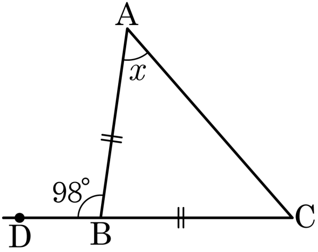
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 98°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



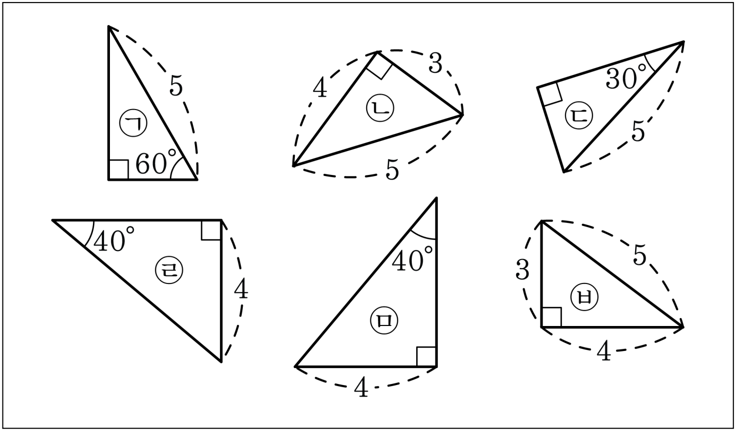
① 45° ② 47° ③ 49° ④ 51° ⑤ 53°

해설

$2 \times \angle x = 98°$

$\therefore \angle x = 49°$

2. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?



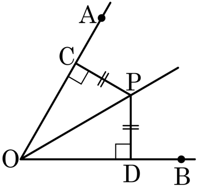
① ㉠과 ㉡　② ㉠과 ㉢　③ ㉡과 ㉤

④ ㉡과 ㉥　⑤ ㉣과 ㉤

해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.
㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.
㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

3. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?



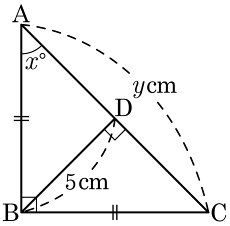
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$는 RHS 합동이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, x 의 값과 y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▶ 답 : ____cm

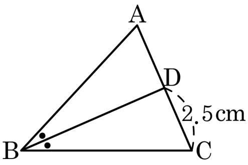
▷ 정답 : $x = 45°$

▷ 정답 : $y = 10\,\text{cm}$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle x = 45°$ 이므로 $x = 45$
$\triangle ADB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\triangle ADB$, $\triangle CDB$ 가 직각이등변삼각형이므로
$\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = 5\,(\text{cm})$ 이므로 $y = 10$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변 삼각형이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 4.2cm　② 4.4cm　③ 4.6cm

④ 4.8cm　⑤ 5cm

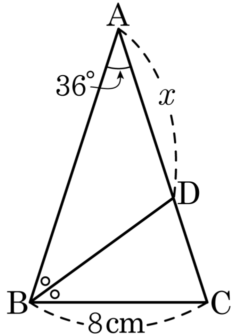
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{AD}$

따라서 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\text{cm})$

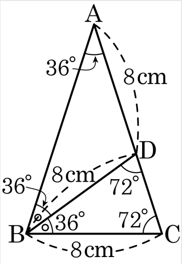
6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설



$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \dfrac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

7. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

$\triangle$ABC 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(가)}}$ $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠ $\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡ ㉠, ㉡에 의해서 $\boxed{\text{(라)}}$ 따라서 $\triangle$ABC 는 $\boxed{\text{(마)}}$ 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① (가) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

② (나) $\overline{AC}$

③ (다) $\angle C$

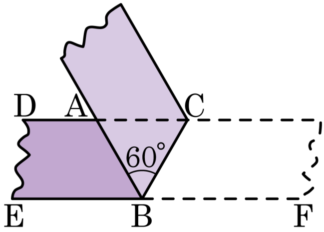
④ (라) $\angle A = \angle B = \angle C$

⑤ (마) 정삼각형

해설

$\triangle$ABC 에서 세 내각의 크기가 같으므로 ($\angle A = \angle B = \angle C$)
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\ \angle C\ )$이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle$ABC 는 (정삼각형)이다.

8. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 60°$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

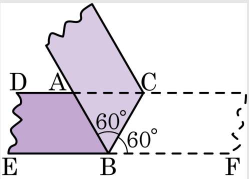
② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다.

③ $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = \angle CBF$ 이다.

⑤ $\angle DAB = 100°$ 이다.

해설



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\rightarrow$ $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 인 정삼각형이다.

