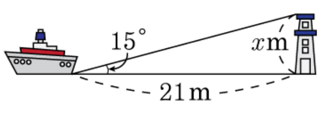
**1.** 다음 그림과 같이 바다를 항해하는 배와 등대 사이의 거리가 $21\,\mathrm{m}$ 이고, 배에서 등대의 꼭대기를 바라 본 각의 크기가 $15\,°$ 이었다면, 등대의 높이는?




① $\tan 15\,°\,\mathrm{m}$ ② $21\tan 15\,°\,\mathrm{m}$ ③ $\sin 15\,°\,\mathrm{m}$

④ $21\sin 15\,°\,\mathrm{m}$ ⑤ $\cos 15\,°\,\mathrm{m}$

해설

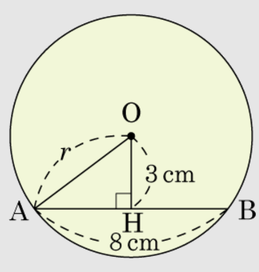
$\tan 15\,° = \dfrac{x}{21}$ 이므로 $x = 21\tan 15°\,\mathrm{m}$ 이다.

**2.** 원의 중심에서 3 cm 떨어져 있는 현의 길이가 8cm 일 때, 이 원의 넓이는?

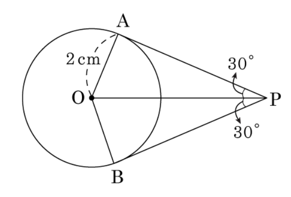
① $25\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $28\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $32\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $36\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $38\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로 $r = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$
따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$



**3.** 다음 그림에서 $\overline{PA}$ , $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, □APBO 의 둘레의 길이는?

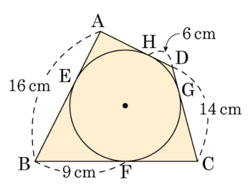



① 6cm ② $(6+6\sqrt{2})$cm ③ $12\sqrt{3}$cm
④ $(4+4\sqrt{3})$cm ⑤ $(8+6\sqrt{3})$cm

해설

$\sqrt{3}\ \overline{OA} = \overline{AP} = 2\sqrt{3}$ cm
$\therefore (2+2\sqrt{3}) \times 2 = (4+4\sqrt{3})$cm

**4.** 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 외접하고, 점 E, F, G, H 는 각각 원 O 의 접점일 때, $\overline{BC} - \overline{AD}$ 의 값을 구하여라.

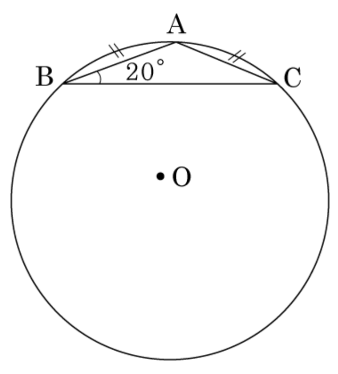



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설
$\overline{CF} = \overline{CG} = 14 - 6 = 8(\text{cm})$,
$\overline{AH} = \overline{AE} = 16 - 9 = 7(\text{cm})$,
$\therefore \overline{BC} - \overline{AD} = (9 + 8) - (7 + 6) = 17 - 13 = 4(\text{cm})$

**5.** 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$, $\angle ABC = 20°$일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



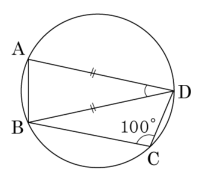

① 120° ② 125° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ACB = \angle ABC = 20°$

$\therefore\ \angle BAC = 180° - 40° = 140°$

**6.** 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이고 $\angle BCD = 100°$ 일 때, $\angle ADB$ 의 크기를 구하면?

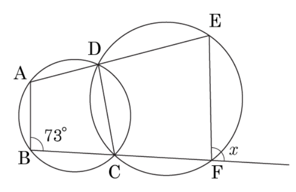



① 10°　② 15°　③ 20°　④ 25°　⑤ 30°

해설

$\angle BAD = 180° - 100° = 80°$
$\triangle ABD$ 에서 $\angle ADB = 180° - 80° - 80° = 20°$

**7.** 다음 그림에서 $\angle B = 73°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

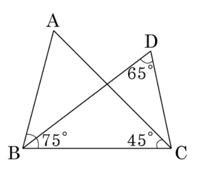


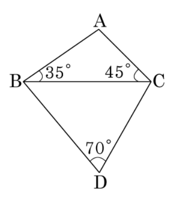

① 57° ② 65° ③ 73° ④ 90° ⑤ 107°

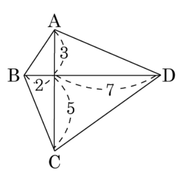
해설

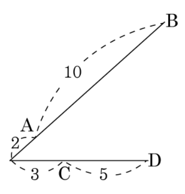
원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle CDE = \angle B = 73°$
□CDEF 가 원에 내접하므로
$\angle x = \angle CDE = 73°$

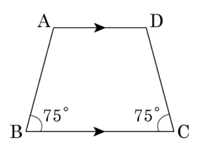
**8.** 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있는 것을 모두 고르면?

