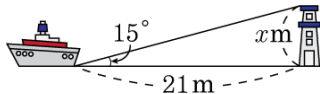


1. 다음 그림과 같이 바다를 항해하는 배와 등대 사이의 거리가 21 m 이고, 배에서 등대의 꼭대기를 바라 본 각의 크기가 15° 이었다면, 등대의 높이는?



① $\tan 15^\circ \text{ m}$

② $21 \tan 15^\circ \text{ m}$

③ $\sin 15^\circ \text{ m}$

④ $21 \sin 15^\circ \text{ m}$

⑤ $\cos 15^\circ \text{ m}$

해설

$$\tan 15^\circ = \frac{x}{21} \text{ 이므로 } x = 21 \tan 15^\circ \text{ m 이다.}$$

2. 원의 중심에서 3cm 떨어져 있는 현의 길이가 8cm 일 때, 이 원의 넓이는?

① $25\pi \text{ cm}^2$

② $28\pi \text{ cm}^2$

③ $32\pi \text{ cm}^2$

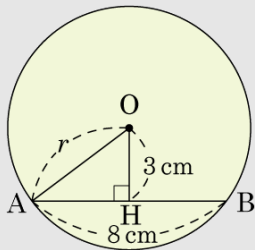
④ $36\pi \text{ cm}^2$

⑤ $38\pi \text{ cm}^2$

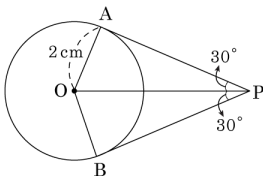
해설

그림에서 $\overline{AH} = 4(\text{cm})$ 이므로 $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$

따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$



3. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이는?



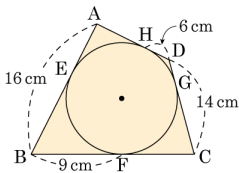
- ① 6cm ② $(6 + 6\sqrt{2})\text{cm}$ ③ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $(4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 + 6\sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\sqrt{3} \overline{OA} = \overline{AP} = 2\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\therefore (2 + 2\sqrt{3}) \times 2 = (4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$$

4. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 외접하고, 점 E, F, G, H 는 각각 원 O 의 접점일 때, $\overline{BC} - \overline{AD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

cm

▶ 정답 : 4cm

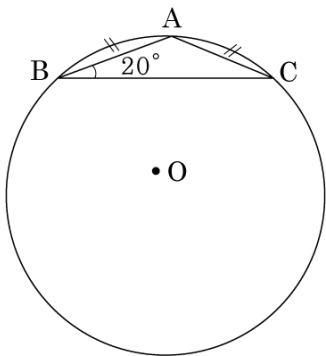
해설

$$\overline{CF} = \overline{CG} = 14 - 6 = 8(\text{cm}),$$

$$\overline{AH} = \overline{AE} = 16 - 9 = 7(\text{cm}),$$

$$\therefore \overline{BC} - \overline{AD} = (9 + 8) - (7 + 6) = 17 - 13 = 4(\text{cm})$$

5. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $\angle ABC = 20^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

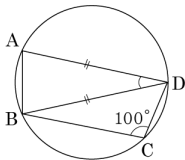


- ① 120° ② 125° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ACB = \angle ABC = 20^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이고 $\angle BCD = 100^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 의 크기를 구하면?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

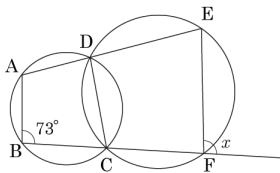
⑤ 30°

해설

$$\angle BAD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \angle ADB = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\angle B = 73^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 57°

② 65°

③ 73°

④ 90°

⑤ 107°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

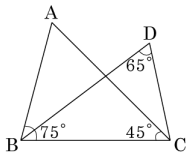
$$\angle CDE = \angle B = 73^\circ$$

$\square CDEF$ 가 원에 내접하므로

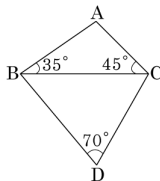
$$\angle x = \angle CDE = 73^\circ$$

8. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것을 모두 고르면?

