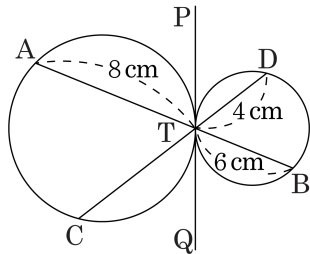


1. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{PQ}$ 가 두 원에 공통으로 접하는 접선일 때, $\overline{CT}$ 의 길이는?

- ① $\frac{10}{3}\text{cm}$ ② 4cm
 ③ $\frac{14}{3}\text{cm}$ ④ $\frac{16}{3}\text{cm}$
 ⑤ 6cm



해설

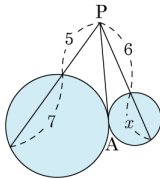
$$\angle TAC = \angle TBD, \angle TCA = \angle TDB$$

$$8 : 6 = \overline{CT} : 4$$

$$6\overline{CT} = 32$$

$$\therefore \overline{CT} = \frac{16}{3} (\text{cm})$$

2. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

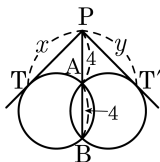
해설

$$6(6 + x) = 5(5 + 7)$$

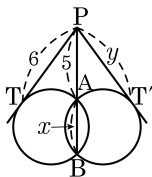
$$\therefore x = 4$$

3. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $x = 4\sqrt{2}$, $y = 4\sqrt{2}$

▷ 정답 : (2) $x = \frac{11}{5}$, $y = 6$

해설

$$(1) x^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} = 4 \times (4 + 4) = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2} \quad (\because x > 0)$$

$$y^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} \text{ 이므로 } y^2 = 32$$

$$\therefore y = 4\sqrt{2} \quad (\because y > 0)$$

$$(2) 6^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} = 5 \times (5 + x)$$

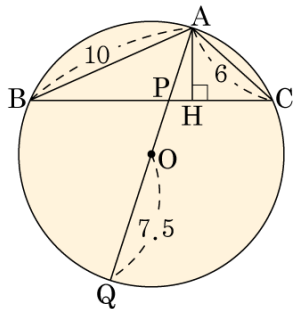
$$36 = 25 + 5x$$

$$\therefore x = \frac{11}{5}$$

$$y^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} \text{ 이므로 } y^2 = 36$$

$$\therefore y = 6 \quad (\because y > 0)$$

4. 다음 그림에서 원 O 는 삼각형 ABC 의 외접원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① 2

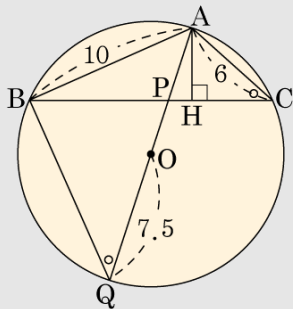
② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

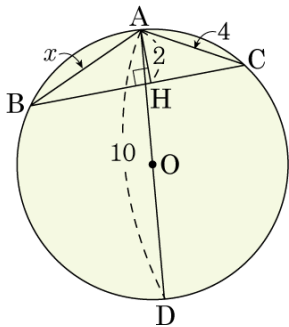
해설



$\triangle ABQ \sim \triangle AHC$ 이므로 $10 : \overline{AH} = 15 : 6$

$$10 \times 6 = 15\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = 4$$

5. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심이고, $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이다. 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, x 의 값은?



① 3

② 4

③ 4.5

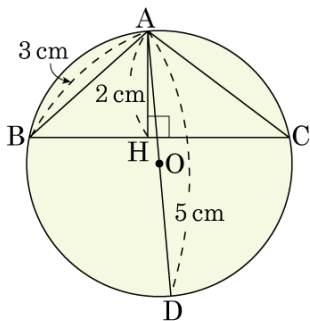
④ 5

⑤ 5.5

해설

$$4x = 2 \times 10 \quad \therefore x = 5$$

6. 지름 $\overline{AD}$ 의 길이가 5cm 인 원에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AH} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $\frac{8}{3}\text{cm}$

② 3cm

③ $\frac{10}{3}\text{cm}$

④ $\frac{11}{3}\text{cm}$

⑤ 4cm

해설

$\overline{CD}$ 를 작도하면 $\triangle ABH$ 와 $\triangle ADC$ 은 AA 닮음이다.

