1. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

① -3　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$
$x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$y = \frac{1}{2}(x + 5)$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$

$\therefore f^{-1}(-3) = 1$

|다른풀이| $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면
$f(a) = -3$ 에서 $f(a) = 2a - 5 = -3$, $2a = 2$
$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$

2. 함수 $y = |x-3| - 1$ 에 대하여 $0 \le x \le 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1　　② 2, 0　　③ 2, -1

④ 1, -1　　⑤ 1, -2

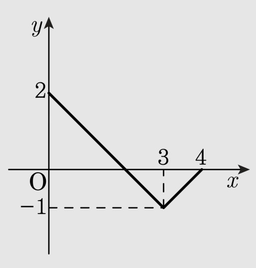
해설

$0 \le x \le 4$ 에서

$y = |x-3| - 1$

$$= \begin{cases} x-4 & (3 \le x \le 4) \\ -x+2 & (0 \le x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.

3. 함수 $f(x) = || x-1 | - a |$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$f(2) = || 2-1 | - a | = 4 \rightarrow | 1 - a | = 4$

따라서 $a = -3,\ 5$ 이므로 양수 $a = 5$

4. 일대일 대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f(4)=2$, $g^{-1}(3)=2$ 일 때, $\dfrac{(g\circ f)^{-1}(3)}{g(2)}$ 의 값은?

① $\dfrac{2}{3}$　② 1　③ $\dfrac{4}{3}$　④ 2　⑤ $\dfrac{8}{3}$

해설

$f(4)=2$, $g^{-1}(3)=2$ 에서 $f^{-1}(2)=4$, $g(2)=3$

$(g\circ f)^{-1}(3)=(f^{-1}\circ g^{-1})(3)=f^{-1}(g^{-1}(3))$

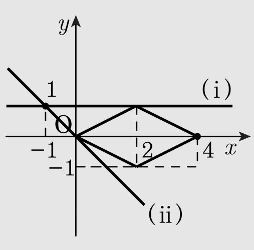
$=f^{-1}(2)=4$

$\therefore\ \dfrac{(g\circ f)^{-1}(3)}{g(2)}=\dfrac{4}{3}$

5. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$이 만나도록 하는 m의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설



함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 $|x|+2|y|=2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는 $x+2y=2$ 의 그래프에서 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 인 부분을 각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
직선 $y=mx+m+1$은 m의 값에 관계없이 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(ⅰ) $m \leq 0$
(ⅱ) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$
(ⅰ), (ⅱ)에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$
따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.