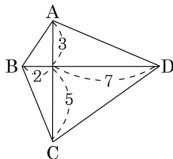
①



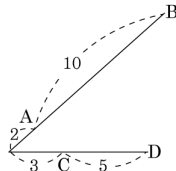
②



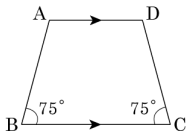
③



④



⑤



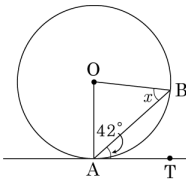
해설

④ $2 \times 12 = 3 \times 8 = 24$

⑤ $\angle BAD = 105^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

9. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 42°

② 44°

③ 46°

④ 48°

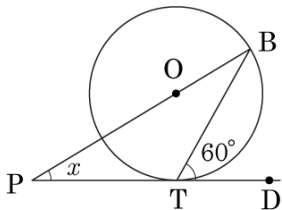
⑤ 50°

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 84^\circ$

$$\therefore \angle x = (180^\circ - 84^\circ) \div 2 = 48^\circ$$

10. 다음 그림에서 $\angle TPB = (\quad)^\circ$ 의 크기는? (단, $\angle BTD = 60^\circ$ 이고 점 T는 접점이다.)



① 21

② 23

③ 25

④ 28

⑤ 30

해설

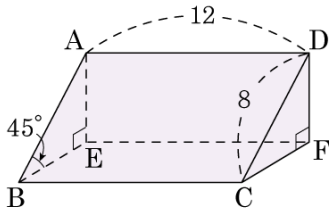
두 점 O와 T를 이르면 $\overline{PD} \perp \overline{OT}$ 이므로 $\angle OTD$ 가 직각이다.

$$\angle OTB = \angle OBT = 30^\circ$$

$$\therefore \angle POT = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 널판지 ABCD가 수평면에 대하여 45° 만큼 기울어져 있다. 이 때, 직사각형 EBCF의 넓이는?



① 48

② $48\sqrt{2}$

③ $48\sqrt{3}$

④ $48\sqrt{5}$

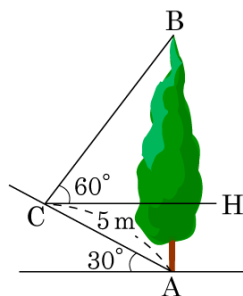
⑤ $48\sqrt{6}$

해설

$$\overline{BE} = 8 \times \cos 45^\circ = 4\sqrt{2},$$

$$\text{넓이} = 4\sqrt{2} \times 12 = 48\sqrt{2}$$

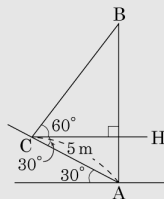
12. 오른쪽 그림과 같이 나무 밑 A 지점에서 30° 기울어진 언덕을 5m 올라가서 C 지점에서 나무를 올려다 본 각의 크기가 60° 일 때, 나무의 높이를 구하여라. (단, 눈높이는 무시한다.)



▶ 답 : m

▷ 정답 : 10 m

해설



$$\overline{AH} = 5 \sin 30^\circ = \frac{5}{2}(\text{m})$$

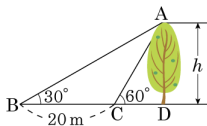
$$\therefore \overline{CH} = 5 \cos 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{m})$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{CH} \times \tan 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15}{2}(\text{m})$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10(\text{m})$$

13. 다음 그림에서 나무의 높이 h 를 구하여라. (단, $\sqrt{3} = 1.7$ 로 계산한다.)



▶ 답 : m

▶ 정답 : 17 m

해설

$\angle BAC = 30^\circ$ 이므로

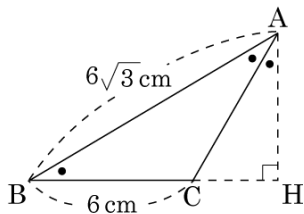
$$\overline{BC} = \overline{AC} = 20(\text{m})$$

$\triangle ACD$ 에서

$$h = 20 \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.7 = 17(\text{m})$$

$$\therefore h = 17\text{m}$$

14. 다음 그림과 같은 삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

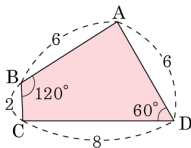
▶ 정답 : $9\sqrt{3}$

해설

$\angle ABC = 30^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned}
 (\triangle ABC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 \times \sin 30^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{2} \\
 &= 9\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

15. 다음 그림의 □ABCD 의 넓이는?



① $9 + \sqrt{2}$

② $10 + \sqrt{2}$

③ $12\sqrt{2}$

④ $14\sqrt{2}$

⑤ $15\sqrt{3}$

해설

따라서

□ABCD

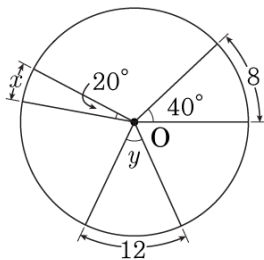
$$= \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$$

16. 다음 그림의 원 O 에서 x 와 y 의 값은?



