

1. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$x^4 = 16$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 16 = 0$  에서  
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$   
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$   
 $\therefore x = \pm 2$  또는  $x = \pm 2i$   
 $\therefore$  모든 해의 합은  $(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$

2. 방정식  $(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 에서  
 $x^4 + 4x^2 + 4 - 6x^2 - 7 = 0$   
 $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$   
 $x^2 = t$ 로 치환하면  
 $t^2 - 2t - 3 = 0, (t - 3)(t + 1) = 0$   
 $\therefore t = 3$  또는  $t = -1$   
( i )  $x^2 = 3$  일 때,  $x = \pm \sqrt{3}$   
( ii )  $x^2 = -1$  일 때,  $x = \pm i$   
( i ), ( ii )에서 실근의 합을 구하면  
 $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$

3. 삼차방정식  $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이  $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면  
 $(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$   
이 식을 정리하면  
 $(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$   
무리수가 서로 같은 조건에 의하여  
 $260 - 26m = 0$ ,  $160 - 16m = 0$   
따라서,  $m = 10$   
계수가 유리수인 방정식이므로  $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면  $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.  
나머지 한 근을  $\alpha$ 라고 하면 근과 계수와의 관계에서  
 $(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
 $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉠}$ 에서  $\alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$   
 $\textcircled{㉡}$ 에서  $8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$   
 $\textcircled{㉢}$ 을  $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면  $8(m - 8) = 2m - 4$   
 $\therefore m = 10$

4. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$  의 한 근이  $2-i$  일 때, 실수  $a^2 + b^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$  의 세 근:  $2-i, 2+i, \alpha$

세 근의 합:  $-a = 4 + \alpha \cdots \textcircled{1}$

세 근의 곱:  $-5 = (2+i)(2-i)\alpha = 5\alpha$

$\therefore \alpha = -1$ ,  $\textcircled{1}$ 식에 대입하면  $a = -3$

$b = (2+i)(2-i) + (2+i) \cdot (-1) + (2-i) \cdot (-1) = 5 - 4 = 1$

$\therefore a^2 + b^2 = 10$

5.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?  
(단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켤레복소수이다.)

|                                                       |                                                    |
|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $\omega^6 = 1$               | <input type="checkbox"/> $\omega^2 = \bar{\omega}$ |
| <input type="checkbox"/> $\omega + \bar{\omega} = -1$ | <input type="checkbox"/> $\omega^2 + \omega = -1$  |

- ☐ ☐, ☐
☐ ☐, ☐
☐ ☐, ☐, ☐
- ☐ ☐, ☐, ☐
☒ ☐, ☐, ☐, ☐

해설

$x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이  $\omega$ 이므로,  
 $\omega^3 = 1, (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$   
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$  켤레근  $\bar{\omega}$ 일 경우도  
 $\bar{\omega}^3 = 1, \bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$   
☐  $\omega^3 = 1, (\omega^3)^2 = 1 \rightarrow (\bigcirc)$   
☐  $\omega + \bar{\omega} = -1,$   
 $\bar{\omega} = -1 - \omega = -(\omega + 1)$   
 $\omega^2 + \omega + 1$ 을 이용.  
 $\omega + 1 = -\omega^2$ 이므로  $\bar{\omega} = \omega^2 \rightarrow (\bigcirc)$   
☐ 두 근  $\omega, \bar{\omega}$ 의 합은  
 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근의 합이므로  
 $\omega + \bar{\omega} = -1$   
☐  $\omega^2 + \omega + 1 = 0,$   
 $\omega^2 + \omega = -1 \rightarrow (\bigcirc)$