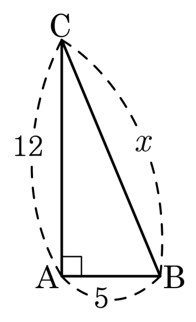
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



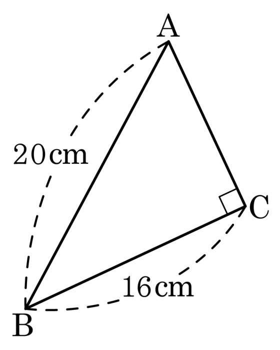
$\overline{AC^2}+\overline{AB^2}=\overline{\boxed{\quad ㄱ \quad}}^2$ $x^2=5^2+12^2=\boxed{\quad ㄴ \quad}$ $x>0$ 이므로, $x=\boxed{\quad ㄷ \quad}$

① $\overline{AB}$, 144 , −13
② $\overline{AB}$, 144 , 13
③ $\overline{BC}$, 169 , −13
④ $\overline{BC}$, 169 , 13
⑤ $\overline{BC}$, 196 , −13

해설

$\overline{AC^2}+\overline{AB^2}=\overline{BC^2}$,$x^2=5^2+12^2=169$
$x>0$ 이므로, $x=13$

2. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2 ② 94cm^2 ③ 96cm^2

④ 98cm^2 ⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 - \overline{\mathrm{BC}}^2$

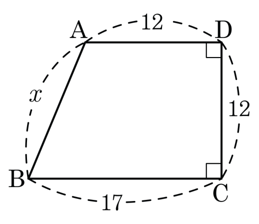
$\overline{\mathrm{AC}}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{\mathrm{AC}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

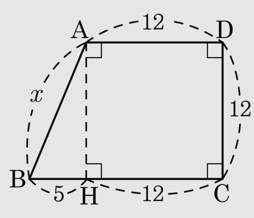
3. 다음 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

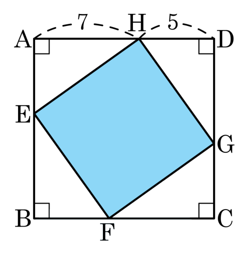


점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 내려 그 점을 H 라 하면, $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2$

$\therefore\ \overline{AB} = 13$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



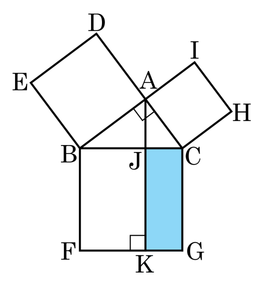
▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

5. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA ② □BFKJ

③ □ACHI ④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

6. 세 변의 길이가 각각 n, $n+1$, $n+2$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, n 의 값을 구하여라.

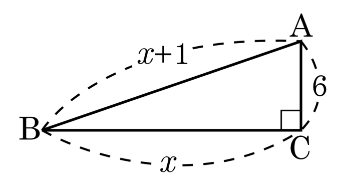
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$n+2$ 가 가장 긴 변이므로
$n^2+(n+1)^2=(n+2)^2$
$n^2+n^2+2n+1=n^2+4n+4$
$n^2-2n-3=0$, $(n+1)(n-3)=0$
$n>0$ 이므로 $n=3$

7. △ABC 에서 적절한 x 값을 구하면?



① 16　② 16.5　③ 17　④ 17.5　⑤ 18

해설

$(x+1)^2 = x^2 + 6^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 36$

$2x = 35$

$\therefore x = 17.5$

8. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

① 2cm, 3cm, 4cm− 둔각삼각형

② 6cm, 8cm, 10cm− 직각삼각형

③ 6cm, 7cm, 9cm− 예각삼각형

④ 5cm, 12cm, 13cm− 직각삼각형

⑤ 4cm, 5cm, 6cm− 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때
$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형
$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형
$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형
⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

9. 세 변의 길이가 6 , 8 , a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위는? (단, $a > 8$)

① $8 < a < 14$　② $9 < a < 14$　③ $10 < a < 14$
④ $a > 9$　⑤ $a > 10$

해설
$a^2 > 8^2 + 6^2$
$a^2 > 100$
$a > 0$ 이므로 $a > 10$
따라서 $10 < a < 14$ 이다.