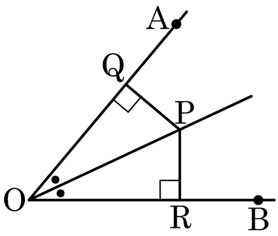
② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다. $\rightarrow$ $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 인 정삼각형이다.

③ $\angle ABC = \angle CBF = 60°$ (종이 접은 각)
$\angle CBF = \angle ACB = 60°$ (엇각) $\therefore \angle CAB = 60°$
$\triangle ABC$는 내각이 모두 $60°$인 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 60° - 60° = 60°$ 이다.
$\therefore \angle ABE = \angle CBF$

⑤ $\angle DAB = 100°$이다. $\rightarrow$ $\angle CAB = 60°$ $\therefore \angle DAB = 120°$

9. 다음 그림은 「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO = \angle PRO$

④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)

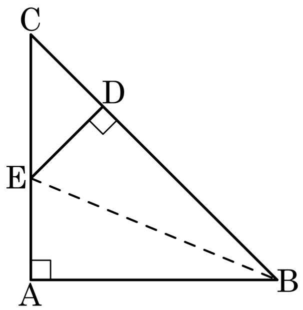
iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ ② $\angle DBE = \angle ABE$

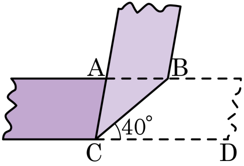
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$ ④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

11. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 100°

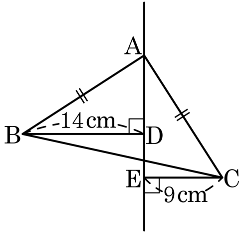
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

12. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



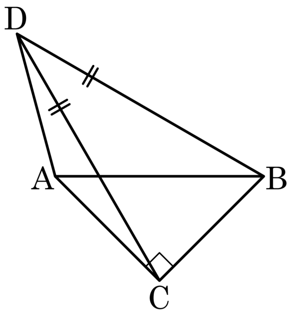
① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm ④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 9\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 외부에 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았다. $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.

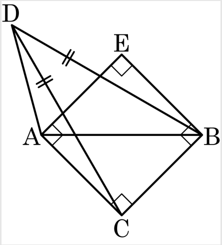


▶ 답 : °

▷ 정답 : 30 °

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 $\angle CBE = 90°$ 이 되도록 정사각형 ACBE 를 그리고 $\overline{DE}$ 를 긋는다.



$\triangle BCD$ 가 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle DCB = \angle BCD$

$\triangle DCB$ 와 $\square ACBE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AC} = \overline{BE}$,

$\angle ACD = 90° - \angle DCB = 90° - \angle DBC = \angle EBD$ 이므로 $\triangle DAC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\overline{DA} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다.

이때, $\angle CDB = x$ 라 하면 $\triangle CDB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DBC = \frac{1}{2}(180 - x) = 90 - \frac{x}{2}$

$\therefore$ $\angle DBE = 90 - \angle DBC = 90 - \left(90 - \frac{x}{2}\right) = \frac{x}{2}$

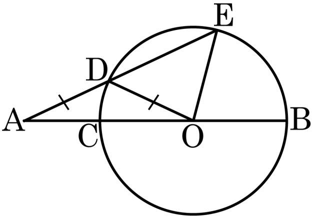
$\triangle DBE$ 에서 $\angle EDB = \angle EBD = \frac{x}{2}$ 이므로

$\angle ADC = \angle EDB = \frac{x}{2}$

$\angle ADE = 60$ 이므로 $\frac{x}{2} + x + \frac{x}{2} = 60$

$\therefore$ $x = \angle BDC = 30°$

14. 다음 그림의 원 O 에서 삼각형 AOD 는 $\angle$D 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = a : b$ 라 할 때 $a+b$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\angle\mathrm{DAO} = \alpha$ 라고 하면

$\triangle$DAO 가 이등변삼각형이므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 에 대한 중심각의 크기는 α 이고 $\angle\mathrm{EDO} = 2\alpha$

$\triangle$DOE 는 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{AEO} = 2\alpha$

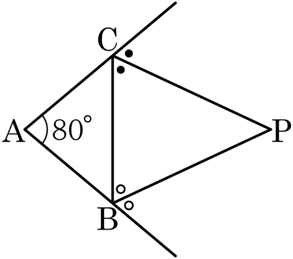
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$ 에 대한 중심각은 삼각형 AOE 의 외각이므로 그 크기는 $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ 이다.

따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = 1 : 3$

$\therefore\ a + b = 4$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 P 라고 하고, $\angle BAC = 80°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?



① 45°　　② 50°　　③ 55°　　④ 60°　　⑤ 65°

해설

$$90° - \frac{80°}{2} = 50°$$