1. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ -3 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉡ $\sqrt{9}$ 의 제곱근은 ± 3 이다.

㉢ $\sqrt{25}$ 는 $\pm\sqrt{5}$ 와 같다.

㉣ 제곱근 10 은 $\sqrt{10}$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{9}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
㉢ $\sqrt{25}$ 는 5 와 같다.

2. $\sqrt{10+x}$ 의 값이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\sqrt{10+x}=4$

$\therefore x=6$

3. 다음 보기 중 순환하지 않는 무한소수는 모두 몇 개인가?

$\frac{\sqrt{16}}{3}$, $\sqrt{7}-4$, 3.14 , $0.2\dot{3}$, $-\sqrt{0.01}$, $\sqrt{49}$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다. 즉 무리수가 몇 개인지 고르면 된다.

$\frac{\sqrt{16}}{3}=\frac{4}{3}$ (유리수), $\sqrt{7}-4$ (무리수),

3.14 (유리수), $0.2\dot{3}$ (유리수),

$-\sqrt{0.01}=-0.1$ (유리수), $\sqrt{49}=7$ (유리수)

$\therefore$ 순환하지 않는 무한소수(무리수)는 1 개

4. 다음 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$　② $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$　③ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{40} = 4\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

해설

④ $\sqrt{40} \neq 4\sqrt{5} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{80}$

5. $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{3}{\sqrt{32}}$ 을 계산하면?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$ ④ $-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{4\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{8} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{8}\end{aligned}$$

6. 다음 식의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 x 의 값을 구하여라.

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})$$

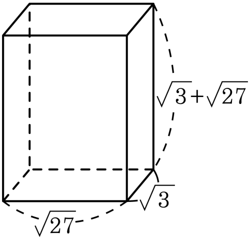
▶ **답:**

▷ **정답:** $x=-5$

해설

$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})=3-5\sqrt{3}+2x-x\sqrt{3}$ 이므로 유리식이 되기 위해서는 근호가 없어져야 한다. 따라서 $-5\sqrt{3}-x\sqrt{3}=0$ 이 되기 위해서 $x=-5$ 이어야 한다.

7. 다음 그림과 같은 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하여라.



① $12\sqrt{3}$　② $24\sqrt{3}$　③ $32\sqrt{3}$

④ $36\sqrt{3}$　⑤ $42\sqrt{3}$

해설

모서리의 길이의 합은

$= \sqrt{3}\times 4 + \sqrt{27}\times 4 + (\sqrt{3} + \sqrt{27})\times 4$

$= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27}$

$= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= 32\sqrt{3}$

8. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 두 개 고르면?

① $\sqrt{15}+1<2\sqrt{15}-1$

② $2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{5}-4\sqrt{2}<4\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5}-3>5\sqrt{5}-2$

⑤ $3-\sqrt{10}<5-2\sqrt{10}$

해설

② $2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

$2\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}-2\sqrt{7}=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$

$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{7}<\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

④ $3\sqrt{5}-3>5\sqrt{5}-2$

$3\sqrt{5}-3-5\sqrt{5}+2=-2\sqrt{5}-1<0$

$\therefore 3\sqrt{5}-3<5\sqrt{5}-2$

⑤ $3-\sqrt{10}<5-2\sqrt{10}$

$3-\sqrt{10}-5+2\sqrt{10}=-2+\sqrt{10}>0$

$\therefore 3-\sqrt{10}>5-2\sqrt{10}$

9. $a<0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2}=-a$

② $-\sqrt{-a^2}=-a$

③ $-\sqrt{a^2}=-a$

④ $\sqrt{(-a)^2}=-a$

⑤ $\sqrt{a^2}=a$

해설

$a<0$ 인 경우, $\sqrt{a^2}=-a$ 이다.

①$-\sqrt{(-a)^2}=-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

10. $A=\sqrt{81}+\sqrt{(-7)^2}\div\sqrt{\frac{49}{16}}-\left(-\sqrt{6}\right)^2$ 일 때, A^2 의 값은?

① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$A=9+7\div\frac{7}{4}-6=9+4-6=7$

$\therefore A^2=49$

11. $0 < x$ 일 때, $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x+3)^2}$ 를 간단히 하면?

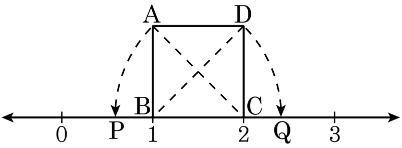
① 3 ② $x+3$ ③ $x-3$

④ $2x$ ⑤ $2x+3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2} + \sqrt{(x+3)^2} &= x + (x+3) \\ &= 2x+3\end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD 를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$P = 2 - \sqrt{2}$

$Q = 1 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}(\text{구하는 값}) &= \left(2 - \sqrt{2}\right)\left(1 + \sqrt{2}\right)\\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

13. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는?