① $x = 4$, $y = 80^\circ$

② $x = 8$, $y = 80^\circ$

③ $x = 4$, $y = 60^\circ$

④ $x = 6$, $y = 60^\circ$

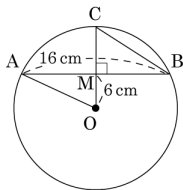
⑤ $x = 8$, $y = 60^\circ$

해설

$$20 : 40 = x : 8, \quad x = 4$$

$$8 : 12 = 40 : y, \quad y = 60$$

17. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이고, $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{OM} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

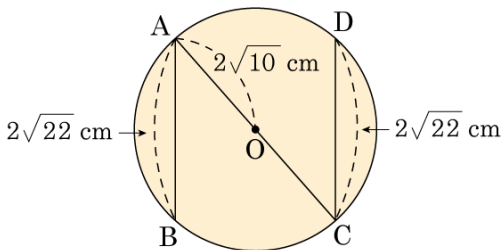


- ① $4\sqrt{5}\text{cm}$ ② $4\sqrt{14}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{5}\text{cm}$ ⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \overline{BM} = 8\text{cm}$, $\triangle AMO$ 에서 $\overline{AO} = 10\text{cm}$,
 반지름이 10cm 이므로 $\overline{CM} = 4\text{cm}$
 $\triangle CMB$ 에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

18. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}\text{cm}$ 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}\text{cm}$ 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



① $\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

② $3\sqrt{2}\text{cm}$

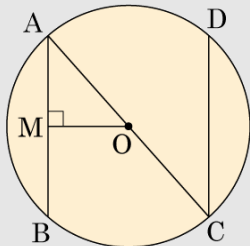
③ $6\sqrt{2}\text{cm}$

④ 6cm

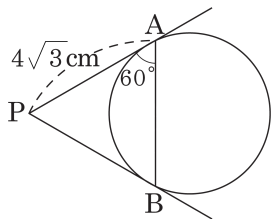
⑤ $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}\text{cm}$, $\overline{MO} = x\text{ cm}$ 이면 두 현 사이의 거리는 $2x\text{cm}$ 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (\sqrt{22})^2} = \sqrt{40 - 22} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$



19. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



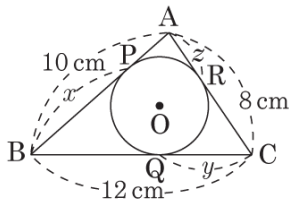
- ① $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② 24 cm^2 ③ $24\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 ④ $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ⑤ 12 cm^2

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로

$$\text{넓이} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 내접원이 각 변과 점 P, Q, R 에서 접하고 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 12\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.



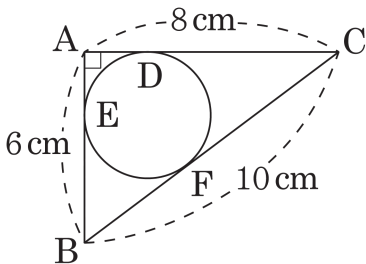
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$$2(x + y + z) = 30 \quad \therefore x + y + z = 15(\text{cm})$$

21. 다음 직각삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AE} = x$ 라고 하면

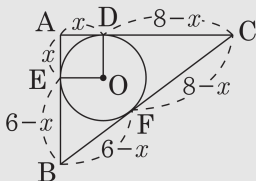
$\overline{BC} = 10(\text{cm})$ 이므로

$$(6 - x) + (8 - x) = 10$$

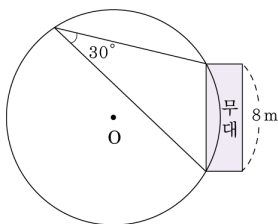
$$14 - 2x = 10$$

$$-2x = -4$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$



22. 무대의 길이가 8m 인 원 모양의 공연장이 있다. 다음 그림과 같이 지름의 한 끝점에서 공연장 무대의 양 끝을 바라본 각의 크기가 30° 일 때, 이 공연장의 지름의 길이를 구하여라.



