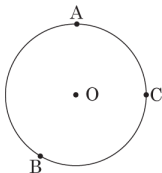


1. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5 : 4 : 3$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

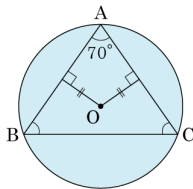
▷ 정답 : 150°

해설

$$\begin{aligned} 5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} &= \angle AOB : \angle BOC : \angle COA \\ &= 5 : 4 : 3 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

2. 다음 그림에서 $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



①

55°

② 60°

③ 65°

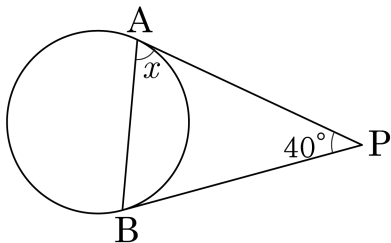
④ 70°

⑤ 75°

해설

원의 중심에서 접선까지의 거리가 같으므로
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로,
 $\angle B = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$

3. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 점 A, B를 각각 접점으로 하는 원의 접선이다. $\angle APB$ 의 크기가 40° 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}}$

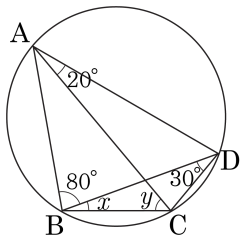
▷ 정답: 70°

해설

$\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\angle x = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$$

4. 다음 그림에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기는?



- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\widehat{CD}$ 의 원주각이므로 $\angle x = 20^\circ$ 이다.

$\angle y$ 는 $\widehat{AB}$ 의 원주각으로 $\angle ADB$ 와 크기가 같고,

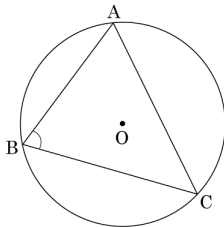
$\widehat{BC}$ 의 원주각으로 $\angle BDC = \angle BAC = 30^\circ$ 이다.

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \angle A + \angle B + \angle D = 50^\circ + 80^\circ + \angle y = 180^\circ$$

$$\therefore \angle y = 50^\circ$$

따라서 $\angle y - \angle x = 30^\circ$ 이다.

5. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CA} = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



① 70°

② 75°

③ 78°

④ 80°

⑤ 84°

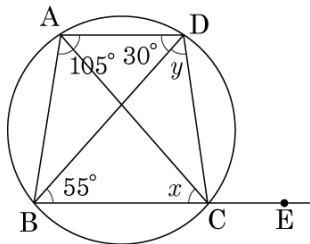
해설

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CA} = 3 : 4 : 5$$

$$\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC = 3 : 4 : 5$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ \times \frac{5}{12} = 75^\circ$$

6. 다음 그림과 같이 내접하는 사각형 ABCD 에 대하여 $\angle y - \angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로

$$\angle DCE = \angle BAD = 105^\circ$$

한편, $\angle DCE = \angle y + 55^\circ$ 이므로

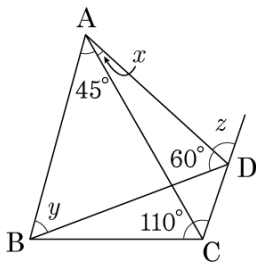
$$105^\circ = \angle y + 55^\circ$$

$$\therefore \angle y = 50^\circ$$

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각 $\angle x = \angle ADB$ 이므로 $\angle x = 30^\circ$

$$\therefore \angle y - \angle x = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때,
 $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 값은?



- ① 150° ② 140° ③ 130° ④ 120° ⑤ 110°

해설

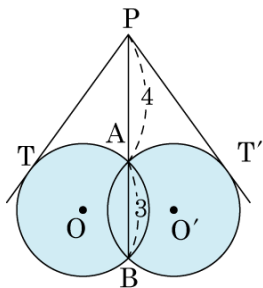
$$x = 180^\circ - (110^\circ + 45^\circ) = 25^\circ$$

$$y = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ + 25^\circ) = 50^\circ$$

$$z = y + \angle DBC = y + x = 75^\circ$$

$$\therefore x + y + z = 150^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 각각 두 원 O , O' 의 접선이고 두 점 T , T' 은 접점이다. $\overline{AB} = 3$, $\overline{PA} = 4$ 일 때, $\overline{PT} \cdot \overline{PT'}$ 의 값은?



① 28

② 27

③ 26

④ 25

⑤ 24

해설

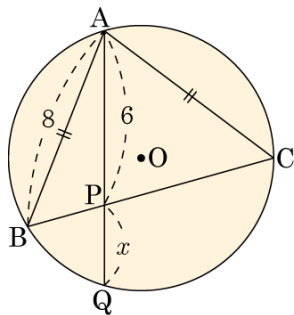
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT'}^2 \text{ 이므로 } \overline{PT} = \overline{PT'}$$

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 7 = 28$$

$$\therefore \overline{PT} = 2\sqrt{7}$$

$$\overline{PT} \cdot \overline{PT'} = 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = 28$$

9. $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$, $\overline{AP} = 6$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 10

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{12}{5}$

④ $\frac{14}{3}$

⑤ 15

해설

보조선 $\overline{BQ}$ 를 그으면,

$$\angle AQB = \angle ACB (\because \text{원주각})$$

$$\angle ABC = \angle ACB (\because \text{이등변삼각형})$$

$$\therefore \angle AQB = \angle ABC$$

점 B, P, Q 는 한 원 위에 있고, $\overleftrightarrow{AB}$ 는 접선, $\overleftrightarrow{AQ}$ 는 할선이다.

