

1. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$
 $x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

|다른풀이| $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

2. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

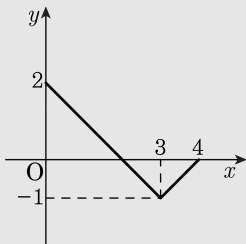
따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



3. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

4. 일대일 대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f(4) = 2$, $g^{-1}(3) = 2$ 일 때,
 $\frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$f(4) = 2, g^{-1}(3) = 2 \text{ 에서 } f^{-1}(2) = 4, g(2) = 3$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)^{-1}(3) &= (f^{-1} \circ g^{-1})(3) = f^{-1}(g^{-1}(3)) \\ &= f^{-1}(2) = 4\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)} = \frac{4}{3}$$

5. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는

$|x|+2|y|=2$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는

$x+2y=2$ 의 그래프에서

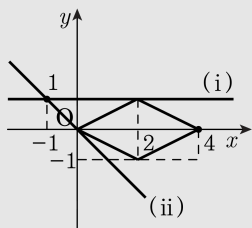
$x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을

각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한

것이고, 이를 x 축의 방향으로 2만큼

평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는

다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이

점 $(-1, 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면

(i) $m \leq 0$

(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때

$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$

(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$

따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.