1. 두 수 $1+2i$, $1-2i$를 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-5=0$ ② $x^2+2x+5=0$
③ $x^2+5x+2=0$ ④ $x^2-2x+5=0$
⑤ $x^2-5x+2=0$

해설
$\alpha+\beta=(1+2i)+(1-2i)=2$
$\alpha\beta=(1+2i)(1-2i)=5$
$\therefore x^2-2x+5=0$

2. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3　　② 0　　③ 2

④ 4　　⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

3. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b는 실수)

① 2　　② 5　　③ 8　　④ 10　　⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$에서

$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, a, b가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$이므로

$a^2 + b^2 = 5$

4. 이차방정식 $\sqrt{3}x^2 - (\sqrt{3} + 3)x + 3 = 0$의 두 근을 a, b라 할 때, $a \times b$의 값은?

① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$3x^2 - (3 + 3\sqrt{3})x + 3\sqrt{3} = 0$

$x^2 - (1 + 3)x + \sqrt{3} = 0$

$(x - 1)(x - \sqrt{3}) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = \sqrt{3}$

$\therefore a \times b = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$

5. x에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 근의 공식을 $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}$로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 -1, 2를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

① 0　　② $\frac{1}{2}$　　③ $\frac{2}{3}$　　④ 2　　⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서

두 근을 합하면 $-\frac{2b}{a}$이므로

$-\frac{2b}{a}=-1+2=1$이다.

따라서 준 식은 $-2bx^2+bx+c=0$이 되고

따라서 (두근의 합)$=-(-\frac{b}{2b})=\frac{1}{2}$

6. x의 이차방정식 $x^2+(a^2-a-12)x-a+3=0$ (a는 실수) 의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

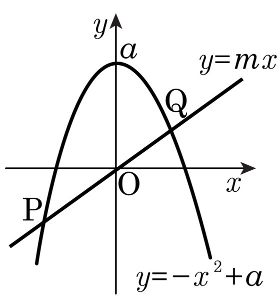
해설

두 근을 α, β라 할 때,

$\alpha+\beta=-(a^2-a-12)=0$, $\alpha\beta=-a+3<0$

$\therefore\ a=4$

7. 다음 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+a$의 그래프와 직선 $y=mx$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x좌표가 $\sqrt{5}-1$일 때, $a+m$의 값을 구하여라. (단, a , m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y=-x^2+a$ 와 $y=mx$ 가 만나는 두 점 P, Q 의 x 좌표는 방정식이 $-x^2+a=mx$ 의 근이다.
점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5}-1$이므로
방정식 $x^2+mx-a=0$의 한 근이 $\sqrt{5}-1$ 이다.
그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}-1$ 이다.
따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-m=\left(\sqrt{5}-1\right)+\left(-\sqrt{5}-1\right)=-2$
$-a=\left(\sqrt{5}-1\right)\left(-\sqrt{5}-1\right)=-4$
$\therefore a=4,\ m=2 \qquad \therefore a+m=6$

8. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+x-5$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하면?

① 최솟값 : $-\frac{9}{2}$　② 최댓값 : $-\frac{7}{2}$　③ 최솟값 : $\frac{9}{2}$
④ 최댓값 : $-\frac{9}{2}$　⑤ 최솟값 : -1

해설

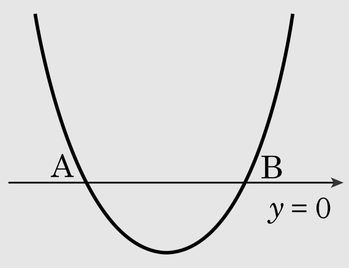
$y=-\frac{1}{2}x^2+x-5$
$=-\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{9}{2}$
따라서 $x=1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{9}{2}$ 를 가진다.

9. 이차함수 $y = x^2+ax+a$ 가 x 축과 두 점 A, B 에서 만날 때, $\overline{\mathrm{AB}} = 2\sqrt{3}$ 이 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

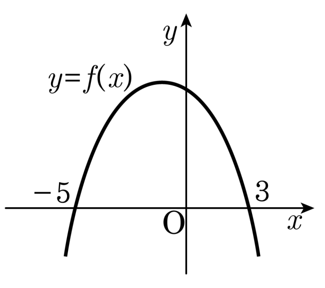
▷ 정답 : $a = 6$

해설



$\mathrm{A}(\alpha,\ 0)\ \mathrm{B}(\beta,\ 0)$ 이라고 하면 $(\therefore\ \alpha < \beta)$
$\alpha + \beta = -a$
$\alpha\beta = a$ 이므로
$(\therefore\ y = x^2 + ax + a)$
$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta\ = a^2 - 4a$
$\overline{\mathrm{AB}} = \beta - \alpha\ = 2\sqrt{3}$ 이므로
$a^2 - 4a = 12$
$(a - 6)(a + 2) = 0$
$\therefore\ a = -2,\ 6$

10. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right)=0$ 의 두 근의 합은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x)=a(x+5)(x-3)\ (a<0)$ 으로 놓으면

$$f\left(\frac{x-4}{2}\right)=a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right)=\frac{a}{4}(x+6)(x-10)$$ 이므로

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10)=0$ 에서

$x=-6$ 또는 $x=10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right)=0$ 의 두 근의 합은 4