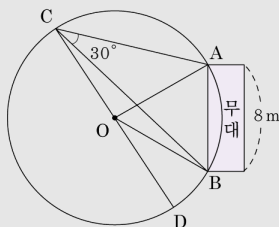
▶ 답 :

m

▷ 정답 : 16m

해설

원의 중심 O 에서 무대의 양 끝을 연결한 점을 A, B 라 하고, 점 C 에서 원의 중심을 지나 원과 만나는 점을 점 D 라고 할 때,



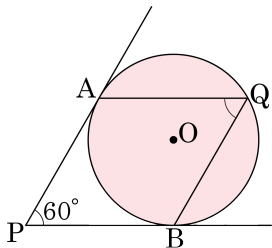
$\angle ACB = 30^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 60^\circ$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각과 중심각)

$\triangle AOB$ 에서 $\angle AOB = 60^\circ$ 이고 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle AOB$ 는 정삼각형이다.

즉, $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{AB} = 8(\text{m})$ 이다.

따라서 공연장의 지름의 길이는 16m 이다.

23. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 가 원 O의 접선일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

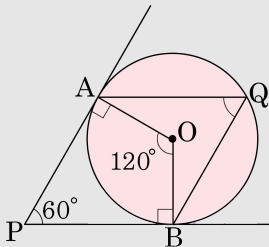
▶ 정답 : 60 °

해설

점 O와 A, B를 연결하면

$$\angle PAD = \angle PBO = 90^\circ, \angle AOB = 120^\circ$$

$$\therefore \angle AQB = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$



24. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다.
 $\angle BCD = 40^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하면?

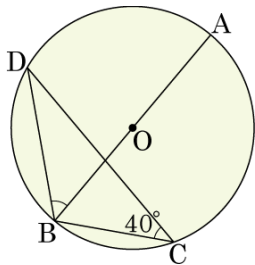
① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°



해설

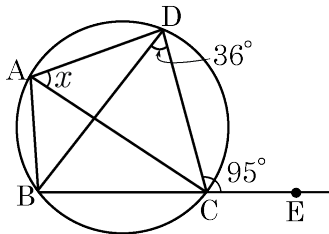
$\overline{AB}$ 가 지름이므로 $\overline{AC}$ 를 그으면

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\angle ABD = \angle ACD = 50^\circ$$

25. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: °

▶ 정답: 59 °

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 36^\circ$ (호 BC 의 원주각)

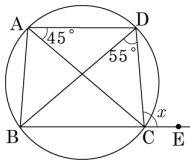
사각형 ABCD 는 원에 내접하므로

$\angle BAD = \angle DCE$

$36^\circ + \angle x = 95^\circ$

$\therefore \angle x = 59^\circ$

26. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 100°

② 102°

③ 104°

④ 106°

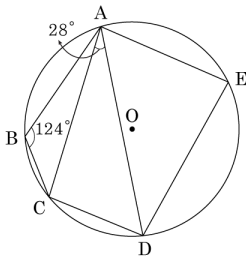
⑤ 108°

해설

$$\angle BAC = \angle BDC = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = 45^\circ + 55^\circ = 100^\circ$$

27. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle ABC = 124^\circ$, $\angle CAD = 28^\circ$ 일 때, $\angle AED$ 의 크기를 구하여라.

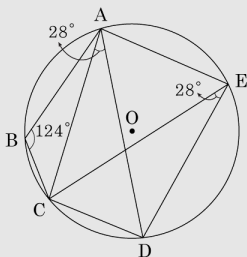


▶ 답 : °

▷ 정답 : 84 °

해설

보조선 CE 를 그으면



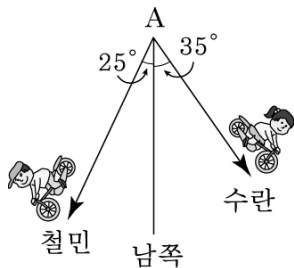
$\angle CAD = \angle CED = 28^\circ$ (호 CD 에 대한 원주각)

또한 사각형 ABCE 가 원에 내접하므로

$$\angle AEC = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$$

$$\therefore \angle AED = \angle AEC + \angle CED = 56^\circ + 28^\circ = 84^\circ$$

28. A 지점에서부터 철민이와 수란이가 동시에 자전거를 타고 각자의 집으로 가고 있다. 철민이는 시속 10km 로 남서쪽 25° 방향으로 가고 수란이는 시속 8km 로 남동쪽 35° 방향으로 간다면 A 지점에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 철민이와 수란이 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : km