①



②



③



④



⑤


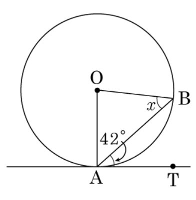

해설

④ $2 \times 12 = 3 \times 8 = 24$

⑤ $\angle BAD = 105^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

**9.** 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



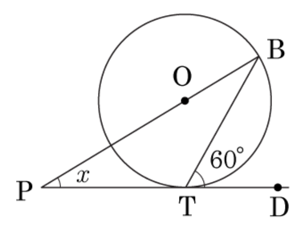

① 42° ② 44° ③ 46° ④ 48° ⑤ 50°

해설

5.0pt$\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 84°$

$\therefore\ \angle x = (180° - 84°) \div 2 = 48°$

**10.** 다음 그림에서 $\angle \mathrm{TPB} = (\qquad)^{\circ}$ 의 크기는? (단, $\angle \mathrm{BTD} = 60^{\circ}$ 이고 점 T 는 접점이다.)

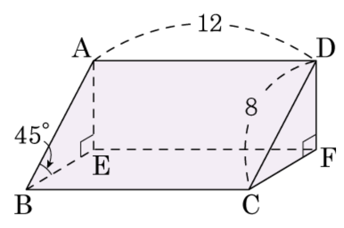



① 21 ② 23 ③ 25 ④ 28 ⑤ 30

해설

두 점 O 와 T 를 이으면 $\overline{\mathrm{PD}} \perp \overline{\mathrm{OT}}$ 이므로 $\angle \mathrm{OTD}$ 가 직각이다.
$\angle \mathrm{OTB} = \angle \mathrm{OBT} = 30^{\circ}$
$\therefore \ \angle \mathrm{POT} = 60^{\circ}$
$\therefore \ x = 30^{\circ}$

**11.** 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 널판지 ABCD 가 수평면에 대하여 $45°$ 만큼 기울어져 있다. 이 때, 직사각형 EBCF 의 넓이는?

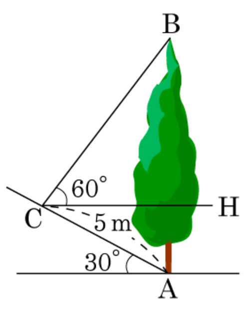



① 48　② $48\sqrt{2}$　③ $48\sqrt{3}$　④ $48\sqrt{5}$　⑤ $48\sqrt{6}$

해설

$\overline{\mathrm{BE}} = 8 \times \cos 45° = 4\sqrt{2}$,
넓이$= 4\sqrt{2} \times 12 = 48\sqrt{2}$

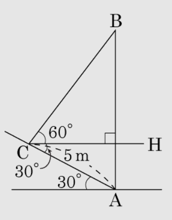
**12.** 오른쪽 그림과 같이 나무 밑 A 지점에서 30° 기울어진 언덕을 5m 올라가서 C 지점에서 나무를 올려다 본 각의 크기가 60° 일 때, 나무의 높이를 구하여라. (단, 눈높이는 무시한다.)




▶ 답 : ____ m

▷ 정답 : 10 m

해설




$\overline{AH} = 5\sin 30° = \frac{5}{2}(m)$

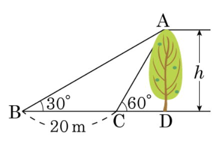
$\therefore \overline{CH} = 5\cos 30° = \frac{5\sqrt{3}}{2}(m)$

$\tan 60° = \frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}$

$\therefore \overline{BH} = \overline{CH} \times \tan 60° = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15}{2}(m)$

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10(m)$

**13.** 다음 그림에서 나무의 높이 $h$ 를 구하여라. (단, $\sqrt{3} = 1.7$ 로 계산한 다.)




▶ 답 : m

▷ 정답 : 17 m

해설

$\angle \mathrm{BAC} = 30°$ 이므로

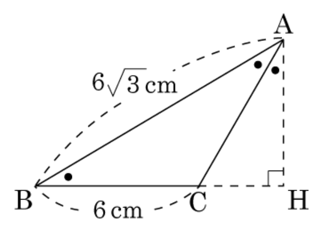
$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AC}} = 20(\mathrm{m})$

$\triangle \mathrm{ACD}$ 에서

$h = 20 \sin 60° = 20 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.7 = 17(\mathrm{m})$

$\therefore\ h = 17\mathrm{m}$

**14.** 다음 그림과 같은 삼각형의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

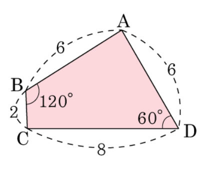
▷ 정답 : $9\sqrt{3}$

해설

$\angle ABC = 30°$ 이므로

$$\begin{aligned}(\triangle ABC\text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 \times \sin 30° \\ &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{2} \\ &= 9\sqrt{3}\end{aligned}$$

**15.** 다음 그림의 □ABCD 의 넓이는?

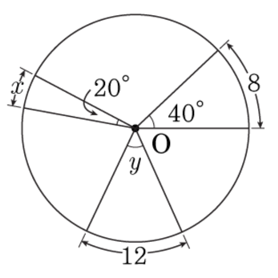



① $9+\sqrt{2}$　② $10+\sqrt{2}$　③ $12\sqrt{2}$
④ $14\sqrt{2}$　⑤ $15\sqrt{3}$

해설

따라서
□ABCD
$=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACD}$
$=\dfrac{1}{2}\times 2\times 6\times\sin 120^\circ+\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ$
$=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+24\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$=3\sqrt{3}+12\sqrt{3}=15\sqrt{3}$

