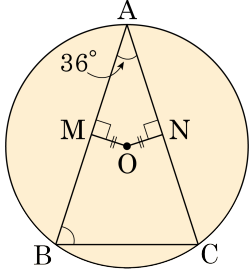


1. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle A = 36^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하면?



- ① 72° ② 73° ③ 74° ④ 75° ⑤ 76°

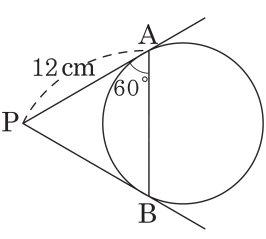
해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$

$$\angle B = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$$

2. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



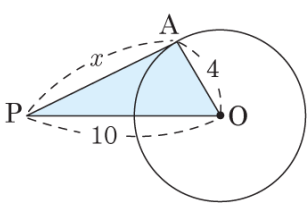
- ① $12\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ 6cm
 ④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

3. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?(단, $\overline{PA}$ 는 원 O 의 접선)

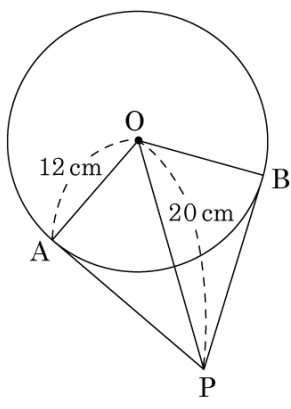
- ① $5\sqrt{3}$
- ② $3\sqrt{13}$
- ③ $4\sqrt{21}$
- ④ $4\sqrt{23}$
- ⑤ $9\sqrt{3}$



해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로
 $10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$
따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 원 O가 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 에 접한다고 할 때, $\square PAOB$ 의 둘레의 길이는?



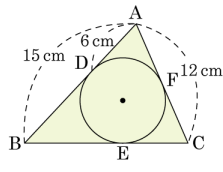
- ① 53 cm ② 54 cm ③ 55 cm
 ④ 56 cm ⑤ 57 cm

해설

$$\overline{AP} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16(\text{cm})$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{이므로 } 16 + 16 + 12 + 12 = 56(\text{cm})$$

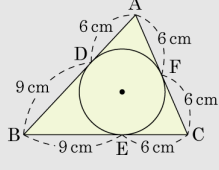
5. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 $\triangle ABC$ 와 그 내접원과 접점이다.
 $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



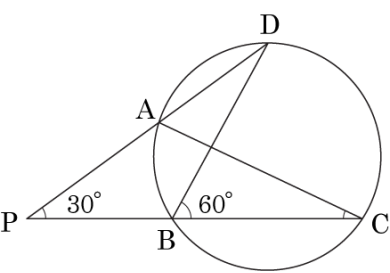
- ① 15cm ② 16cm ③ 17cm ④ 18cm ⑤ 19cm

해설

$$\overline{BC} = 9 + 6 = 15 (\text{cm})$$



6. 다음 그림과 같이 두 현 AD, BC의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle DPC = 30^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

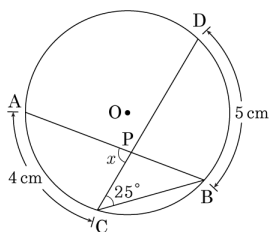


- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

5.0ptAB의 원주각으로 $\angle ACB = \angle ADB = x$ 라 하면 삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기와 합과 같으므로 $60^\circ = 30^\circ + \angle x$
 $\therefore \angle x = 30^\circ$

7. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5\text{ cm}$, $\angle DCB = 25^\circ$ 일 때, $\angle APC$ 의 크기는?



- ① 35° ② 45° ③ 55° ④ 65° ⑤ 75°

해설

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \angle ABC : \angle BCD$$

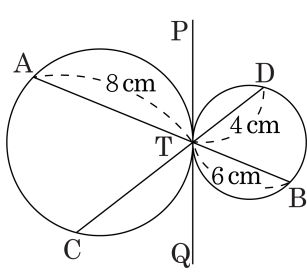
$$4 : 5 = \angle ABC : 25^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 20^\circ$$

$$\therefore \angle APC = \angle PBC + \angle PCB = 20^\circ + 25^\circ = 45^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{PQ}$ 가 두 원에 공통으로 접하는 접선일 때, $\overline{CT}$ 의 길이는?