▷ 정답 : $3\sqrt{21}$ km

해설

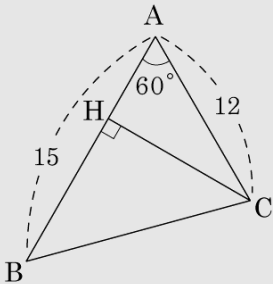
1.5 시간 동안 철민이가 간 거리 :

$$10 \times 1.5 = 15 \text{ (km)}$$

1.5 시간 동안 수란이가 간 거리 :

$$8 \times 1.5 = 12 \text{ (km)}$$

철민이와 수란이가 있는 지점을 각각 B, C 라고 하면



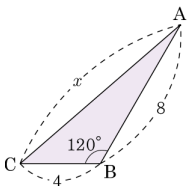
$$\overline{AH} = 12 \cos 60^\circ = 6 \text{ (km)}$$

$$\therefore \overline{HB} = 15 - 6 = 9 \text{ (km)}$$

$$\overline{CH} = 12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (km)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{BC} &= \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{CH}^2} \\ &= \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{21} \text{ (km)} \end{aligned}$$

29. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$

② $6\sqrt{2}$

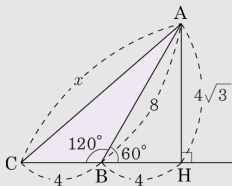
③ $3\sqrt{7}$

④ $7\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{7}$

해설

점 A 에서 내린 수선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 만나는 점을 H 라 할 때

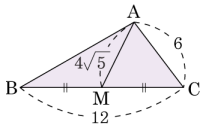


$$\overline{AH} = 8 \times \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = 8 \times \cos 60^\circ = 4$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2} = 4\sqrt{7}$$

30. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{5}$

해설

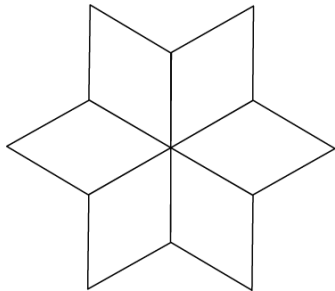
$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$$

$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin C$ 이고, $\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{4\sqrt{5}}{9} = 16\sqrt{5} \end{aligned}$$

31. 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\text{cm}^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

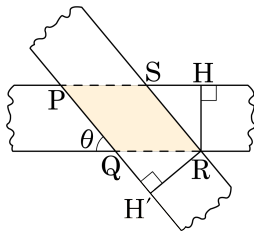
$360^\circ \div 6 = 60^\circ$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$$3 \times 3 \times \sin 60^\circ = \frac{9}{2} \sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

따라서, 별의 넓이는 $\frac{9}{2} \sqrt{3} \times 6 = 27 \sqrt{3} (\text{cm}^2)$

$\therefore a + b = 27 + 3 = 30$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 폭이 1로 일정한 두 종이 테이프가 θ 의 각을 이루며 겹쳐 있을 때, $\square PQRS$ 의 넓이를 구하여라.



㉠ $\frac{1}{\sin \theta}$

㉡ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$

㉢ $\sin \theta$

㉤ $\frac{1}{1 - \cos \theta}$

㉥ $\frac{1}{(1 - \cos \theta)^2}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

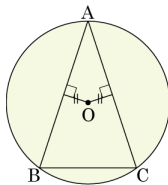
점 R에서 $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PQ}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면 $\triangle QRH'$ 에서 $\angle RQH' = \theta$ 이므로

$$\overline{QR} = \frac{\overline{RH'}}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \text{ 이다. 또, } \triangle SRH \text{에서}$$

$$\angle RSH = \theta \text{ 이므로 } \overline{SR} = \frac{\overline{RH}}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\begin{aligned} \therefore \square PQRS &= \overline{QR} \times \overline{SR} \times \sin \theta \\ &= \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} \times \sin \theta = \frac{1}{\sin \theta} \end{aligned}$$

33. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\pi, \angle BAC = 20^\circ$ 일 때,
 $5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC}$ 의 길이는?



① 18π

② 22π

③ 25π

④ 30π

⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 20^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = \angle ACB : \angle BAC$$

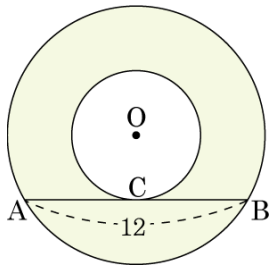
$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AB} = 20\pi$$

$$5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC} = 5.0\text{pt}\widehat{AB} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$$

34. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 20π

② 25π

③ 30π

④ 36π

⑤ 40π

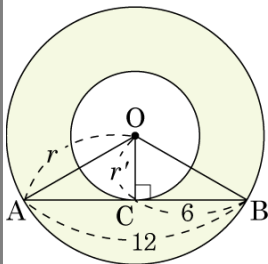
해설

큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 이라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

$$\overline{OC} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6$$

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 6^2$
 (색칠한 부분의 넓이) $= \pi r^2 - \pi r'^2 =$
 $\pi(r^2 - r'^2) = 36\pi$

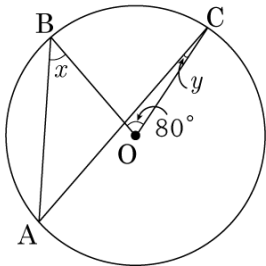


35. 다음 그림에서 $\angle BOC = 80^\circ$ 이고,
 $\angle ABO = x$, $\angle ACO = y$ 일 때, x 와 y 의
관계식으로 올바른 것은?