**16.** 다음 그림의 원 O 에서 $x$ 와 $y$ 의 값은?



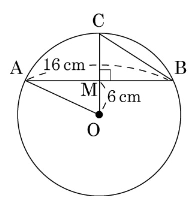

① $x=4$ , $y=80°$
② $x=8$ , $y=80°$
③ $x=4$ , $y=60°$
④ $x=6$ , $y=60°$
⑤ $x=8$ , $y=60°$

해설

$20:40=x:8,\quad x=4$

$8:12=40:y,\quad y=60$

**17.** 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이고, $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{OM} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

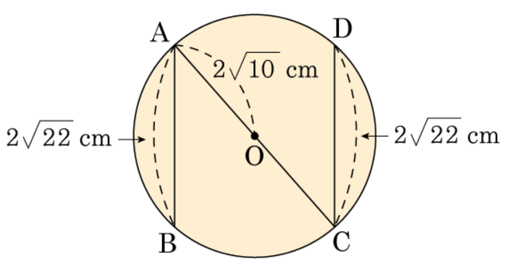



① $4\sqrt{5}\text{cm}$　　② $4\sqrt{14}\text{cm}$　　③ $8\sqrt{3}\text{cm}$
④ $8\sqrt{5}\text{cm}$　　⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \overline{BM} = 8\text{cm}$, $\triangle AMO$ 에서 $\overline{AO} = 10\,\text{cm}$,
반지름이 $10\,\text{cm}$이므로 $\overline{CM} = 4\text{cm}$
$\triangle CMB$ 에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

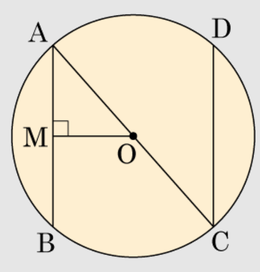
**18.** 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$cm 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}$cm 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



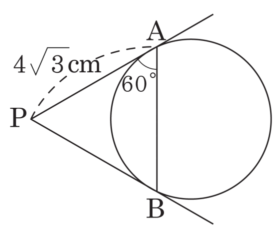

① $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$cm ② $3\sqrt{2}$cm ③ $6\sqrt{2}$cm
④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}$cm

해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}$cm, $\overline{MO} = x$ cm 이면 두 현 사이의 거리는 $2x$cm 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - \left(\sqrt{22}\right)^2} = \sqrt{40-22} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$



**19.** 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle\mathrm{PAB} = 60°$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이는?




① $36\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$ ③ $24\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

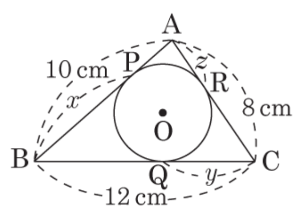
④ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABP}$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle\mathrm{PAB} = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로

넓이$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

**20.** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 내접원이 각 변과 점 P, Q, R 에서 접하고 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.



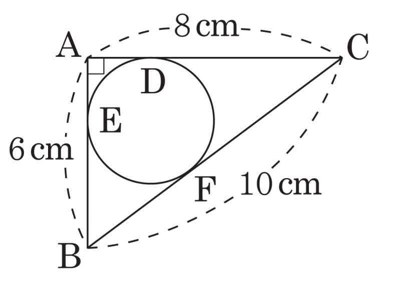

▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$2(x + y + z) = 30 \quad \therefore\ x + y + z = 15(\text{cm})$

**21.** 다음 직각삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.




▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AE} = x$라고 하면

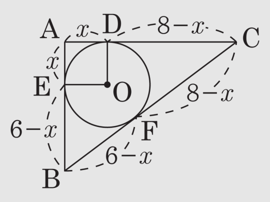
$\overline{BC} = 10(\text{cm})$이므로

$(6 - x) + (8 - x) = 10$

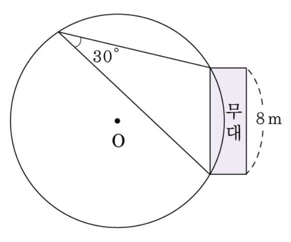
$14 - 2x = 10$

$-2x = -4$

$\therefore x = 2(\text{cm})$



**22.** 무대의 길이가 8m 인 원 모양의 공연장이 있다. 다음 그림과 같이 지름의 한 끝점에서 공연장 무대의 양 끝을 바라본 각의 크기가 $30°$ 일 때, 이 공연장의 지름의 길이를 구하여라.

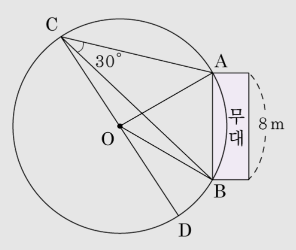



▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 16 m

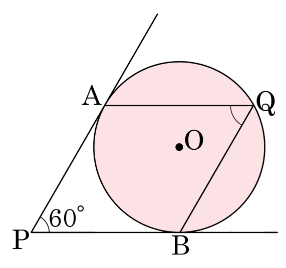
해설

원의 중심 O 에서 무대의 양 끝을 연결한 점을 A, B 라 하고, 점 C 에서 원의 중심을 지나
원과 만나는 점을 점 D 라고 할 때,




$\angle ACB = 30°$ 이므로 $\angle AOB = 60°$ (5.0pt$\overparen{AB}$ 에 대한 원주각과 중심각)
$\triangle AOB$ 에서 $\angle AOB = 60°$ 이고 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle AOB$ 는 정삼각형이다.
즉, $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{AB} = 8(m)$ 이다.
따라서 공연장의 지름의 길이는 16m 이다.

