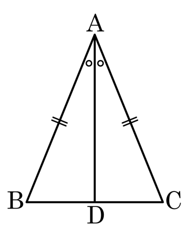
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

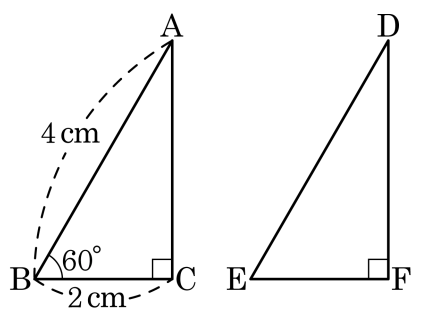


① $\overline{AD} = \overline{BC}$
② $\angle ADB = \angle ADC$
③ $\angle ADB = 90°$
④ $\triangle ADB \equiv \triangle ADC$
⑤ $\angle B = \angle C$

해설

① $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 합동일 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

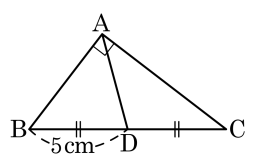
▷ 정답 : $\overline{DE} = 4$ cm

▷ 정답 : $\angle D = 30$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.
$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AB} = 4(\mathrm{cm}),\ \angle D = 30°$

3. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DC}} = 5\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

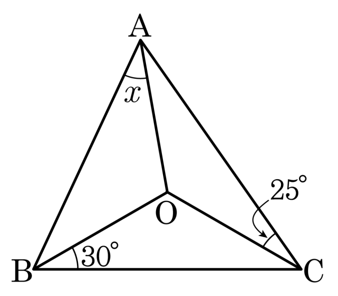
▷ 정답: 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.

$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{AD}} = 5\,\mathrm{cm}$

4. 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



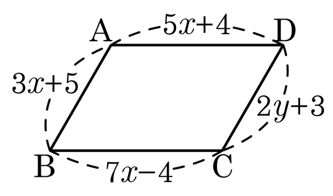
① 15 ° ② 20 ° ③ 25 ° ④ 30 ⑤ 35 °

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

5. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 정하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 7$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}},\ \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$5x + 4 = 7x - 4,\ 2x = 8\ \therefore x = 4$

$3x + 5 = 2y + 3$

$12 + 5 = 2y + 3,\ 2y = 14\ \therefore y = 7$

6. 다음 중 평행사변형에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 두 쌍의 대변이 평행하다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 같다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 서로 같다.
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.
⑤ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설
두 대각선이 서로 수직이등분하는 것은 마름모와 정사각형이다.

7. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 한 쌍의 대변만 평행하면 된다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 대변의 길이가 같다.

해설
① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 평행하다.

8. 다음은 평행사변형이 직사각형이 되는 것에 대한 이야기이다. 바르게 말한 학생은?

① 관식 : 평행사변형에서 각 대각선이 서로 다른 대각선을 이등분하면 직사각형이야.

② 관희 : 평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 직사각형이야.

③ 민희 : 평행사변형의 두 내각의 크기의 합은 $180°$ 일 때 직사각형이야.

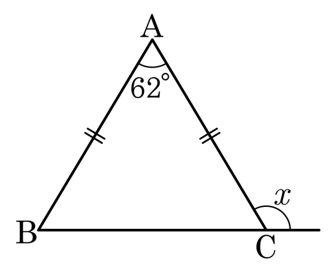
④ 진수 : 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같거나, 한 내각의 크기가 $90°$ 이면 직사각형이야.

⑤ 정민 : 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 직사각형이야.

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
따라서 진수가 바르게 말했다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle\mathrm{A} = 62°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120° ② 121° ③ 122° ④ 123° ⑤ 124°

해설

$\angle\mathrm{ACB} = \dfrac{1}{2}(180° - 62°) = 59°$

$\therefore \angle x = 180° - 59° = 121°$

10. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

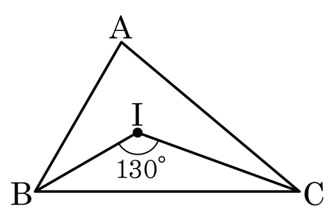
> [가정]$\angle AOP =$ (㉠),
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP =$ (㉠) ⋯ ⓐ
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ⋯ ⓒ
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> ∴ (㉡)= (㉢)

① ㉠$\angle BOP$ ② ㉡$\overline{PA}$ ③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$ ⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130°$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80°$　② $70°$　③ $60°$　④ $50°$　⑤ $75°$

해설

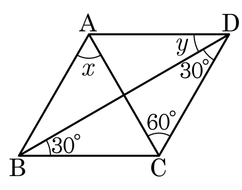
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80°$

12. 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



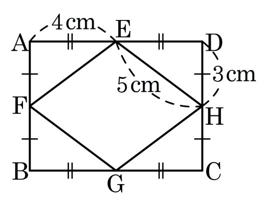
▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 90°

해설

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ 이므로 $x = 60°$, $y = 30°$ 이다.
$\angle x + \angle y = 60° + 30° = 90°$ 이다.

13. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



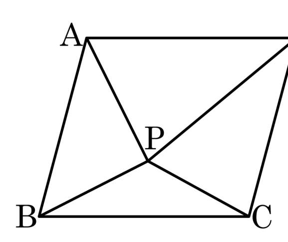
① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

해설

직사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 는 둘레는 $4 \times 5 = 20(\mathrm{cm})$ 이다.