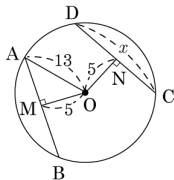
$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$$

$$8^2 = 6\overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{32}{3}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$$

10. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

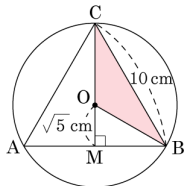
▷ 정답 : 24

해설

$\overline{AM} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ 이다.

따라서 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$ 이다. $\overline{OM} = \overline{ON} = 5$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 24$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$ ③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
 ④ $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

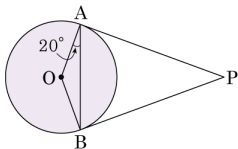
$$\triangle OMB \text{ 에서 } \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\triangle COB = \triangle CMB - \triangle OMB$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5}$$

$$= \frac{5\sqrt{30}}{2} (\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 은 접선이고, 두 점 A, B 은 접점이다.
 $\angle OAB = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 45°

④ 50°

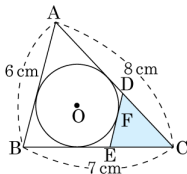
⑤ 20°

해설

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ, \angle PAB = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\triangle PAB \text{ 는 이등변삼각형이므로 } \angle APB = 180^\circ - (70^\circ \times 2) = 40^\circ$$

13. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 9 cm

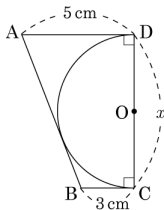
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T' 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x(\text{cm})$ 라 하면

$$(8 - x) + (7 - x) = 6 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$$

$$(\therefore \triangle CDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{9}{2} = 9(\text{cm})$$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선일 때, x 의 값은?



① $\sqrt{5}\text{cm}$

② $2\sqrt{5}\text{cm}$

③ $2\sqrt{10}\text{cm}$

④ $\sqrt{15}\text{cm}$

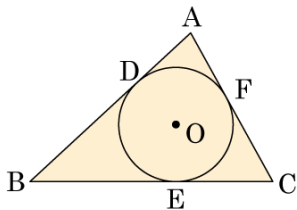
⑤ $2\sqrt{15}\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = 5 + 3 = 8$ 이고 점 B 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = 5 - 3 = 2$ 이다.

$\overline{BH} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$ 이다. 따라서 $\overline{CD} = \overline{BH} = 2\sqrt{15}$ 이므로 x 는 $2\sqrt{15}(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림에서 원은 내접원이고 점 D, E, F 는 각 선분의 접점이다. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 22$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

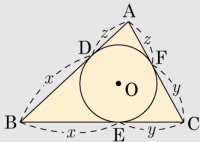


▶ 답 :

▶ 정답 : 44

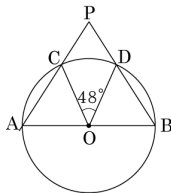
해설

아래의 그림을 보면



$x + y + z = 22$ 이므로 ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이) $= 2(x + y + z) = 44$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\angle COD = 48^\circ$ 일 때, $\angle CPD$ 의 크기를 구하여라.



① 60°

② 62°

③ 64°

④ 66°

⑤ 68°

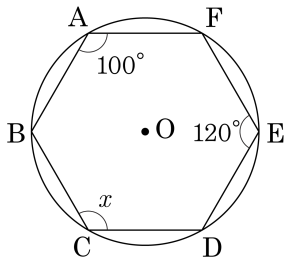
해설

$$A \text{ 와 } D \text{ 를 이으면 } \angle CAD = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

$$\angle ADB = \angle ADP = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CPD = 180^\circ - 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$$

17. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 육각형에서 $\angle A = 100^\circ$, $\angle C = x^\circ$, $\angle E = 120^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

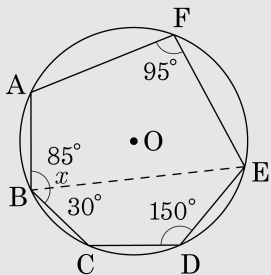


▶ 답 :

—°

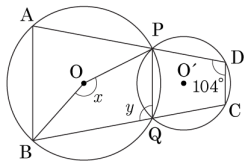
▷ 정답 : 140°

해설



보조선 $\overline{CF}$ 를 그으면 내접하는 사각형이 두 개 있다. 대각의 합은 180° 이므로 $\angle BCF = 80^\circ$, $\angle DCF = 60^\circ$ 따라서 $\angle x = 140^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\angle PDC = 104^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 312