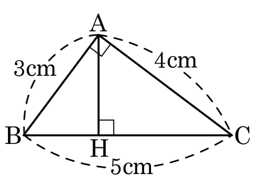
10. 세 변의 길이가 각각 9, 12, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 는 모두 몇 개인가? (단, $a > 12$)

① 1개　　② 2개　　③ 3개　　④ 4개　　⑤ 5개

해설

ⅰ) 삼각형이 될 조건 : $12 - 9 < a < 9 + 12$
그런데 $a > 12$
$\therefore\ 12 < a < 21$
ⅱ) 둔각삼각형일 조건 : $a^2 > 12^2 + 9^2$
$\therefore\ a > 15$
ⅰ), ⅱ) 에 의해서 $15 < a < 21$

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

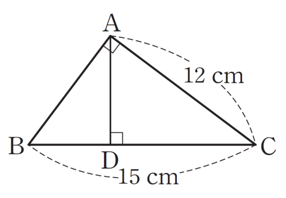
해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \frac{16}{5}$

12.

오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{5}$cm

해설

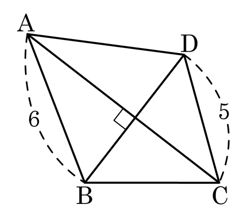
$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \quad \therefore \overline{AB} = 9\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$이므로

$9 \times 12 = \overline{AD} \times 15 \quad \therefore \overline{AD} = \frac{36}{5}\,(\text{cm})$

13. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?



① 11 ② 30 ③ 41

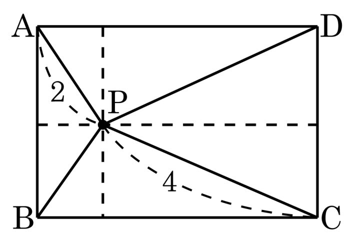
④ 56 ⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$

14. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}} = 2$, $\overline{\mathrm{CP}} = 4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

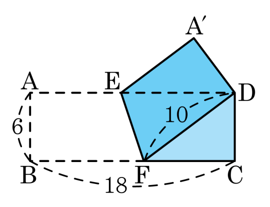


① 15　② 20　③ 25　④ 30　⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2} + \overline{\mathrm{DP}^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이는?



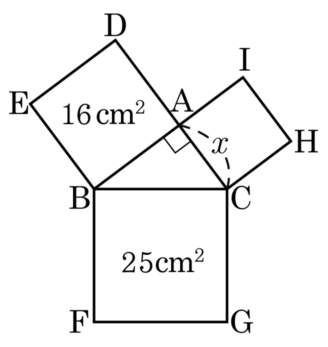
① 10　　② 12　　③ 14　　④ 16　　⑤ 18

해설

$\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{FD}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BF}} = 10$

16. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값을 구하여라.

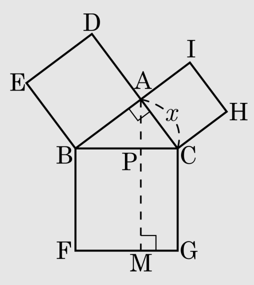


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

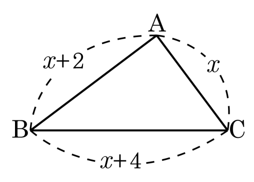
해설

$\overline{BC}$ 와 수직인 $\overline{AM}$ 을 그을 때 $\overline{BC}$ 와의 교점을 P 라고 하면, □BFMP = □EBAD, □PMGC = □IACH 이다.



□PMGC $= 25\,\text{cm}^2 - 16\,\text{cm}^2 = 9\,\text{cm}^2 =$ □ACHI 이다. 그러므로 $x = 3\,\text{cm}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 세 변이 각각 x, $x+2$, $x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 x 가 양수이어야 한다.

$x > 0$

$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$

$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$x = 6$ 또는 -2

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이 된다.

18. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2+4, 4a, a^2-4$ 인 삼각형은 $\boxed{}$삼각형이다.

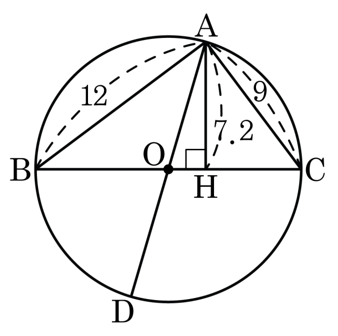
▶ 답 :

▷ 정답 : 직각

해설

$a^2+4-4a=(a-2)^2$
$a^2-4 \neq 0$이므로$a \neq \pm 2$
$(a-2)^2>0$
따라서 가장 긴 변의 길이는 a^2+4 이다.
$(a^2+4)^2=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉠
$(4a)^2+(a^2-4)^2$
$=16a^2+a^4-8a^2+16$
$=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉡
㉠ = ㉡이므로 직각삼각형이다.

