1. 넓이가 $48\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형이 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

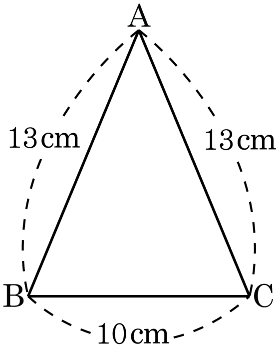
정삼각형의 넓이 $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 48\sqrt{3}$

$a^2 = 192$

$a = 8\sqrt{3}$ 이므로 정삼각형의 높이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12\ (\mathrm{cm})$ 이다.

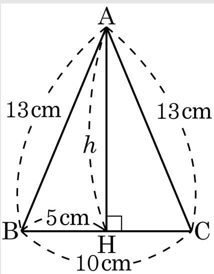
2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 60 cm^2

해설

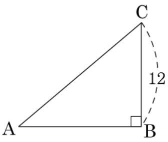


높이를 h라고 하면

$h = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$

$\therefore$ (넓이) $= 10 \times 12 \times \dfrac{1}{2} = 60(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BC} = 12$ 라고 한다. 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

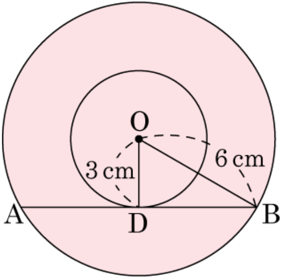
$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AC} \times \sin A$ 이다.

$\Rightarrow 12 = \overline{AC} \times \frac{4}{5}$, $\overline{AC} = 15$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



① $3\sqrt{3}$ cm   ② $4\sqrt{3}$ cm   ③ $6\sqrt{5}$ cm

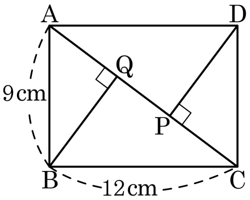
④ $3\sqrt{5}$ cm   ⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

5. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B , D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이를 구하여라.



① 5.0 cm ② 5.2 cm ③ 5.4 cm

④ 5.6 cm ⑤ 5.8 cm

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$\triangle ABC$ 에서

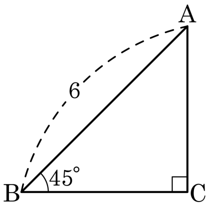
$\triangle AQB$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AQ}$

$\overline{AQ} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}$ (cm) 이다.

6. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ 12 ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\angle A = \angle B$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$

$\sqrt{2} \times \overline{BC} = 6$ 에서 $\overline{BC} = 3\sqrt{2}$

7. 다음 중 좌표평면 위의 점 P(1, 1) 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원의 내부에 있는 점의 좌표를 구하여라.

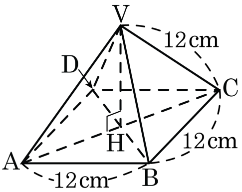
① A(2, 6)　② B(1, 4)　③ C(5, 1)
④ D(−2, −2)　⑤ E$(3,\ 1+\sqrt{2})$

해설

$\overline{PA} = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{26} > 3$, 점 A 는 원 외부에 있다.
$\overline{PB} = \sqrt{0^2+3^2} = \sqrt{9} = 3$, 점 B 는 원 위에 있다.
$\overline{PC} = \sqrt{4^2+0} = \sqrt{16} > 3$, 점 C 는 원 외부에 있다.
$\overline{PD} = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} > 3$, 점 D 는 원 외부에 있다.

$\overline{PE} = \sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} < 3$
따라서, 점 E 는 원의 내부에 있다.

8. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 12 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이가 모두 12 cm 인 사각뿔이 있을 때, 이 사각뿔의 부피를 구하면?



① $72\sqrt{2}\,\text{cm}^3$ ② $144\sqrt{2}\,\text{cm}^3$ ③ $288\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

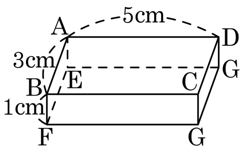
④ $\frac{144}{3}\sqrt{2}\,\text{cm}^3$ ⑤ $144\sqrt{3}\,\text{cm}^3$

해설

사각뿔의 높이는 $\sqrt{12^2-(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$V=12^2\times 6\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=288\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

9. 다음 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 A에서 모서리 BC, FG를 지나 꼭짓점 H까지 가는 최단거리는 ?

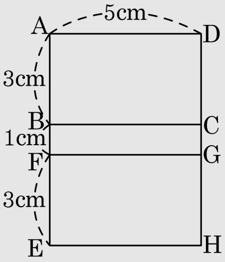


① $3\sqrt{37}$cm　② $\sqrt{37}$cm　③ $2\sqrt{37}$cm

④ $\sqrt{74}$cm　⑤ $2\sqrt{74}$cm

해설

$\overline{AH} = \sqrt{5^2 + (3+1+3)^2} = \sqrt{74}\,(\text{cm})$



10. 직선 $3x+4y-12=0$ 의 그래프가 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

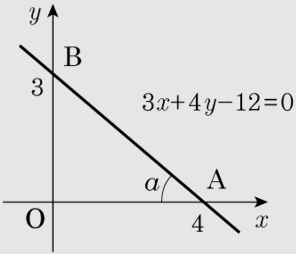
해설

위의 그림에서 $\overline{OA}=4,\ \overline{OB}=3$

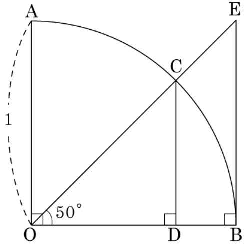
$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=16+9=25$

$\therefore\ \overline{AB}=5\ (\because\ \overline{AB}>0)$

따라서 $\sin a=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$ 이다.