① A ② B ③ C

④ $A = C$ ⑤ $A = B = C$

해설

$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$

$\therefore A > B$

$A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$

$\therefore A < C$

따라서 $B < A < C$ 이다.

14. $2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \div \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 을 계산하면?

① $3\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{5}$ ④ $12\sqrt{6}$ ⑤ $20\sqrt{5}$

해설

$$(\text{준식}) = 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$
$$= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{5}$$
$$= 20\sqrt{5}$$

15. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** a^3b^2

해설

$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3}\sqrt{5^2} = a^3b^2$

16. $\sqrt{108}-\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a-b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$\sqrt{108}-\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{24}$
$=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}-3\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$=-\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$\therefore\ a-b=-1-2=-3$

17. $\sqrt{12}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라 할 때, $2a-3b$ 의 값은?

① $15+6\sqrt{2}$ ② $15-6\sqrt{2}$ ③ $15+6\sqrt{3}$

④ $15-6\sqrt{3}$ ⑤ $15-5\sqrt{3}$

해설

$3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로

$a=3$, $b=\sqrt{12}-3$

$$\begin{aligned}\therefore 2a-3b &= 2\times 3-3(\sqrt{12}-3)\\ &= 6-3\sqrt{12}+9 = 15-3\sqrt{12}\\ &= 15-6\sqrt{3}\end{aligned}$$

18. 196의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$인 수는

$x = 14,\ y = -14$ 이므로

$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$

따라서 9의 제곱근은 ± 3이다.

19. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$ ② $-2a$ ③ a ④ $\sqrt{2a}$ ⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$

$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$

20. 다음 중 옳은 것은?

① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.

② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.

③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.

⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

21. $\sqrt{ab}=3$ 일 때, $\sqrt{ab}-\dfrac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$, $b>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$\sqrt{ab}-\dfrac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}}$

$=\sqrt{ab}-5\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$

$=3-5\times3+2\times3=-6$

22. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$의 값을 구하면?

① -1　　② $\sqrt{101}-1$　　③ $\sqrt{102}-1$

④ $\sqrt{102}-\sqrt{101}$　　⑤ $\sqrt{102}$

해설

$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$

$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$

$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$

$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$

$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$

$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$

$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$

$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$

$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$

$= -1 + \sqrt{102}$

23. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n=11$

▷ 정답 : $n=41$

▷ 정답 : $n=91$

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \le n \le 99$

$\therefore 9 \le n-1 \le 98$

$\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는

$n-1 = 10 \times 1^2,\ 10 \times 2^2,\ 10 \times 3^2,\ \cdots$

이때, $9 \le n-1 \le 98$ 을 만족해야 하므로

$n-1 = 10 \times 1^2$ 에서 $n = 11$

$n-1 = 10 \times 2^2$ 에서 $n = 41$

$n-1 = 10 \times 3^2$ 에서 $n = 91$

$\therefore n = 11,\ 41,\ 91$

24. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 12 개

해설

$a,\ b$ 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \le a,\ b \le 6$

큰 것이 a 이므로 $b-a<0$

$\therefore\ -4 < b-a < 0$, $b-a = -3, -2, -1$

$b-a=-3$ 일 때,

$(a,\ b) = (4,\ 1), (5,\ 2), (6,\ 3)$

$b-a=-2$ 일 때,

$(a,\ b) = (3,\ 1), (4,\ 2), (5,\ 3), (6,\ 4)$

$b-a=-1$ 일 때,

$(a,\ b) = (2,\ 1), (3,\ 2), (4,\ 3), (5,\ 4), (6,\ 5)$

25. 넓이가 7π 인 원을 지면에 수직으로 세워서 네 바퀴 돌렸을 때, 지면과 접하고 있던 원 위의 한 점 A가 다시 지면과 접하고 있었다. 이때 점 A는 원래의 위치에서 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{7}\pi$

해설

넓이가 7π 이므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\pi r^2 = 7\pi \therefore r = \sqrt{7}$

이때, 원을 네 바퀴 굴렸으므로

(원 위의 한 점 A가 원래의 위치로부터 떨어진 거리)

$=$ (원의 둘레의 길이) $\times 4$

$= 2\pi \times \sqrt{7} \times 4$

$= 8\sqrt{7}\pi$