14. 다음과 같은 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P를 잡았다고 한다. $\triangle PAD = 40\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 25\text{cm}^2$라고 할 때, 평행사변형 ABCD의 넓이$=$ (　　　)cm^2를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $130\,\text{cm}^2$

해설

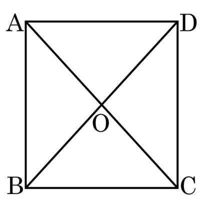
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$\triangle PAD = 40\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 25\text{cm}^2$이므로

$40 + 25 = \frac{1}{2}\square ABCD$이다.

따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는 $65 \times 2 = 130(\text{cm}^2)$이다.

15. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle AOD = \angle BOC$ ④ $\angle AOB = \angle AOD$

⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.
또는 대각선이 서로 수직이등분하는 것이므로 $\angle AOD = \angle AOB$ 이다.

16. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.
② 사다리꼴은 사각형이다.
③ 마름모는 평행사변형이다.
④ 정사각형은 평행사변형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

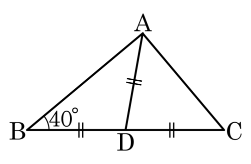
17. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형
② 평행사변형, 마름모
③ 직사각형, 마름모, 정사각형
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형
⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설
두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

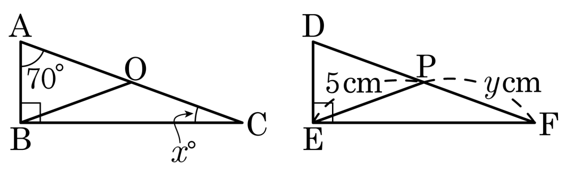


① $75°$ ② $80°$ ③ $85°$ ④ $90°$ ⑤ $95°$

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAD = 40°$
$\angle CDA = 40° + 40° = 80°$
또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$
$\therefore \angle BAC = 40° + 50° = 90°$

19. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



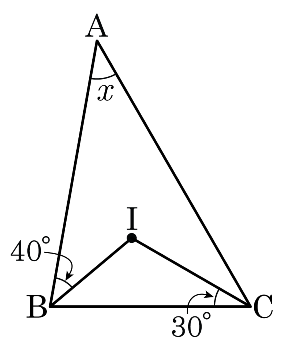
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)
$\angle OBC = \angle OCB$
$\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - 40° = 140°$
$\therefore \angle OCB = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
$\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x + y = 25$ 이다.

20. △ABC에서 점 I가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

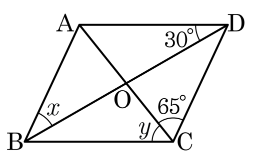


① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ADO} = 30°, \angle\mathrm{DCO} = 65°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



① 65°　② 70°　③ 75°

④ 80°　⑤ 85°

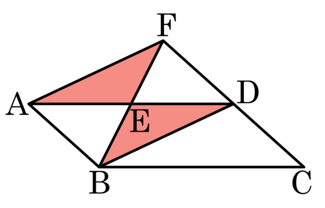
해설

$\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{DBC} = 30°$

$\angle x + 30° + 65° + \angle y = 180°$

$\angle x + \angle y = 180° - (30° + 65°) = 85°$

22. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 점 F는 $\overline{CD}$의 연장선 위에 있다. □ABCD $= 48\,cm^2$, $\triangle EAB = 13\,cm^2$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하시오.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 22 cm^2

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\triangle FAB$ 와 $\triangle DAB$ 의 넓이는 같다.

즉, $\triangle FAB = \frac{1}{2}$□ABCD $= 24(\,cm^2)$

그리고 $\triangle AEF = \triangle BED$

이때, $\triangle ABE = 13\,cm^2$ 이므로

$\triangle AEF = 24 - 13 = 11(\,cm^2)$

따라서 색칠된 부분의 넓이는

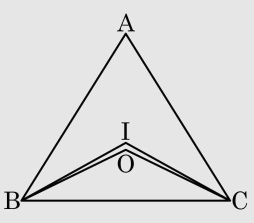
$\triangle AEF + \triangle BED = 22(\,cm^2)$

23. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 3°

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°) \\ &= 58°\end{aligned}$$

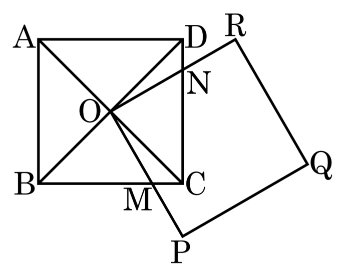
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°) \\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

24. 오른쪽 그림에서 O 는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 □ABCD 와 □OPQR 은 합동이다. □OPQR 이 점 O 를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M 이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, □OMCN 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)



① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 5cm^2 ⑤ 6cm^2

해설

△OMC 와 △OND 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$

$\angle OCM = \angle ODN = 45°$

$\angle COM = 90° - \angle CON = \angle DON$

$\therefore\ \angle COM = \angle DON$

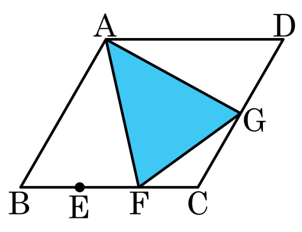
$\therefore$ △OMC ≡ △OND(SAS 합동)

즉, △OMC = △OND

따라서 □OMCN 의 넓이는 △OBC 의 넓이와 같다.

$\therefore$ □OMCN $= \dfrac{1}{4}$□ABCD $= 4(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 120cm^2 이고 $\overline{BC}$ 의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$ 의 중점을 G 라 할 때, $\triangle AFG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle AFC$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square ABCD = 40(\text{cm}^2)$

마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \dfrac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \dfrac{1}{2}\triangle DFC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}\triangle BDC = \dfrac{1}{12}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \dfrac{1}{2}\triangle ACD = \dfrac{1}{4}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 40(\text{cm}^2)$