19. 다음 그림에서 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 $\overline{AD}$ 는 지름이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{AH} = 7.2$ 일 때, 이 원의 지름을 구하여라.



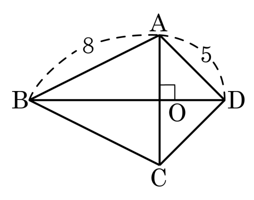
▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$12 \times 9 = 7.2 \times \overline{BC}$, $\overline{BC} = 15$

20. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



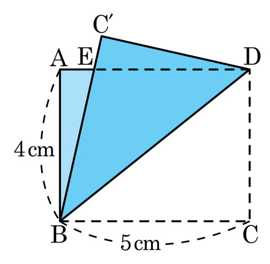
▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 C′ , 변 BC′ 와 변 AD 의 교점을 E 라고 할 때, 옳은 것은 ?



① $\angle ABE + \angle EBD = \angle CBD$

② $\overline{AB} + \overline{AE} = \overline{DE}$

③ $\triangle BDE$ 는 정삼각형

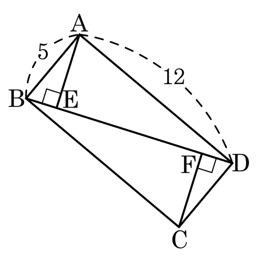
④ $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

⑤ $\angle DBE = \angle BDC'$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle C'DE$ 이므로 $\angle ABE = \angle C'DE$ 가 성립한다. 따라서 $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

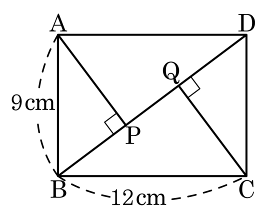
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE},\ \overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

23. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,

$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.

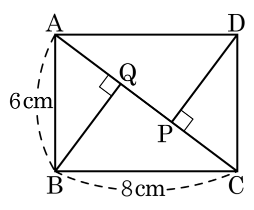
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로

$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서

$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 8.64 cm^2

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \frac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$

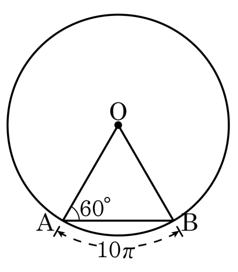
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

$\overline{BQ} = \frac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\angle\mathrm{OAB} = 60^\circ$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle\mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{AOB} = 60^\circ$ 이고,

$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \dfrac{60^\circ}{360^\circ} = 10\pi,\ \overline{\mathrm{OA}} = 30$

점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

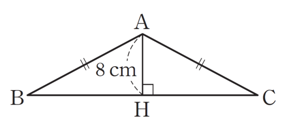
$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$

$\overline{\mathrm{AH}} = 15$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

26.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 높이가 8 cm이고 넓이가 120 cm^2일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 64cm

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$에서 $120=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 8$

$\therefore\ \overline{BC}=30\,(cm)$

$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 30=15\,(cm)$

△ABH에서 $\overline{AB}^2=\left(\frac{30}{2}\right)^2+8^2=289$

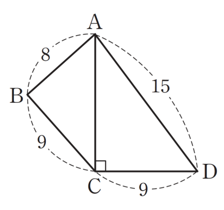
$\therefore\ \overline{AB}=17\,(cm)$

∴ (△ABC의 둘레의 길이)

$=17+30+17=64\,(cm)$

27.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

28. 좌표평면 위의 두 점 $P(3,\ 4)$, $Q(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$\overline{PQ}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$$
$$= (x-3)^2 + 64 = 100$$

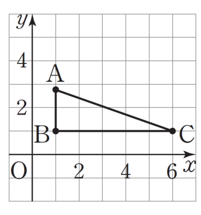
$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

29.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

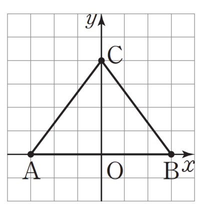
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

30.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

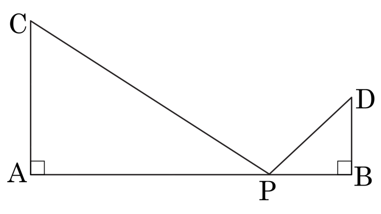
$\triangle AOC$에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

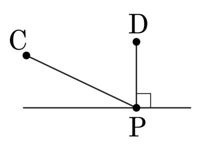
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

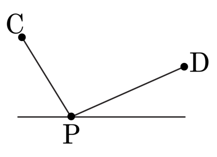
31. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