**23.** 다음 그림에서 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ 가 원 O의 접선일 때, $\angle\mathrm{AQB}$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

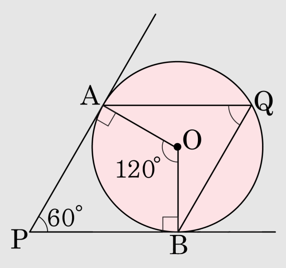
▷ 정답 : 60 °

해설

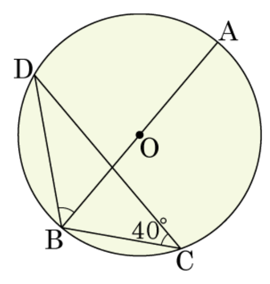
점 O 와 A, B 를 연결하면

$\angle\mathrm{PAD} = \angle\mathrm{PBO} = 90°$, $\angle\mathrm{AOB} = 120°$

$\therefore\ \angle\mathrm{AQB} = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$



**24.** 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\angle BCD = 40°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하면?




① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$

④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

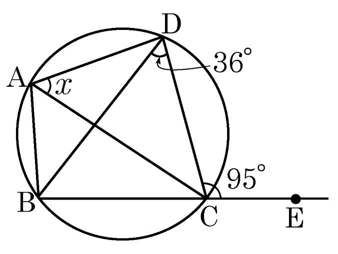
$\overline{AB}$ 가 지름이므로 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\angle ACB = 90°$

$\therefore\ \angle ACD = 90° - 40° = 50°$

$\angle ABD = \angle ACD = 50°$

**25.** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



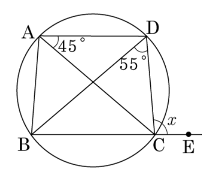

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}$ °

▷ 정답 : 59 °

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 36°$ (호 BC 의 원주각)
사각형 ABCD 는 원에 내접하므로
$\angle BAD = \angle DCE$
$36° + \angle x = 95°$
$\therefore \ \angle x = 59°$

**26.** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



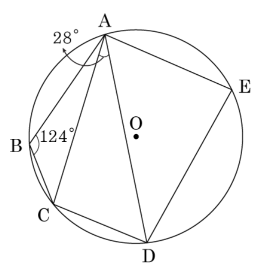

① $100°$ ② $102°$ ③ $104°$ ④ $106°$ ⑤ $108°$

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 55°$

$\therefore\ \angle x = 45° + 55° = 100°$

**27.** 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle ABC = 124°$, $\angle CAD = 28°$ 일 때, $\angle AED$ 의 크기를 구하여라.

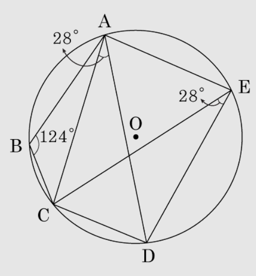



▶ 답: _____ °

▷ 정답: 84 °

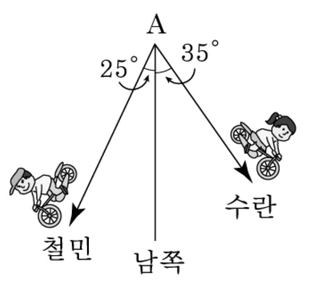
해설

보조선 CE 를 그으면




$\angle CAD = \angle CED = 28°$ (호 CD 에 대한 원주각)
또한 사각형 ABCE 가 원에 내접하므로
$\angle AEC = 180° - 124° = 56°$
$\therefore\ \angle AED = \angle AEC + \angle CED = 56° + 28° = 84°$

**28.** A 지점에서부터 철민이와 수란이가 동시에 자전거를 타고 각자의 집으로 가고 있다. 철민이는 시속 10 km 로 남서쪽 25° 방향으로 가고 수란이는 시속 8 km 로 남동쪽 35° 방향으로 간다면 A 지점에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 철민이와 수란이 사이의 거리를 구하여라.

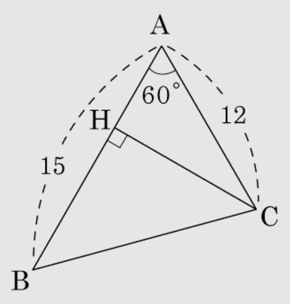



▶ 답 : ______ km

▷ 정답 : $3\sqrt{21}$ km

해설

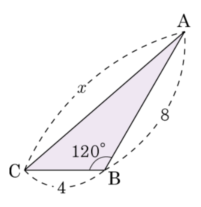
1.5 시간 동안 철민이가 간 거리 :
$10 \times 1.5 = 15$ (km)
1.5 시간 동안 수란이가 간 거리 :
$8 \times 1.5 = 12$ (km)
철민이와 수란이가 있는 지점을 각각 B, C 라고 하면




$\overline{AH} = 12\cos 60° = 6$ (km)
$\therefore\ \overline{HB} = 15 - 6 = 9$ (km)
$\overline{CH} = 12\sin 60° = 6\sqrt{3}$ (km)

$$\therefore\ \overline{BC} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{21}\ (\text{km})$$

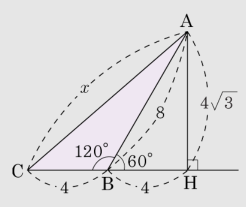
**29.** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?