11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\angle COD = 50°$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\sin 50° = \overline{CD}$　② $\cos 50° = \overline{OD}$　③ $\tan 50° = \overline{CD}$

④ $\cos 40° = \overline{CD}$　⑤ $\sin 40° = \overline{OD}$

해설

③$\tan 50° = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{OB}} = \dfrac{\overline{BE}}{1} = \overline{BE}$

12. $\sin(2x+30°) = \cos(3y-45°)$ 일 때, $4x-y$ 의 값을 구하면? (단, $0° < x < 30°$, $15° < y < 45°$)

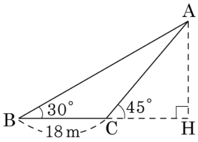
① $0°$ ② $\frac{15}{2}°$ ③ $18°$ ④ $30°$ ⑤ $45°$

해설

$\sin x = \cos x$ 인 $x = 45°$ 이다. 따라서 $2x+30° = 45°, 3y-45° = 45°$

$x = \frac{15}{2}$, $y = 30$ 이다. 따라서 $4x-y = 30° - 30° = 0°$ 이다.

13. 다음 그림에서 높이를 구하면?



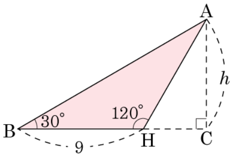
① $9\left(\sqrt{2}+1\right)$ m ② $9\left(\sqrt{2}-1\right)$ m ③ $9\left(\sqrt{3}+1\right)$ m

④ $9\left(\sqrt{3}+2\right)$ m ⑤ $9\sqrt{3}$ m

해설

$$\overline{AH}=\frac{18}{\tan(90°-30°)-\tan(90°-45°)}$$
$$=\frac{18}{\tan 60°-\tan 45°}$$
$$=\frac{18}{\sqrt{3}-1}$$
$$=\frac{18\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}=9\left(\sqrt{3}+1\right)\,(\mathrm{m})$$

14. 다음 $\triangle ABC$ 에서 높이 h는?



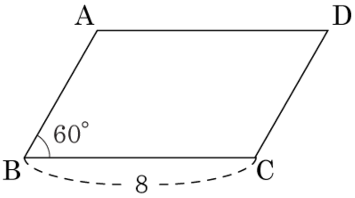
① $3\sqrt{3}$　② $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$　③ $4\sqrt{3}$　④ $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$　⑤ $5\sqrt{3}$

해설

$\angle BAH = 30°$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{AH} = 9$

$$h = \overline{AH} \cdot \sin 60° = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $36\sqrt{3}$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는?



① 32 ② 34 ③ 36 ④ 40 ⑤ 42

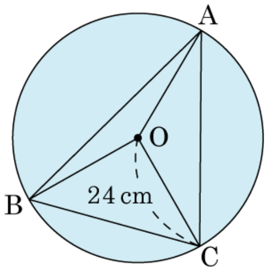
해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $x \times 8 \times \sin 60° = 36\sqrt{3}$

$x = 9$

따라서 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 9) = 34$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 24cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $264\left(2+\sqrt{3}\right)$

② $144\left(3+\sqrt{3}\right)$

③ $149\left(2+\sqrt{2}\right)$

④ $288\left(2+\sqrt{3}\right)$

⑤ $288\left(3+\sqrt{3}\right)$

해설

$\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이므로

$\angle BOC = 90°$, $\angle AOC = 120°$, $\angle AOB = 150°$

$(\triangle ABC$의 넓이$)$

$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle AOC$$

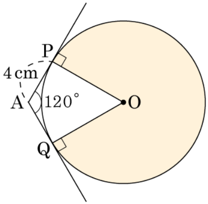
$$= \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin(180° - 150°) + \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin 90° + \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin(180° - 120°)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24^2 \times (\sin 30° + \sin 90° + \sin 60°)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24^2 \times \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 144\left(3+\sqrt{3}\right)\ (\mathrm{cm}^2)$$

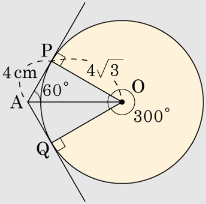
17. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.
$\overline{AP}=4\text{cm}$, $\angle PAQ=120°$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 40π $\underline{\text{cm}^2}$

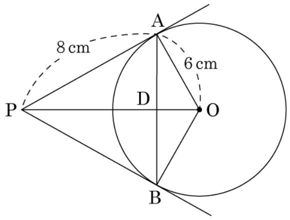
해설



$\overline{OP}=\sqrt{3}\times\overline{AP}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\text{부채꼴의 넓이})=\pi\times(4\sqrt{3})^2\times\dfrac{300°}{360°}=40\pi(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 6cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 10cm ② 9.6cm ③ 12cm

④ 12.4cm ⑤ 25cm

해설

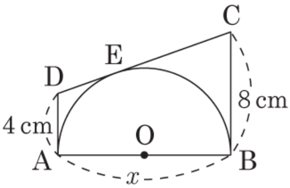
삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 10\text{cm}$ 이다.

