

1. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0)$ 라고 가정하면

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

2. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

3. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y + 4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

4. 두 함수 $y = \frac{5x+1}{3x-2}$, $y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선이 일치할 때,
 $a+b$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$y = \frac{5x+1}{3x-2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = \frac{2}{3}, y = \frac{5}{3} \text{ 이고,}$$

$y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = -\frac{b}{2}, y = \frac{a}{2} \text{ 이다.}$$

이 때, 두 그래프의 점근선이 일치하므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{b}{2}, \frac{5}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore a+b=2$$

5. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 있다. 이 함수의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건은?

① $a - d = 0$

② $a + d = 0$

③ $ad = 1$

④ $ad = -1$

⑤ $ad - bc = 0$

해설

$$\begin{aligned} y = \frac{ax+b}{cx+d} &= \frac{\frac{a}{c}(cx+b) - \frac{ab}{c} + b}{cx+d} \\ &= \frac{\frac{b}{c}(c-a)}{cx+d} + \frac{a}{c} = \frac{b(c-a)}{c(cx+d)} + \frac{a}{c} \end{aligned}$$

주어진 분수함수의 점근선은

$$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \text{ 이므로}$$

그래프는 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 에 대하여 대칭이다. 이때, 이 분수함수의

그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 은 직선

$y = x$ 위에 있다.

$$\therefore \frac{a}{c} = -\frac{d}{c}, a = -d$$

$$\therefore a + d = 0$$