② 256

③ 212

④ 200

⑤ 180

해설

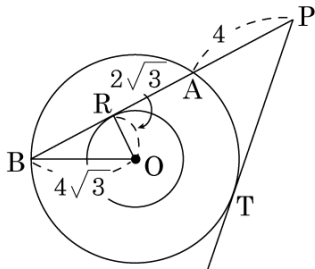
사각형 PQCD 에서 $\angle y = \angle PDC = 104^\circ$

사각형 ABQP 에서 $\angle BAP = 76^\circ$

$\angle x = 2 \times 76^\circ = 152^\circ$

$\therefore x + y = 152^\circ + 104^\circ = 256^\circ$

20. 다음 그림에서 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ 인 두 동심원의 접선 $\overline{PT}$, $\overline{PR}$ 와 두 접점 T , R 가 있다. $\overline{PA} = 4$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하면?



① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\overline{BR} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48 - 12}$$

$$= \sqrt{36} = 6$$

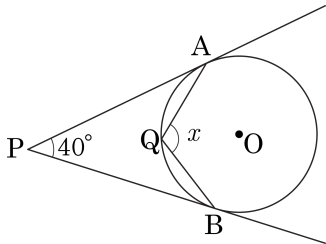
$\overline{BR} = \overline{AR} = 6$ 이므로

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PT}^2 = 4 \times (4 + 12)$$

$$\overline{PT}^2 = 64$$

$$\therefore \overline{PT} = 8 (\overline{PT} > 0)$$

21. 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B에서 그은 접선의 교점을 P 라 하자.
 $\angle APB = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 90°

② 95°

③ 105°

④ 110°

⑤ 120°

해설

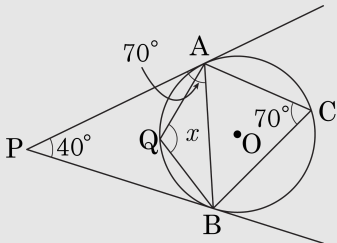
다음 그림과 같이 보조선을 이용하면

$\angle PAB = \angle PBA = 70^\circ (\because \overline{PA} = \overline{PB})$ 이고

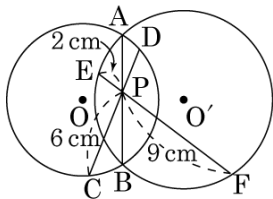
또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle PAB = \angle ACB = 70^\circ$

따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 110^\circ$ 이다.



22. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O'의 현 EF의 교점을 P라 하자. $\overline{PE} = 2\text{ cm}$, $\overline{PF} = 9\text{ cm}$, $\overline{PC} = 6\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



답:

cm



정답: 3cm

해설

$$\text{원 O에서 } \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

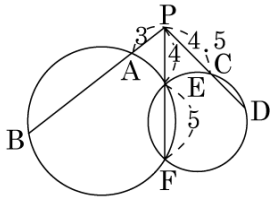
$$\text{원 O'에서 } \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$6 \times \overline{PD} = 2 \times 9$$

$$\therefore \overline{PD} = 3 \text{ (cm)}$$

23. 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 는 두 원의 공통현이고,
 $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$, $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일
 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 12.5

해설

원에서의 비례 관계에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$

$$3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5) \quad \therefore \overline{PB} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

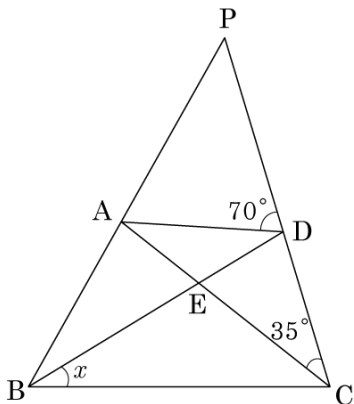
$$\text{또, } \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF} \text{ 에서 } \frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

24. 다음 그림에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이고 $\angle ADP = 70^\circ$, $\angle ACD = 35^\circ$ 일 때, x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



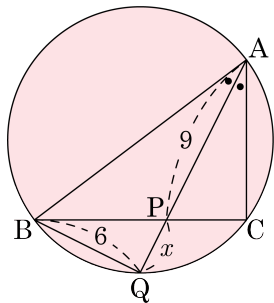
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이므로
 점 A, B, C, D 는 원 위의 점이다.
 $\square ABCD$ 는 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 110^\circ$
 $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$
 $\angle ABC = 70^\circ$
 또 $\angle ACD = \angle ABD = 35^\circ$ 이므로
 $x = 35^\circ$

25. 다음 그림에서 $\overline{AQ}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이
다. $\overline{AP} = 9$, $\overline{BQ} = 6$, $\overline{PQ} = x$ 일 때,
 $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{PQ} = 3$

해설

$\angle PBQ = \angle PAC$, $\angle PBQ = \angle BAQ$ 이므로 세 점 B, Q, P 는 한
원 위에 있고 $\overline{BQ}$ 는 접선이므로

$$\overline{BQ}^2 = \overline{QP} \times \overline{QA}, 6^2 = x(x+9), x = 3, -12, \therefore x = 3 (\because x > 0)$$