① $\sqrt{7}$　② $6\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{7}$　④ $7\sqrt{2}$　⑤ $4\sqrt{7}$

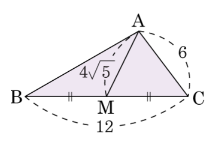
해설

점 A 에서 내린 수선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 만나는 점을 H 라 할 때




$\overline{AH} = 8 \times \sin 60° = 4\sqrt{3}$
$\overline{BH} = 8 \times \cos 60° = 4$
$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2} = 4\sqrt{7}$

**30.** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

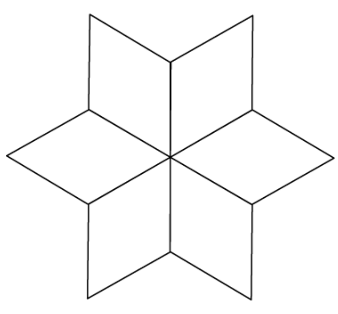
▷ 정답 : $16\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$
$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin C$ 이고, $\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C$
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{4\sqrt{5}}{9} = 16\sqrt{5}$

**31.** 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, $b$는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

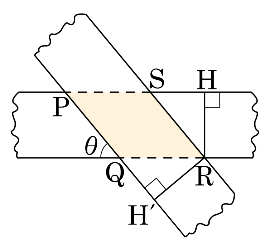
$360° \div 6 = 60°$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$3 \times 3 \times \sin 60° = \frac{9}{2}\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서, 별의 넓이는 $\frac{9}{2}\sqrt{3} \times 6 = 27\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore a+b = 27+3 = 30$ 이다.

**32.** 다음 그림과 같이 폭이 1로 일정한 두 종이 테이프가 $\theta$의 각을 이루며 겹쳐 있을 때, □PQRS의 넓이를 구하여라.




| | | |
|---|---|---|
| ㉠ $\dfrac{1}{\sin\theta}$ | ㉡ $\dfrac{1}{\sin^2\theta}$ | ㉢ $\sin\theta$ |
| ㉣ $\dfrac{1}{1-\cos\theta}$ | ㉤ $\dfrac{1}{(1-\cos\theta)^2}$ | |

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

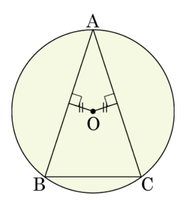
점 R 에서 $\overleftrightarrow{PS}$, $\overleftrightarrow{PQ}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\triangle$QRH′에서 $\angle RQH' = \theta$이므로

$\overline{QR} = \dfrac{\overline{RH'}}{\sin\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta}$이다. 또, $\triangle$SRH에서

$\angle RSH = \theta$이므로 $\overline{SR} = \dfrac{\overline{RH}}{\sin\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta}$

$$\therefore\ \square PQRS = \overline{QR}\times\overline{SR}\times\sin\theta = \frac{1}{\sin\theta}\times\frac{1}{\sin\theta}\times\sin\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

**33.** 다음 그림의 원 O 에서 5.0pt$\overparen{\mathrm{BC}} = 5\pi, \angle\mathrm{BAC} = 20^\circ$ 일 때, 5.0pt24.88pt$\overparen{\mathrm{ABC}}$ 의 길이는?




① $18\pi$ ② $22\pi$ ③ $25\pi$ ④ $30\pi$ ⑤ $32\pi$

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle\mathrm{A} = 20^\circ$ 이므로 $\angle\mathrm{ABC} = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

5.0pt$\overparen{\mathrm{AB}}$ : 5.0pt$\overparen{\mathrm{BC}} = \angle\mathrm{ACB} : \angle\mathrm{BAC}$

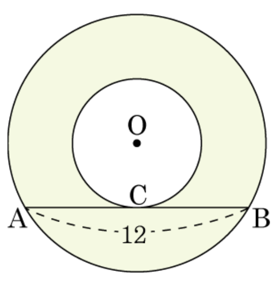
5.0pt$\overparen{\mathrm{AB}} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$

$\therefore$ 5.0pt$\overparen{\mathrm{AB}} = 20\pi$

5.0pt24.88pt$\overparen{\mathrm{ABC}}$ = 5.0pt$\overparen{\mathrm{AB}}$ + 5.0pt$\overparen{\mathrm{BC}}$ 이므로

$\therefore$ 5.0pt24.88pt$\overparen{\mathrm{ABC}} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$

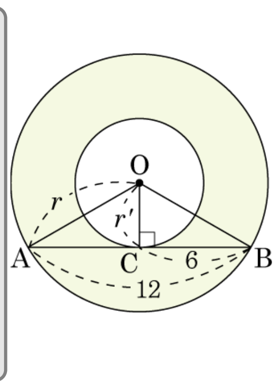
**34.** 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{\mathrm{AB}} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