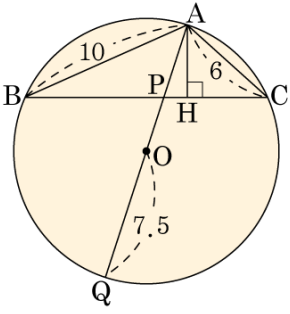
- ① $\frac{10}{3}$ cm
 ② 4cm
- ③ $\frac{14}{3}$ cm
 ④ $\frac{16}{3}$ cm
- ⑤ 6cm



해설

$$\begin{aligned} \angle TAC &= \angle TBD, \angle TCA = \angle TDB \\ 8 : 6 &= \overline{CT} : 4 \\ 6\overline{CT} &= 32 \\ \therefore \overline{CT} &= \frac{16}{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 외접원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

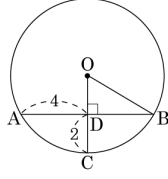


- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\triangle ABQ \sim \triangle AHC$ 이므로 $10 : \overline{AH} = 15 : 6$
 $10 \times 6 = 15\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = 4$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = 2$ 일 때, $\overline{OB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

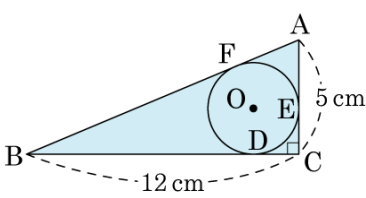
▷ 정답 : 5

해설

$\overline{OB} = x$ 라 하면 $\overline{OD} = x - 2$ 이고 $\overline{AD} = \overline{DB} = 4$ 이다.
($\therefore \overline{AB} \perp \overline{OD}$)

따라서, $x^2 = 4^2 + (x - 2)^2, x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4, 4x = 20$
 $\therefore x = 5$

11. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $BC = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 O의 반지름의 길이는?



- ① 0.5cm ② 1cm ③ 1.5cm
 ④ 2cm ⑤ 2.5cm

해설

□ODCE는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 5 - x$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 12 - x$$

$$\therefore \overline{AB} = 17 - 2x \cdots \textcircled{1}$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

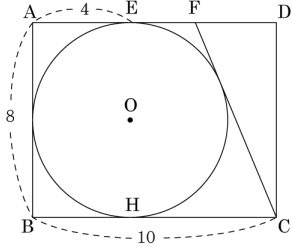
$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\therefore \overline{AB} = 13 (\because \overline{AB} > 0) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해 } 13 = 17 - 2x$$

$$\therefore x = 2$$

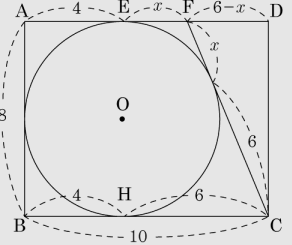
12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{CF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

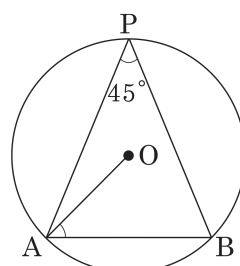
▷ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해
 $\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$
 $(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 8^2$
 $\therefore x = \frac{8}{3}$
 따라서 $\overline{CF} = \frac{26}{3}$

13. 다음 그림에서 $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $\angle OAB$ 의 크기는?