① $x + y = 65^\circ$ ② $x - y = 50^\circ$

③ $x - y = 35^\circ$ ④ $x = y + 45^\circ$

⑤ $x - y = 40^\circ$



해설

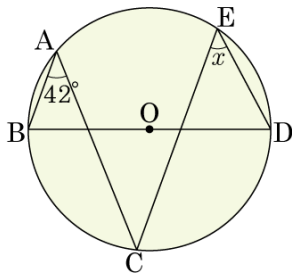
$$\angle BAC = 40^\circ,$$

$$x + \angle BAC = y + \angle BOC$$

$$x + 40^\circ = y + 80^\circ$$

$$\therefore x - y = 40^\circ$$

36. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—°

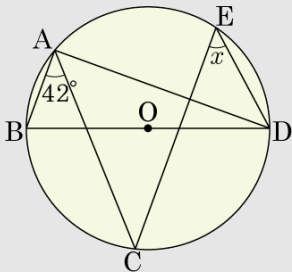
▷ 정답 : 48°

해설

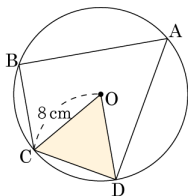
A, D를 연결하면

$$\angle BAD = 90^\circ, \angle CAD = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$\angle x = \angle CAD = 48^\circ$$



37. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle B = \angle D$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 8 cm 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : $16\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 4x$ 라 두면

$\angle D = 3x$

$$\therefore 2x + 3x + 4x + 3x = 360^\circ$$

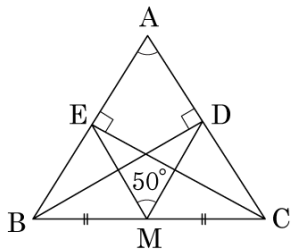
$$12x = 360^\circ \quad , \quad x = 30^\circ$$

$\angle B = \angle D = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 원의 중심 O 를 지난다.

$$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times \frac{1}{2} \times \angle A = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} (\triangle OCD \text{ 의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ \\ &= 16\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

38. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

④ 50°

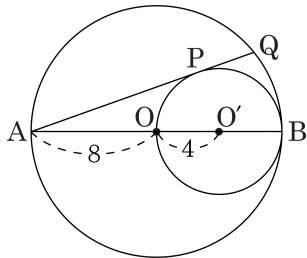
⑤ 65°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O' 에
그은 접선 AP 와 원 O 와의 교점을 Q
라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



- ① $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{17}{3}\sqrt{2}$
 ③ $\frac{25}{3}\sqrt{2}$ ④ $\frac{32}{3}\sqrt{2}$
 ⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{2}$

해설

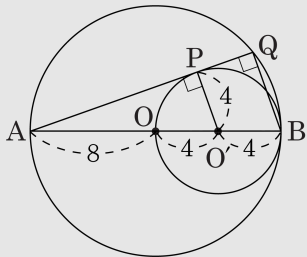
$$\overline{AP} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$\triangle AO'P \sim \triangle ABQ$ 에서

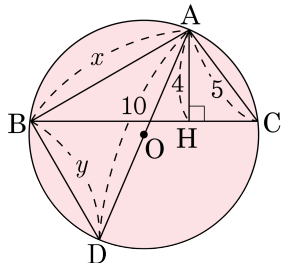
$$12 : 16 = 8\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$12\overline{AQ} = 128\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{32}{3}\sqrt{2}$$



40. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O , 원 O 의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x + y$ 의 값은? (단, $x = \overline{AB}$, $y = \overline{BD}$)



① 11

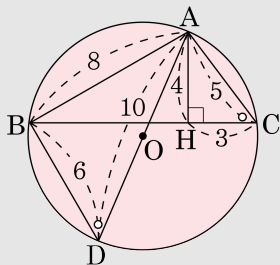
② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설



$\angle B = 90^\circ$, $\angle ADB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 의 원주각)

