1. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 3)$

$$\begin{aligned} y &= (x+2)^2 + 3 \\ &= x^2 + 4x + 7 \\ &= x^2 + ax + b \end{aligned}$$

$\therefore\ a = 4, b = 7$

$\therefore\ ab = 4 \times 7 = 28$

2. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

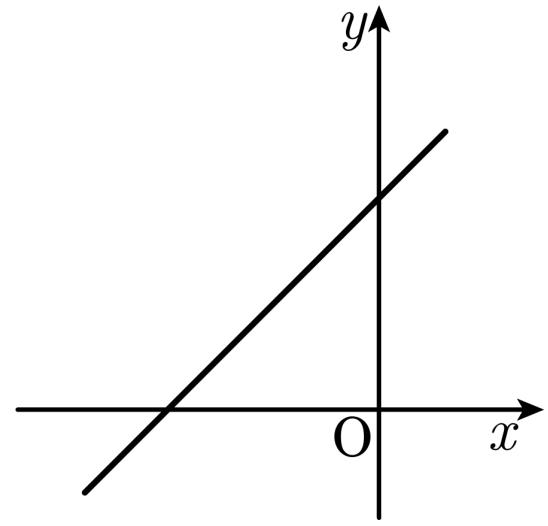
$(x + 6)(x - 2) = 0$

$\therefore (-6, -7), (2, 9)$

$y = x^2 + 6x - 7 = (x + 3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3, -16)$ 이다.

교점 $(-6, -7), (2, 9)$ 과 꼭짓점 $(-3, -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60 이다.

3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



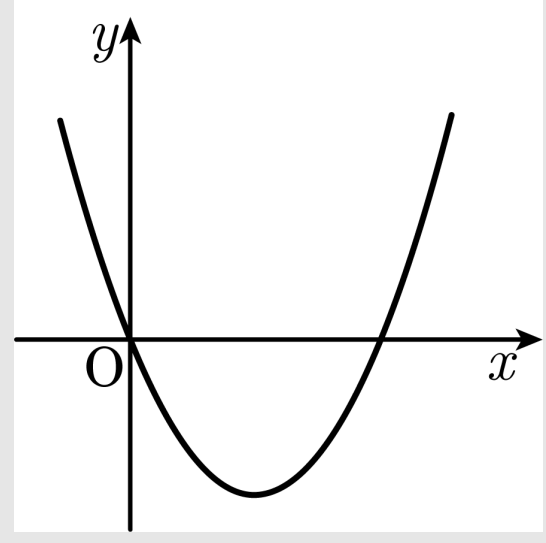
① x 축 위　　② y 축 위

③ 제 1 사분면　　④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



4. $x=2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x-2)^2-1 \\ &= a(x^2-4x+4)-1 \\ &= ax^2+4ax+4a-1 \end{aligned}$$

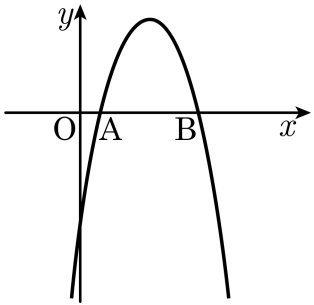
$$4a-1=3$$

$$a=1$$

$$y=(x-2)^2-1$$

$$apq=1\times 2\times(-1)=-2$$

5. 다음은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 이 이차함수의 최댓값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k = -(x-3)^2 + k + 9$ 에서
축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
그림에서 보듯 $\overline{AB} = 4$ 이면 점 A , B 는 축 $x = 3$ 에서 각각 2 만큼 떨어져 있다.
$\therefore$ A(1, 0), B(5, 0)
구하는 식은 $y = -(x-1)(x-5) = -x^2 + 6x - 5$
$\therefore k = -5$
$y = -(x-3)^2 + 4$
$\therefore x = 3$ 에서 최댓값 4