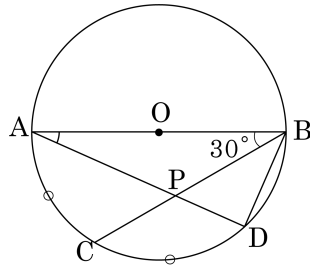


- ① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

점 O 와 B 에 보조선을 그으면
 $\angle AOB = 45 \times 2 = 90^\circ$,
 $\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = 45^\circ$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

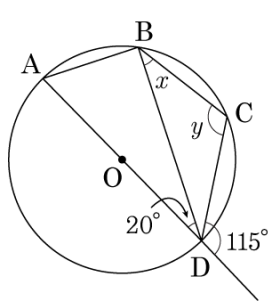


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD} \Rightarrow \angle ABC = \angle CBD = 30^\circ$
 또한 반원에 대한 원주각 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로
 $\therefore \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

15. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 1

▷ 정답 : 135°

해설

$$\angle ABD = 90^\circ \text{ 이므로 } 90^\circ + x^\circ = 115^\circ$$

$$\therefore x = 25^\circ$$

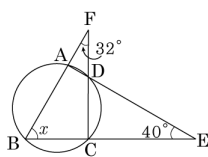
$$\triangle ABD \text{ 에서 } \angle BAD = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

$$\angle BAD + \angle BCD = 190^\circ \text{ 이므로 } y^\circ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore y = 110^\circ$$

$$\therefore x + y = 25^\circ + 110^\circ = 135^\circ$$

16. 다음 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

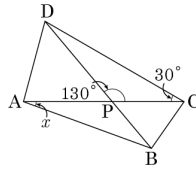
$$\angle x = \angle ADF = \angle CDE$$

$$\angle BAD = \angle x + 32^\circ = \angle DCE$$

$$\triangle DCE \text{ 에서 } \angle x + 32^\circ + \angle x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 54^\circ$$

17. 다음과 같은 사각형 □ABCD 는 원에 내접할 때, $\angle x$ 의 크기로 바른 것은?.

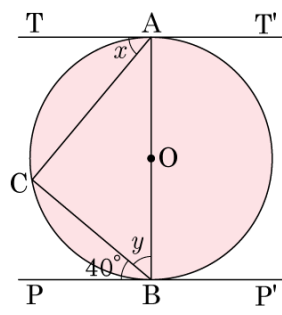


- ① 10° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\angle BAC = \angle BDC = 20^\circ$
 $\therefore \angle x = 20^\circ$

18. 다음 그림에서 점 A 와 점 B 가 원의 접점 이고, $\angle PBC = 40^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



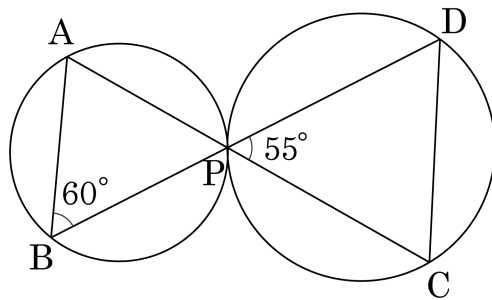
▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$\angle OBP = 90^\circ$
 $\therefore y = 50^\circ$
 $\angle x = \angle y = 50^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ$

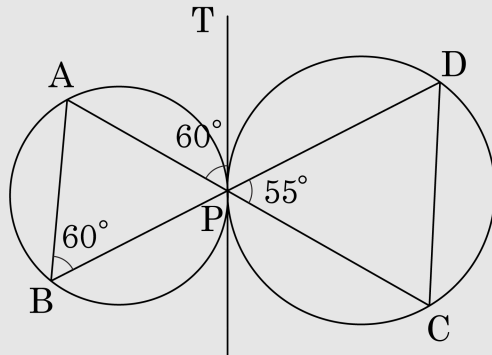
19. 다음 그림과 같이 외접하는 두 원의 접점을 지나는 두 선분이 원과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 65°

해설



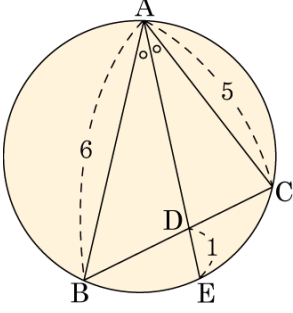
점 P 를 지나고 두 원에 공통인 접선 TP 를 그리면

$$\angle ABP = \angle APT = 60^\circ$$

$$\angle DPT = 180^\circ - (60^\circ + 55^\circ) = 65^\circ$$

$$\angle DPT = \angle ACD = 65^\circ$$

20. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{DE} = 1$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