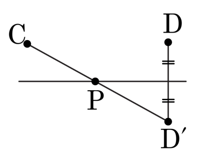
①



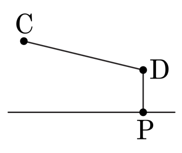
②



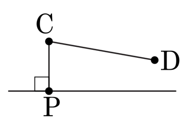
③



④



⑤

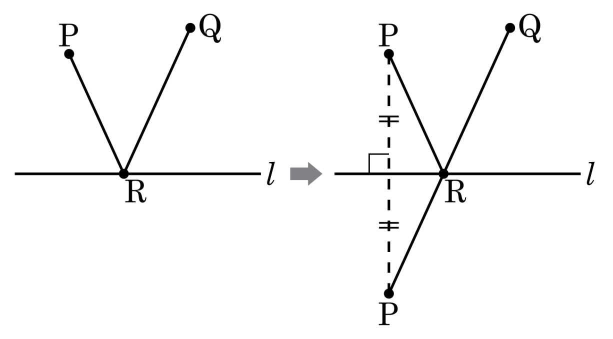


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

32. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\square$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\square$가 직선 l과 만나는 점을 $\square$로 잡는다.



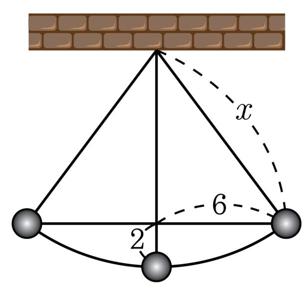
① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

33. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

피타고라스 정리에 따라

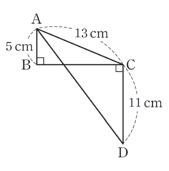
$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

34.

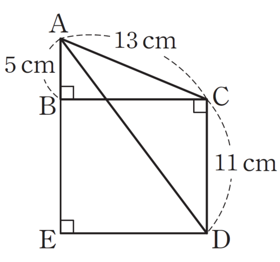
오른쪽 그림에서 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 13$ cm, $\overline{CD} = 11$ cm 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20cm

해설



$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

$\therefore \overline{BC} = 12$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면

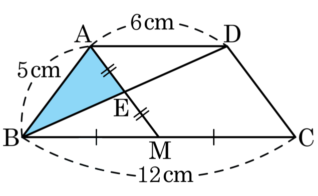
$\triangle AED$ 에서 $\overline{ED} = \overline{BC} = 12$ cm,

$\overline{AE} = 5 + 11 = 16$ (cm) 이므로

$\overline{AD}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$

$\therefore \overline{AD} = 20$ (cm)

35. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle$AEB 의 넓이를 구하여라.

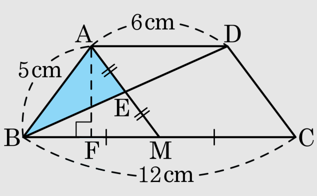


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,cm^2$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

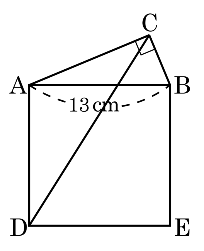


$\overline{BF} = 3\,cm$ 이므로 $\overline{AF} = 4\,cm$

따라서 $\triangle$ABM 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(cm^2)$ 이다.

이 때, $\triangle$AEB 의 넓이는 $\triangle$ABM 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle$AEB 의 넓이는 $6cm^2$ 이다.($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

36. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

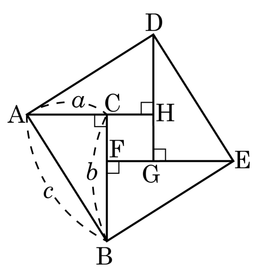


① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$
④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

37. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

38. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

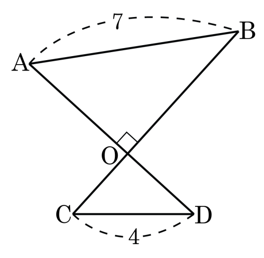
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB}=7$, $\overline{CD}=4$ 일 때, $\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



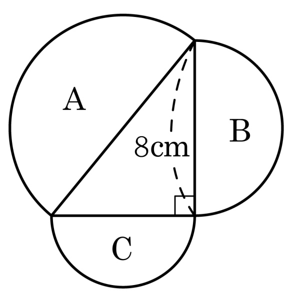
▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$
$=\left(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2\right)+\left(\overline{OC}^2+\overline{OD}^2\right)$
$=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$
$=7^2+4^2$
$=65$

40. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $\mathrm{A} = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

41. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

▶ 답: 인치

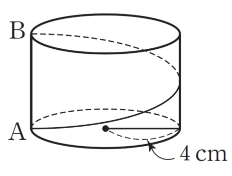
▷ 정답: 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12인치, 세로의 길이는 9인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

42.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm인 원기둥의 점 A에서 출발하여 옆면을 따라 점 B까지 가는 최단 거리가 $\frac{25}{3}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.