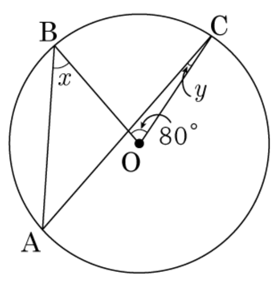

① $20\pi$ ② $25\pi$ ③ $30\pi$ ④ $36\pi$ ⑤ $40\pi$

해설

큰 원의 반지름의 길이를 $r$, 작은 원의 반지름의 길이를 $r'$이라고 하자.
$\overline{\mathrm{AB}}$ 는 작은 원의 접선이므로
$\overline{\mathrm{OC}} \perp \overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} = 6$
직각삼각형 $\triangle\mathrm{ACO}$ 에서 $r^2 - r'^2 = 6^2$
(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 36\pi$



**35.** 다음 그림에서 $\angle BOC = 80°$ 이고, $\angle ABO = x$, $\angle ACO = y$ 일 때, $x$와 $y$ 의 관계식으로 올바른 것은?




① $x+y=65°$ ② $x-y=50°$

③ $x-y=35°$ ④ $x=y+45°$

⑤ $x-y=40°$

해설

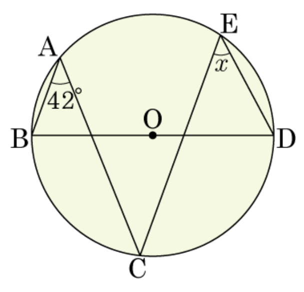
$\angle BAC = 40°$,

$x+\angle BAC = y+\angle BOC$

$x+40° = y+80°$

$\therefore\ x-y=40°$

**36.** 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\quad\circ}$

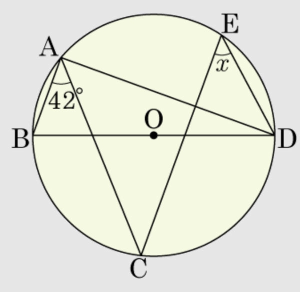
▷ 정답 : 48 $\underline{\circ}$

해설

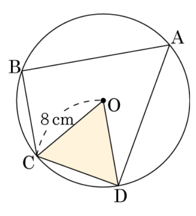
A, D 를 연결하면

$\angle BAD = 90°$, $\angle CAD = 90° - 42° = 48°$

$\angle x = \angle CAD = 48°$



**37.** 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle B = \angle D$ , $\overline{BC} = \overline{CD}$ , $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



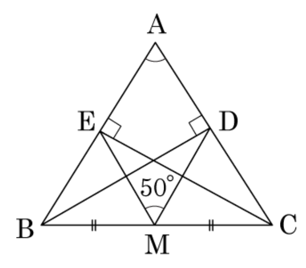

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $16\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\angle A = 2x$ , $\angle B = 3x$ , $\angle C = 4x$ 라 두면
$\angle D = 3x$
$\therefore 2x + 3x + 4x + 3x = 360°$
$12x = 360°$ , $x = 30°$
$\angle B = \angle D = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 원의 중심 O 를 지난다.
$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times \frac{1}{2} \times \angle A = 60°$
$(\triangle OCD$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60°$
$= 16\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

**38.** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

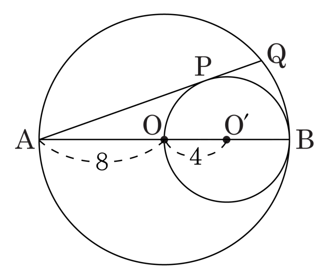



① $25^\circ$　② $30^\circ$　③ $45^\circ$　④ $50^\circ$　⑤ $65^\circ$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

**39.** 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O′ 에 그은 접선 AP 와 원 O 와의 교점을 Q 라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?




① $\frac{5}{3}\sqrt{2}$
② $\frac{17}{3}\sqrt{2}$
③ $\frac{25}{3}\sqrt{2}$
④ $\frac{32}{3}\sqrt{2}$
⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{2}$

해설

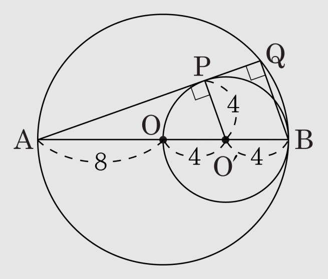
$\overline{AP} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144-16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

$\triangle AO'P \backsim \triangle ABQ$에서

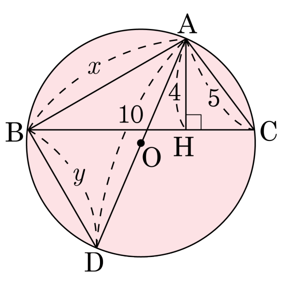
$12 : 16 = 8\sqrt{2} : \overline{AQ}$

$12\overline{AQ} = 128\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AQ} = \frac{32}{3}\sqrt{2}$

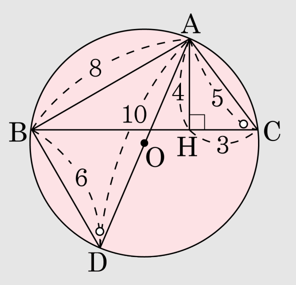


**40.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O , 원 O 의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x+y$ 의 값은? (단, $x=\overline{AB}, y=\overline{BD}$ )



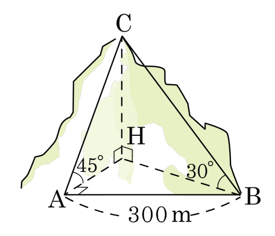

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설




$\angle B = 90^\circ$ , $\angle ADB = \angle ACB$ (5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각)
따라서, $\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ 이고
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2:1$
$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} = 3$
$\therefore\ x=8,\ y=6,\ x+y=14$