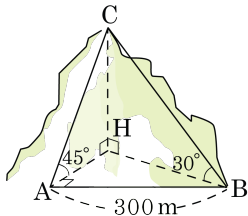
따라서, $\triangle ABD \sim \triangle AHC$ 이고

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 1$

$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} = 3$

$\therefore x = 8, y = 6, x + y = 14$

41. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 측정하기 위하여 수평면 위에 거리가 300m 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고, 필요한 부분을 측정한 결과가 다음 그림과 같을 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $150\sqrt{2}$ m

해설

$\overline{CH}$ 의 길이를 x 라 하면

$$\overline{AH} = \overline{CH} = x$$

$$\overline{BH} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BH}^2 - \overline{AH}^2}$$

$$= \sqrt{3x^2 - x^2}$$

$$= \sqrt{2}x$$

$$= 300 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 150\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

42. 원 O의 외부의 한 점 P에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, 선분 BT는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

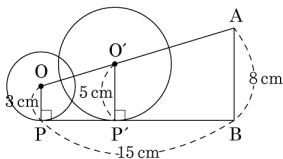
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

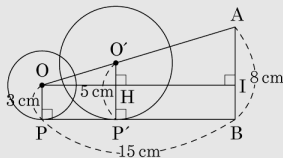
43. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이가 각각 3cm , 5cm 이고 $\overline{PB} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\angle PBA = 90^\circ$ 일 때, 두 원의 중심 사이의 거리, 즉 $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$ cm

해설



다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overline{O'P'}$ 와 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H , I 라 하면

$$\overline{O'H} = 5 - 3 = 2(\text{cm}), \quad \overline{AI} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$$

$\overline{OO'} = x(\text{cm})$ 라 하면

$\overline{OH} = \overline{PP'}$ 이고 $\triangle O'HO$ 는 직각삼각형이므로

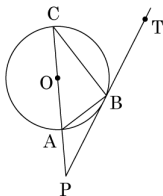
$$\overline{OH} = \sqrt{x^2 - 2^2} = \sqrt{x^2 - 4}$$

이 때 $\triangle OHO' \sim \triangle OIA$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{PP'} : \overline{PB} = \overline{O'H} : \overline{AI} \text{ 에서 } \sqrt{x^2 - 4} : 15 = 2 : 5$$

$$\therefore x = 2\sqrt{10}$$

44. 다음 그림에서 직선 PT는 원 O의 접선이고 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{BP} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle CBT$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 B는 접점이다.)



▶ 답 :

°

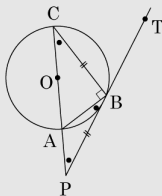
▷ 정답 : 60 °

해설

보조선 AB를 그으면 $\angle CBA = 90^\circ$

$\angle BPC = x$ 라 하면

$\overline{BP} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle BPC = x$



$\overline{PB}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle ABP = \angle BCA = x$

삼각형 ABP의 외각의 성질에 의하여

$\angle CAB = 2x$

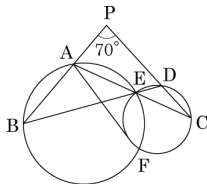
$\overline{PB}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle CBT = \angle CAB = 2x$

$90^\circ + x + 2x = 180^\circ \quad \therefore x = 30^\circ$

따라서 $\angle CBT = 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 E, F 에서 만나고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점이 점 E 이다. $\angle BPC = 70^\circ$ 일 때, $\angle AFC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

▷ 정답 : 110°

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면

$$\angle PBE = \angle AFE \quad (\because \widehat{AE} \text{의 원주각})$$

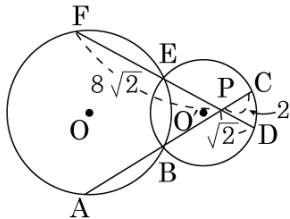
$$\angle BDP = \angle EFC$$

$$\triangle PBD \text{ 에서 } \angle PBE + \angle BDP = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle AFC = \angle AFE + \angle EFC$$

$$= \angle PBE + \angle BDP = 110^\circ$$

46. 다음 그림과 같이 두 원의 교점 B, E를 지나는 두 직선이 점 P에서 만나고, $\overline{CP} = 2$, $\overline{DP} = \sqrt{2}$, $\overline{PF} = 8\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\text{원 O에서 } \overline{PB} \times \overline{PA} = \overline{PE} \times \overline{PF}, \quad \frac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PF}}$$

$$\text{원 O'에서 } \overline{PB} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PD}, \quad \frac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$$