▶ 답 :

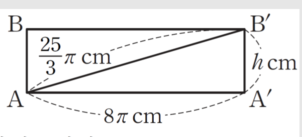
▷ 정답 : $\frac{7}{3}\pi$ cm

해설

밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times4=8\pi$ (cm)

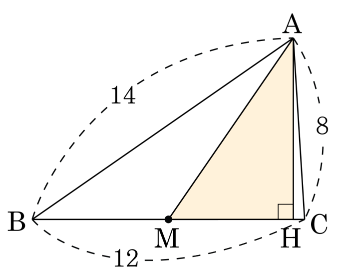
원기둥의 높이를 h cm 라 하면 오른쪽 그림의 전개도에서



$h^2=\left(\frac{25}{3}\pi\right)^2-(8\pi)^2=\frac{49}{9}\pi^2 \quad \therefore\ h=\frac{7}{3}\pi$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{7}{3}\pi$ cm 이다.

43. 다음 그림 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$일 때, 색칠한 도형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2805}{16}$

해설

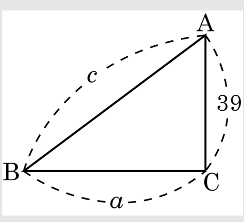
$\overline{CH} = x$라 하면 $\overline{BH} = 12 - x$이고
두 직각삼각형에서 $\overline{AH}$가 공통이므로
$8^2 - x^2 = 14^2 - (12 - x)^2$
$\therefore x = \frac{1}{2}$
$\overline{CM} = 6$이므로 $\overline{MH} = \frac{11}{2}$
$\overline{AH} = 8^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{255}{4}$
$\therefore \triangle AMH = \frac{1}{2} \times \frac{11}{2} \times \frac{255}{4} = \frac{2805}{16}$

44. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.
(단, a, c 는 자연수이다.)
$c^2 = 39^2 + a^2$, $c^2 - a^2 = 39^2$
$(c-a)(c+a) = 3^2 \times 13^2$
그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a > c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면
$(c+a,\ c-a) = (13^2,\ 3^2),\ (13^2 \times 3,\ 3),$
$(13 \times 3^2,\ 13),\ (13^2 \times 3^2,\ 1)$
이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는
$c + a = 13 \times 3^2$, $c - a = 13$ 이다.
$\therefore\ a = 52,\ c = 65$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은
$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014$ 이다.

45. 길이가 5, 6, 7, 8, 9 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 예각삼각형일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{10}$

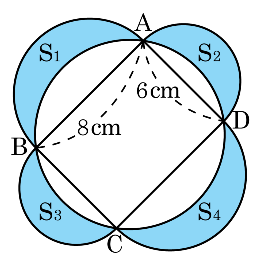
해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (가지) 이다.

이 중 예각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 7), (5, 7, 8), (5, 8, 9), (6, 7, 8), (6, 7, 9), (6, 8, 9), (7, 8, 9) 의 7 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

46. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.



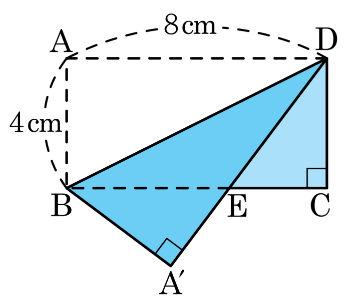
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{\text{BD}}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
S_1+S_2는 $\triangle$ABD의 넓이와 같고, S_3+S_4 는 $\triangle$BCD의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
$8\times6=48(\text{cm}^2)$

47. 가로의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가$4\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때,$\overline{\mathrm{EC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle$DCE 와 $\triangle$BA′E 에서
$\angle \mathrm{DCE} = \angle \mathrm{BA'E} = 90°$
$\angle \mathrm{BEA'} = \angle \mathrm{DEC}$(맞꼭지각)
$\overline{\mathrm{BA'}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\triangle \mathrm{DCE} \equiv \triangle \mathrm{BA'E}$
따라서 $\overline{\mathrm{EC}} = x(\,\mathrm{cm})$ 일 때,
$\overline{\mathrm{A'E}} = x\,\mathrm{cm}$,$\overline{\mathrm{BE}} = 8 - x(\,\mathrm{cm})$
$(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$
따라서 $x = 3\,\mathrm{cm}$ 이다.