**41.** 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 측정하기 위하여 수평면 위에 거리가 300m 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고, 필요한 부분을 측정한 결과가 다음 그림과 같을 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : $150\sqrt{2}$ m

해설

$\overline{CH}$ 의 길이를 $x$ 라 하면

$\overline{AH} = \overline{CH} = x$

$\overline{BH} = \dfrac{x}{\tan 30°} = \sqrt{3}x$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\overline{BH}^2 - \overline{AH}^2} \\ &= \sqrt{3x^2 - x^2} \\ &= \sqrt{2}x \\ &= 300\,(\text{cm})\end{aligned}$$

$\therefore\ x = 150\sqrt{2}\,(\text{cm})$

**42.** 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{\mathrm{PA}} = 2$, $\overline{\mathrm{PT}} = 6$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $12\sqrt{2}\pi$

해설

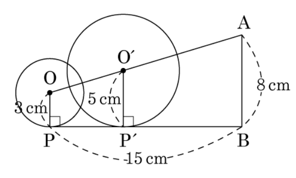
$\overline{\mathrm{PT}}^2 = \overline{\mathrm{PA}} \cdot \overline{\mathrm{PB}}, 36 = 2 \times \overline{\mathrm{PB}} \quad \therefore\ \overline{\mathrm{PB}} = 18$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$\overline{\mathrm{BT}} = \sqrt{\overline{\mathrm{PB}}^2 - \overline{\mathrm{PT}}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$

따라서 원 O 의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

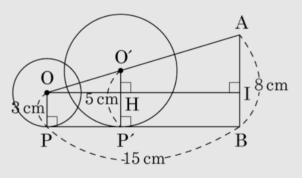
**43.** 다음 그림과 같이 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 5cm 이고 $\overline{PB} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\angle PBA = 90°$ 일 때, 두 원의 중심 사이의 거리, 즉 $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $2\sqrt{10}$ cm

해설




다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overline{O'P'}$ 와 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, I 라 하면

$\overline{O'H} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$, $\overline{AI} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$

$\overline{OO'} = x(\text{cm})$ 라 하면

$\overline{OH} = \overline{PP'}$ 이고 $\triangle O'HO$ 는 직각삼각형이므로

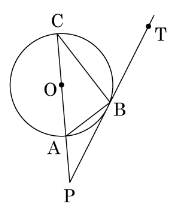
$\overline{OH} = \sqrt{x^2 - 2^2} = \sqrt{x^2 - 4}$

이 때 $\triangle OHO' \backsim \triangle OIA$ (AA닮음) 이므로

$\overline{PP'} : \overline{PB} = \overline{O'H} : \overline{AI}$ 에서 $\sqrt{x^2 - 4} : 15 = 2 : 5$

$\therefore\ x = 2\sqrt{10}$

**44.** 다음 그림에서 직선 PT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{\mathrm{AC}}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\angle\mathrm{CBT}$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 B 는 접점이다.)

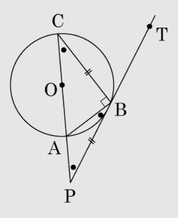



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 60 °

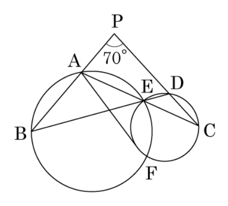
해설

보조선 AB 를 그으면 $\angle\mathrm{CBA} = 90°$
$\angle\mathrm{BPC} = x$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{BPC} = x$




$\overline{\mathrm{PB}}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여
$\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{BCA} = x$
삼각형 ABP 의 외각의 성질에 의하여
$\angle\mathrm{CAB} = 2x$
$\overline{\mathrm{PB}}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여
$\angle\mathrm{CBT} = \angle\mathrm{CAB} = 2x$
$90° + x + 2x = 180°$ $\therefore\ x = 30°$
따라서 $\angle\mathrm{CBT} = 2x = 2 \times 30° = 60°$ 이다.

**45.** 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 E, F 에서 만나고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점이 점 E 이다. $\angle BPC = 70°$ 일 때, $\angle AFC$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답: $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답: 110 $\underline{°}$

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면

$\angle PBE = \angle AFE$ ($\because$ 5.0pt$\overset{\frown}{AE}$의 원주각)

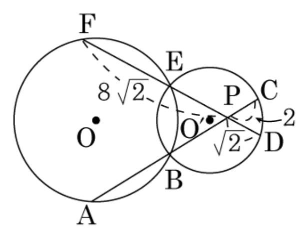
$\angle BDP = \angle EFC$

$\triangle PBD$ 에서 $\angle PBE + \angle BDP = 180° - 70° = 110°$

$\therefore \angle AFC = \angle AFE + \angle EFC$

$= \angle PBE + \angle BDP = 110°$

**46.** 다음 그림과 같이 두 원의 교점 B, E를 지나는 두 직선이 점 P에서 만나고, $\overline{CP} = 2$, $\overline{DP} = \sqrt{2}$, $\overline{PF} = 8\sqrt{2}$일 때, $\overline{PA}$의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

원 O에서 $\overline{PB} \times \overline{PA} = \overline{PE} \times \overline{PF}$, $\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}}$

원 O′에서 $\overline{PB} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PD}$, $\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

