$$r^2 = 35 + 4 = 39$$

$$\therefore r = \sqrt{39}$$

17. 다음 그림에서 직선 PT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA} = 4, \overline{AB} = 10, \overline{AT} = 6$ 일 때, \overline{BT} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{14}$

해설

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 14 = 56$$

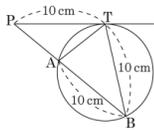
$$\overline{PT} = 2\sqrt{14}$$

$\triangle PAT \sim \triangle PTB$ 에서

$$4 : 2\sqrt{14} = 6 : x, \quad 4x = 12\sqrt{14}$$

$$\therefore x = 3\sqrt{14}$$

18. 다음 그림에서 직선 PT는 원의 접선이고 $\overline{AB} = \overline{BT} = \overline{PT} = 10\text{cm}$ 일 때, \overline{AT}^2 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $150 - 50\sqrt{5}$ cm

해설

\overline{PT} 는 원의 접선이므로 $\angle ATP = \angle ABT$
 $\angle APT = \angle ABT$ 이므로
 $\angle ATP = \angle APT$
 따라서 $\triangle PAT$ 는 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로
 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 를 x 라고 하면
 $10^2 = x \times (x + 10)$
 $x^2 + 10x - 100 = 0 \Rightarrow x = -5 + 5\sqrt{5}$
 $\therefore x^2 = 150 - 50\sqrt{5}$ (cm)