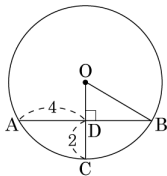
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC}$$

$$3 : 5 = 2 : \overline{AC}$$

$$3 \cdot \overline{AC} = 10$$

$$\overline{AC} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = 2$ 일 때, $\overline{OB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

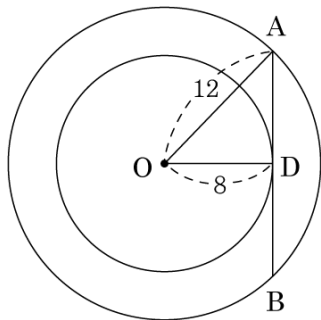
해설

$\overline{OB} = x$ 라 하면 $\overline{OD} = x - 2$ 이고 $\overline{AD} = \overline{DB} = 4$ 이다.
 $(\because \overline{AB} \perp \overline{OD})$

따라서, $x^2 = 4^2 + (x - 2)^2$, $x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$, $4x = 20$

$\therefore x = 5$

8. 다음 그림과 같이 점 O를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다. $\overline{AB}$ 가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB의 길이로 알맞은 것을 구하면?



① $3\sqrt{5}$

② $5\sqrt{5}$

③ $7\sqrt{5}$

④ $8\sqrt{5}$

⑤ $9\sqrt{5}$

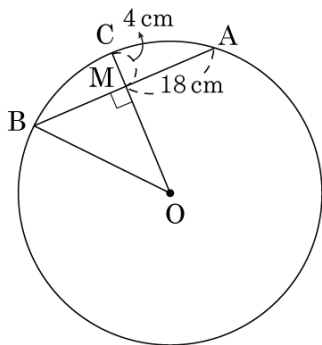
해설

$$\angle ODA = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AD}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

9. 다음 그림을 보고, 원 O의 반지름의 길이를 구하면?



- ① 40 (cm) ② 41.5 (cm) ③ 42.3 (cm)
 ④ 42.5 (cm) ⑤ 42.7 (cm)

해설

원 O의 반지름의 길이를 x 라 할 때

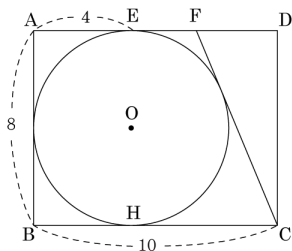
$$x^2 = (x - 4)^2 + 18^2$$

$$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 324$$

$$8x = 340$$

$$\therefore x = 42.5 \text{ (cm)}$$

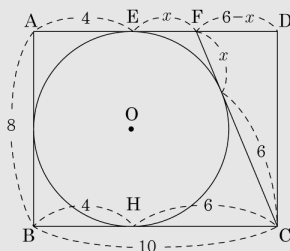
10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{CF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해

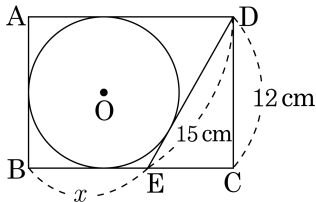
$$\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$$

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 8^2$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{CF} = \frac{26}{3}$$

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



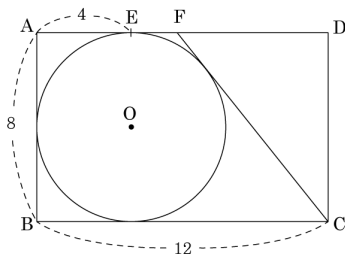
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{cm})$ 이고 $\square ABED$ 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

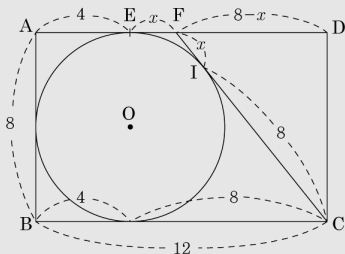
12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
DE 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



$\overline{AE} = 4$ 이므로

$\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CF} = 8 - x$

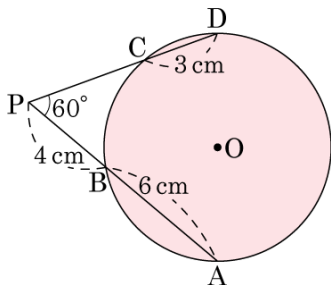
$$\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$32x = 64$$

$$x = 2$$

따라서 $\overline{EF} = 2$

13. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 라고 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$, $\angle APD = 60^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $19\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{19\pi}{4}\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
 ④ $\frac{21\pi}{4}\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라고 하자.

원에서의 비례 관계에 의하여 $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 일 때, $\overline{PC} = x$ 라 하자.

$$(x+3) \times x = 10 \times 4$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0 \therefore x = 5\text{cm} = \overline{PC}$$

$\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$, $\angle APC = 60^\circ$ 이므로 $\angle ACP = 90^\circ$ ($\because$ 특수각의 성질) 즉, $\overline{AD}$ 가 원의 지름이다.

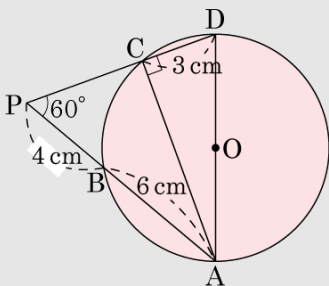
$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

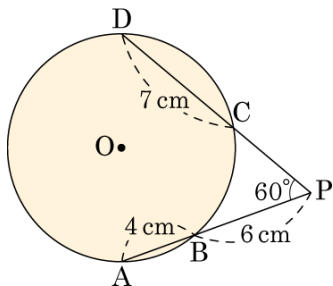
$$4r^2 = 75 + 9$$

$$\therefore r^2 = 21$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 21\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



14. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 라고 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{PB} = 6\text{cm}$, $\angle APD = 60^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?



