1. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $\mathrm{A}(2,\ p)$, $\mathrm{B}(q,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2,\ p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ $\therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8 - 2}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b$ $\therefore$ $b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$ 이다.

2. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

(가) $y = \frac{1}{2}x^2$
(나) $y = -2x^2$
(다) $y = 2x^2$
(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.

② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.

③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.

④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
③ $|a|$가 작을 수록 폭이 넓다.
④ a 의 부호가 반대이면 x축 대칭이다.
⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

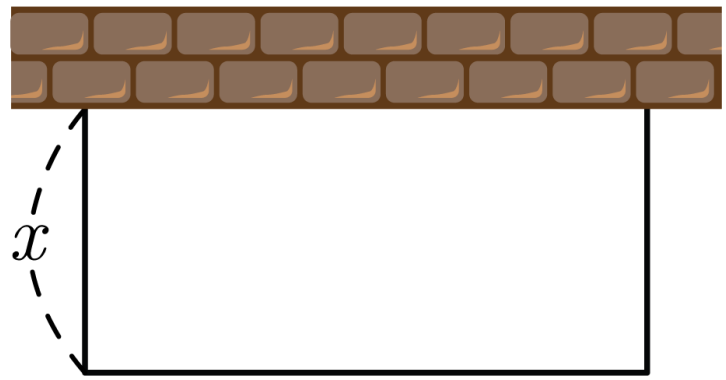
3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3 , -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x-2)^2 + q$ 이고,
$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,
$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서
$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로
$y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

4. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.
넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



① 6m ② 8m ③ 10m ④ 12m ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로의 길이를 $20-2x$ 라고 하면,

$$y = x(40-2x)$$
$$= -2x^2 + 40x$$
$$= -2(x-10)^2 + 200$$

$x = 10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각 $(-8, 16)$, $(8, 16)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \le x \le 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 -8, -7, $\cdots$, 7, 8 의 17 개가 있다. 따라서

x 좌표가 -8 일 때 : 1 개

x 좌표가 -7 일 때 :

y 좌표는 13 부터 16 까지이므로 4 개

x 좌표가 -6 일 때 :

y 좌표는 9 부터 16 까지이므로 8 개

x 좌표가 -5 일 때 :

y 좌표는 7 부터 16 까지이므로 10 개

x 좌표가 -4 일 때 :

y 좌표는 4 부터 16 까지이므로 13 개

x 좌표가 -3 일 때 :

y 좌표는 3 부터 16 까지이므로 14 개

x 좌표가 -2 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 -1 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 0 일 때 : 1 개

$\therefore\ 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)