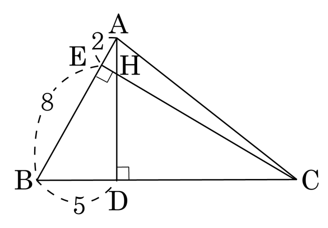
$\therefore \dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

$\therefore \overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PC} \times \overline{PF}$

$\overline{PA} \times \sqrt{2} = 2 \times 8\sqrt{2}$

$\therefore \overline{PA} = 16$

**47.** 다음 그림에서 점 H는 $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대변에 그은 수선이 만나는 점이다. $\overline{AE}=2$, $\overline{EB}=8$, $\overline{BD}=5$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 11

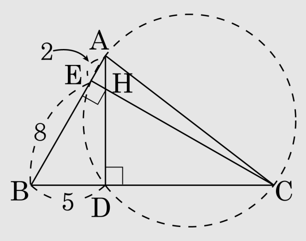
해설

$\angle AEC=\angle ADC=90°$ 이므로 네 점 A, E, D, C 는 한 원 위에 있다.

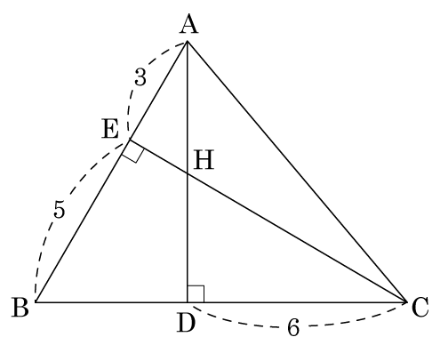
$\overline{BE}\times\overline{BA}=\overline{BD}\times\overline{BC}$

$8\times10=5(5+\overline{DC})$, $5+\overline{DC}=16$

$\therefore\ \overline{DC}=11$



**48.** 다음 그림의 두 점 A, C 에서 $\overline{BC}$ , $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

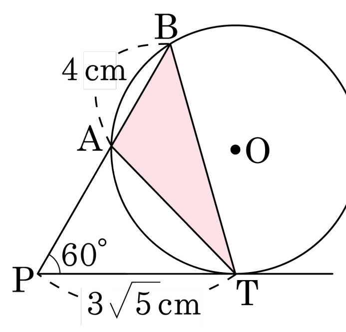



① 4 ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 5

해설

$\overline{AC}$ 에 대한 대각이 $90°$ 로 서로 같으므로
네 점 A, E, D, C 는 한 원 위에 있다.
$\overline{BD} = x$ 라 하면
$x \times (x+6) = 5 \times 8,\ x^2 + 6x - 40 = 0$
$(x+10)(x-4) = 0 \quad \therefore\ x = 4$
따라서 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ 이다.

**49.** 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 할선이다. $\overline{PT} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}$ , $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ , $\angle P = 60°$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $3\sqrt{15}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{PA} = x$ 라 하면

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

$45 = x(x+4)$

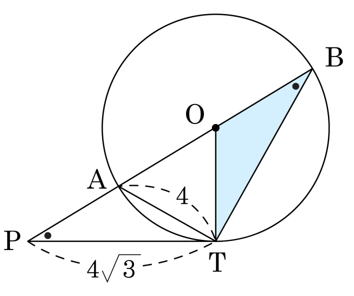
$x^2 + 4x - 45 = (x+9)(x-5) = 0$

$\therefore x = 5(\text{cm})(\because x > 0)$

$\therefore$ ($\triangle ATB$ 의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{5} \times \sin 60° - \frac{1}{2} \times 5 \times 3\sqrt{5} \times \sin 60° = 3\sqrt{15}(\text{cm}^2)$

**50.** 그림과 같이 원 O′ 의 외부에 있는 한 점 P 에서 원 O 에 그은 접선과 중심 O 를 지나는 할선이 이 원과 만나는 세 점을 각각 T, A, B 라고 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$, $\overline{AT} = 4$ 이고, $\angle ABT = \angle APT$ 일 때, $\triangle BOT$ 의 넓이를 구하면?




① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$\angle ABT = \angle APT$, $\angle ABT = \angle ATP$
삼각형의 외각의 성질에 따라 $\angle BAT = \angle APT + \angle ATP$ 이고
$\angle ATB = 90°$ 이므로
$\angle BAT = 60°$, $\angle ABT = 30°$ , 따라서 삼각형의 외각의 성질에 따라 $\angle AOT = 60°$
따라서 $\triangle OAT$ 는 정삼각형이므로
$\overline{AT} = \overline{AO} = \overline{OB} = 4$
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라
$(4\sqrt{3})^2 = \overline{PA} \times (\overline{PA} + 8)$
$\therefore \overline{PA} = 4 \ (\because \overline{PA} > 0)$
점 B 에서 $\overline{PT}$ 의 연장선상에 수선을 내리고 그 수선의 발을 점 H 라고 하면
$\triangle PTO \backsim \triangle PHB$ (AA 닮음) 이므로
$\overline{PO} : \overline{PB} = \overline{PT} : \overline{PH} = \overline{OT} : \overline{BH}$
$8 : 12 = 4\sqrt{3} : \overline{PH} = 4 : \overline{BH}$
$\overline{PH} = 6\sqrt{3}$ , $\overline{BH} = 6$
따라서 $\triangle BOT$ 의 넓이는
$\triangle PBH - \triangle POT - \triangle BHT = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 =$
$4\sqrt{3}$ 이다.