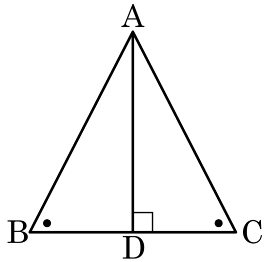
1. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

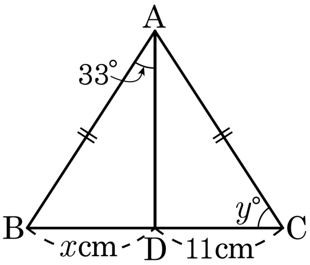
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33°$일 때, $x + y$의 값은?



① 48　② 58　③ 68　④ 78　⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

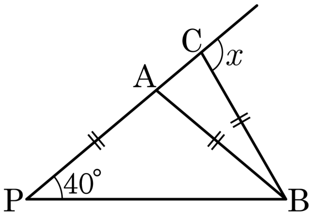
$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$$y = \frac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$$

$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

3. 다음 그림에서 $\angle P = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는? (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC}$)

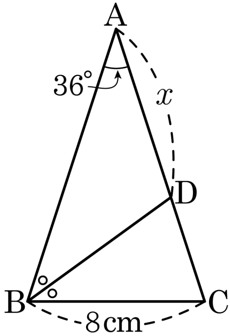


① 90° ② 95° ③ 100° ④ 105° ⑤ 110°

해설

$\triangle APB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle P = \angle ABP = 40°$
$\angle BAC = 40° + 40° = 80°$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = \angle BCA = 80°$
$\therefore \angle x = 180° - 80° = 100°$

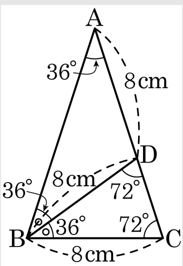
4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

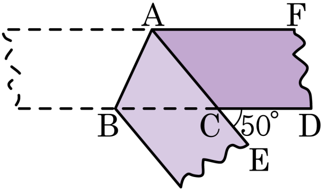


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle\mathrm{DCE} = 50°$ 일 때, $\angle\mathrm{ABC}$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 65°

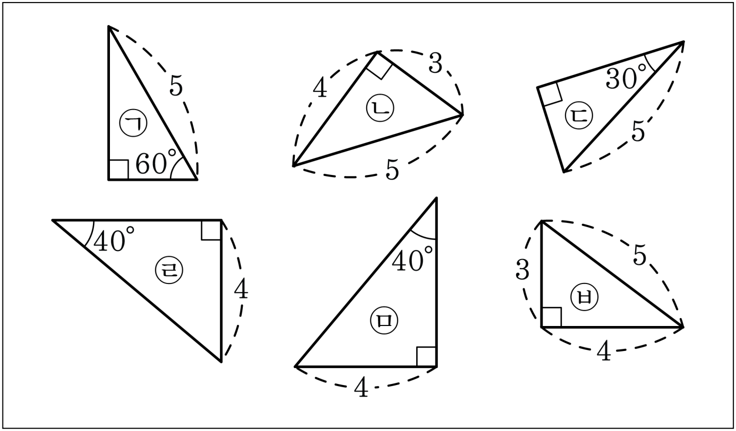
해설

$\angle\mathrm{FAC} = 50°$ ($\angle\mathrm{DCE}$와 동위각)

$$\angle\mathrm{BAC} = \frac{180° - 50°}{2} = 65°$$

$\therefore \angle\mathrm{ABC} = 180° - 50° - 65° = 65°$

6. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?



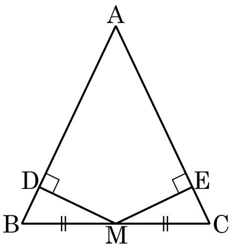
① ㉠과 ㉡　　② ㉠과 ㉢　　③ ㉡과 ㉤

④ ㉡과 ㉥　　⑤ ㉣과 ㉤

해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.
㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.
㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$

② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$

④ $\angle BDM=\angle CEM$

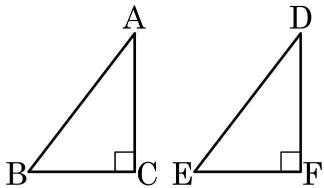
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B=\angle C$, $\angle BDM=\angle CEM=90°$, $\overline{BM}=\overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

8. 다음은 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 RHS합동임을 보이려는 과정이다. 보이기 위해 필요한 것들로 옳은 것은?



$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
$\boxed{}$
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)

① $\angle A = \angle B$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

② $\angle B = \angle E$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

③ $\angle B = \angle E$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

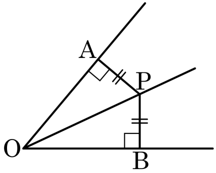
④ $\angle C = \angle F = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

⑤ $\angle C + \angle F = 360°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

두 직각삼각형, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 같아야 하므로,
(두 직각삼각형이다.) $\Rightarrow \angle C = \angle F = 90°$
(빗변의 길이가 같다) $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DE}$
(다른 한 변의 길이가 같다.)
$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{EF}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DF}$
따라서 필요한 것은
$\angle C = \angle F = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 또는 $\angle C = \angle F = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$이다.

9. 다음의 도형에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이면 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



(증명)
$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO=\angle PBO=90°$이고,
㉡ $\overline{PA}=\overline{PB}$이고, $\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동)이다.
그러므로 ㉣ $\angle POA=\angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

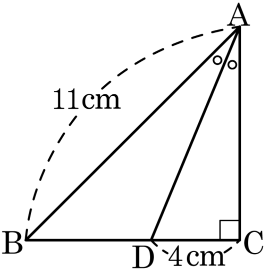
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO=\angle PBO=90°$이고, ㉡ $\overline{PA}=\overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ㉣ $\angle POA=\angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

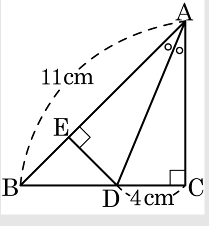
10. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분 선이$\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $22\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



점 D 에서$\overline{AB}$ 에 내린 수선 의 발을 E 라 하면

$\triangle ADC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통이고 $\angle DAC = \angle DAE$ 이므로

$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE} = \overline{DC}$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22\,(\text{cm}^2)$$