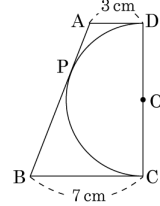
▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$\angle AEB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)
 $\overline{AD} = x$ 라 하면 $6 : x = x + 1 : 5$
 $6 \times 5 = x \times (x + 1), x^2 + x - 30 = 0$
 $(x - 5)(x + 6) = 0 \therefore x = 5$

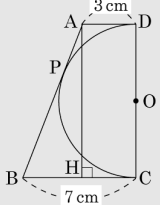
21. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O 위의 한 점 P에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

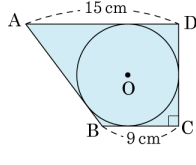
▷ 정답 : $5\sqrt{21}\text{cm}^2$

해설



$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$
 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm})$ 이다 .
따라서 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

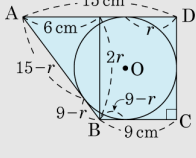
해설

반지름의 길이를 rcm 라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2 + (2r)^2, (24-2r)^2 = 36 + 4r^2$

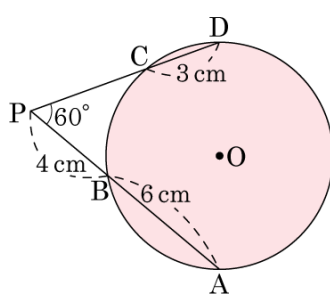
$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi (cm)$$



23. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 라고 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$, $\angle APD = 60^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $19\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{19\pi}{4}\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
 ④ $\frac{21\pi}{4}\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라고 하자.

원에서의 비례 관계에 의하여 $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 일 때, $\overline{PC} = x$ 라 하자.

$$(x+3) \times x = 10 \times 4$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0 \therefore x = 5\text{cm} = \overline{PC}$$

$\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$, $\angle APC = 60^\circ$ 이므로 $\angle ACP = 90^\circ$ ($\therefore$ 특수각의 성질) 즉, $\overline{AD}$ 가 원의 지름이다.

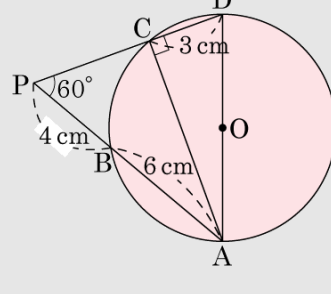
$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

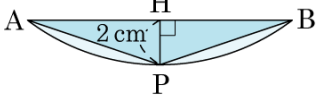
$$4r^2 = 75 + 9$$

$$\therefore r^2 = 21$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 21\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



24. 다음 그림에서 5.0pt $\widehat{AB}$ 는 만지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$
 ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
- ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$
 ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
- ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면 직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

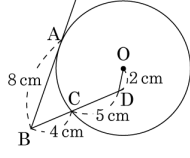
$$\begin{aligned} \overline{AH} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm}) \end{aligned}$$

이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm}$ 이고,

$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \sqrt{(\overline{AH}^2) + (\overline{HP}^2)} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm}) \end{aligned}$$

따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

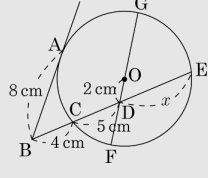
25. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A 에서 접선 AB 를 긋고 원의 내부의 한 점 D 와 점 B 를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = 5$, $\overline{OD} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{39}$

해설



$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BE}$$

$$64 = 4 \times (4 + 5 + x)$$

$$9 + x = 16 \quad \therefore x = 7$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{DG} = r + 2, \overline{DF} = r - 2$$

$$\overline{DG} \times \overline{DF} = \overline{DC} \times \overline{DE}$$

$$(r + 2)(r - 2) = 5 \times 7$$

$$r^2 = 35 + 4 = 39$$

$$\therefore r = \sqrt{39}$$