또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 8 \times 6 = 10 \times \overline{AD}$ $\therefore \overline{AD} = 4.8\text{cm}$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = 9.6\text{cm}$ 이다.

19. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.

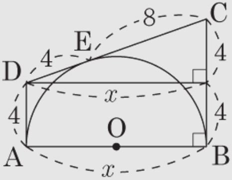


▶ 답 : ______ cm

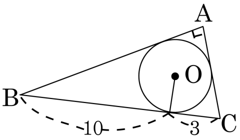
▷ 정답 : $8\sqrt{2}$ cm

해설

$$x = \sqrt{12^2 - 4^2}$$
$$= \sqrt{128}$$
$$= 8\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

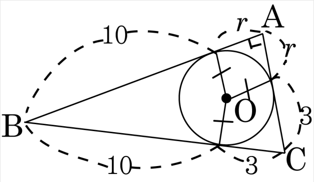


20. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원이고 △ABC 의 둘레의 길이는 30 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

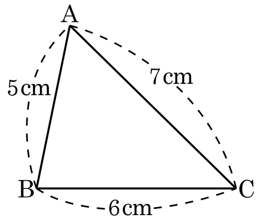


반지름의 길이를 r 이라 하면

$(10+r)+(3+r)+13=30$

$\therefore r=2$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

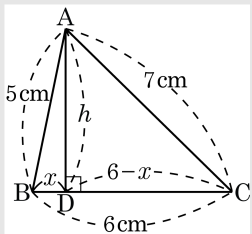


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 의 점 A 에서 대변 BC 에 수선을 그어 그 교점을 D 라고 하자



$\overline{AD} = h,\ \overline{BD} = x$ 라고 하면 $\overline{CD} = 6 - x$

$\triangle ABD$ 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle ACD$ 에서 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2$ 이므로

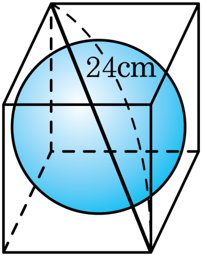
$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2$

$12x = 12,\ x = 1(\text{cm})$

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})\ (\because\ x > 0\ )$

$\therefore\ \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

22. 대각선의 길이가 24 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $256\sqrt{3}\pi$ $\underline{cm^3}$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면

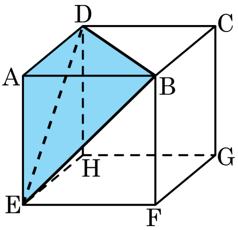
$\sqrt{3}x = 24$

$\therefore x = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

구의 반지름의 길이 : $8\sqrt{3} \div 2 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times (4\sqrt{3})^3 = 256\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

23. 한 모서리의 길이가 $4\,\text{cm}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A – DEB 의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $24 + 8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

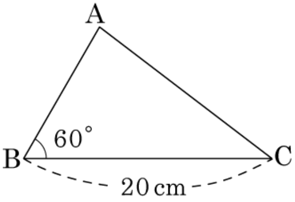
해설

$\triangle$DEB 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로

$$(\triangle\text{DEB의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

$$\therefore\ (\text{A – DEB의 겉넓이}) = 3\triangle\text{ABE} + 8\sqrt{3}$$
$$= 24 + 8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 20\,\mathrm{cm}$, $\angle B = 60°$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $60\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{19}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 20 \times \overline{AH} = 60\sqrt{3}$ 이다.

$\therefore\ \overline{AH} = 6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \overline{AH} \cdot \tan 30° = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 6\ (\mathrm{cm})$$

$\therefore\ \overline{CH} = 20 - 6 = 14\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ACH$ 에서

$\overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 14^2} = 4\sqrt{19}\ (\mathrm{cm})$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

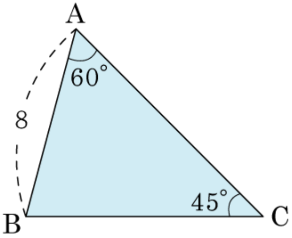
① $24 + 4\sqrt{3}$

② $24 + 8\sqrt{3}$

③ $48 + 4\sqrt{3}$

④ $48 + 8\sqrt{3}$

⑤ $48 + 16\sqrt{3}$



해설

$\overline{AH} = 8\cos 60° = 4$

$\overline{BH} = \overline{CH} = 8\sin 60° = 4\sqrt{3}$

$\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 4 + 4\sqrt{3}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 8 \times \left(4 + 4\sqrt{3}\right) \times \sin 60° =$

$24 + 8\sqrt{3}$ 이다.