① $21\pi \text{ cm}^2$

② $21\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$

③ $31\pi \text{ cm}^2$

④ $31\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$

⑤ $41\pi \text{ cm}^2$

해설

원에서의 비례 관계에 의하여
 $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ ($\overline{PC} = x$)

이므로

$$(x + 7) \times x = 10 \times 6$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$(x + 12)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ cm} = \overline{PC}$$

$\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$,

$\angle APC = 60^\circ$ 이므로 $\angle ACP = 90^\circ$ ($\because$ 특수각의 성질)

즉, $\overline{AD}$ 가 원의 지름이다.

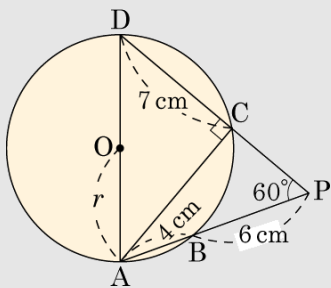
$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\triangle ACD \text{ 에서 } \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

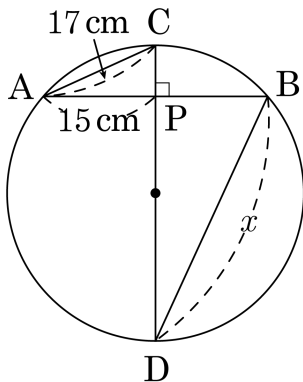
$$4r^2 = 75 + 49$$

$$\therefore r = \sqrt{31} \text{ cm}$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 31\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



15. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AP} = 15 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 17 \text{ cm}$, $\angle CPB = 90^\circ$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{255}{8}$ cm

해설

$\overline{BC}$ 를 그으면

$$\triangle CAP \cong \triangle CBP$$

$\angle CBD = 90^\circ$ 이므로

$\angle CAP = \angle CBP = \angle BDP$ 이므로

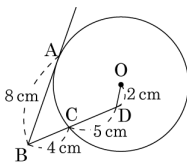
$\triangle CAP \sim \triangle BDP$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{DB} = \overline{CP} : \overline{BP}$$

$$17 : x = 8 : 15$$

$$\therefore x = \frac{255}{8} (\text{cm})$$

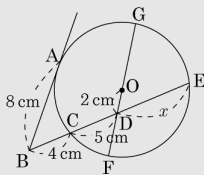
16. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A 에서 접선 AB 를 긋고 원의 내부의 한 점 D 와 점 B 를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = 5$, $\overline{OD} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{39}$

해설



$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BE}$$

$$64 = 4 \times (4 + 5 + x)$$

$$9 + x = 16 \quad \therefore x = 7$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{DG} = r + 2, \quad \overline{DF} = r - 2$$

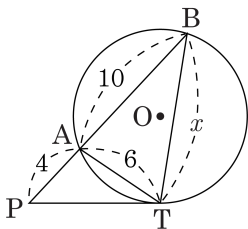
$$\overline{DG} \times \overline{DF} = \overline{DC} \times \overline{DE}$$

$$(r + 2)(r - 2) = 5 \times 7$$

$$r^2 = 35 + 4 = 39$$

$$\therefore r = \sqrt{39}$$

17. 다음 그림에서 직선 PT는 원 O의 접선이고 $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{AT} = 6$ 일 때, $\overline{BT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{14}$

해설

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 14 = 56$$

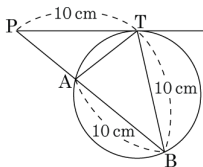
$$\overline{PT} = 2\sqrt{14}$$

$\triangle PAT \sim \triangle PTB$ 에서

$$4 : 2\sqrt{14} = 6 : x, \quad 4x = 12\sqrt{14}$$

$$\therefore x = 3\sqrt{14}$$

18. 다음 그림에서 직선 PT는 원의 접선이고 $\overline{AB} = \overline{BT} = \overline{PT} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AT}^2$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $150 - 50\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{PT}$ 는 원의 접선이므로 $\angle ATP = \angle ABT$

$\angle APT = \angle ABT$ 이므로

$\angle ATP = \angle APT$

따라서 $\triangle PAT$ 는 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이다.

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$\overline{AT} = \overline{AP}$ 를 x 라고 하면

$$10^2 = x \times (x + 10)$$

$$x^2 + 10x - 100 = 0 \quad x = -5 + 5\sqrt{5}$$

$$\therefore x^2 = 150 - 50\sqrt{5} \text{ (cm)}$$