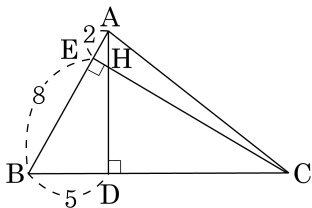
$$\therefore \frac{\overline{PA}}{\overline{PF}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$$

$$\therefore \overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PC} \times \overline{PF}$$

$$\overline{PA} \times \sqrt{2} = 2 \times 8\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{PA} = 16$$

47. 다음 그림에서 점 H는 $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점 A, C에서 대변에 그은 수선의 교차점이다. $\overline{AE} = 2$, $\overline{EB} = 8$, $\overline{BD} = 5$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 11

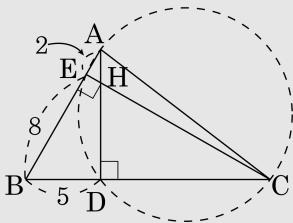
해설

$\angle AEC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, E, D, C는 한 원 위에 있다.

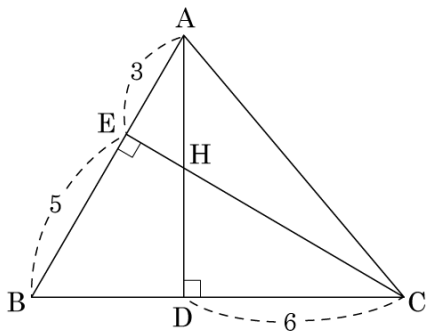
$$\overline{BE} \times \overline{BA} = \overline{BD} \times \overline{BC}$$

$$8 \times 10 = 5(5 + \overline{DC}), \quad 5 + \overline{DC} = 16$$

$$\therefore \overline{DC} = 11$$



48. 다음 그림의 두 점 A, C 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 4

② $2\sqrt{6}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ 5

해설

$\overline{AC}$ 에 대한 대각이 90° 로 서로 같으므로
네 점 A, E, D, C 는 한 원 위에 있다.

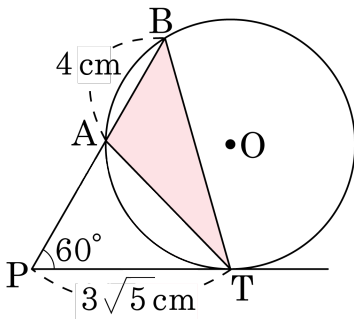
$\overline{BD} = x$ 라 하면

$$x \times (x + 6) = 5 \times 8, \quad x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$(x + 10)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = 4$$

따라서 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ 이다.

49. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 할선이다.
 $\overline{PT} = 3\sqrt{5}\text{ cm}$, $\overline{AB} = 4\text{ cm}$, $\angle P = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $3\sqrt{15}\text{cm}^2$

해설

$\overline{PA} = x$ 라 하면

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$45 = x(x + 4)$$

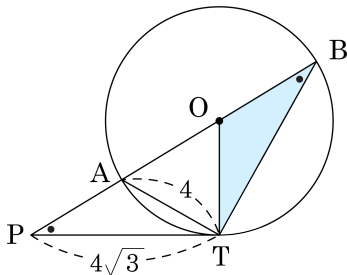
$$x^2 + 4x - 45 = (x + 9)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})(\because x > 0)$$

$\therefore (\triangle ATB \text{ 의 넓이})$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{5} \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 5 \times 3\sqrt{5} \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

50. 그림과 같이 원 O' 의 외부에 있는 한 점 P 에서 원 O 에 그은 접선과 중심 O 를 지나는 할선이 이 원과 만나는 세 점을 각각 T, A, B 라고 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$, $\overline{AT} = 4$ 이고, $\angle ABT = \angle APT$ 일 때, $\triangle BOT$ 의 넓이를 구하면?



① $3\sqrt{3}$

② $4\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{3}$

④ $6\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\angle ABT = \angle APT, \angle ABT = \angle ATP$$

삼각형의 외각의 성질에 따라 $\angle BAT = \angle APT + \angle ATP$ 이고
 $\angle ATB = 90^\circ$ 이므로

$\angle BAT = 60^\circ$, $\angle ABT = 30^\circ$, 따라서 삼각형의 외각의 성질에 따라 $\angle AOT = 60^\circ$

따라서 $\triangle OAT$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AT} = \overline{AO} = \overline{OB} = 4$$

원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

$$(4\sqrt{3})^2 = \overline{PA} \times (\overline{PA} + 8)$$

$$\therefore \overline{PA} = 4 \quad (\because \overline{PA} > 0)$$

점 B 에서 $\overline{PT}$ 의 연장선상에 수선을 내리고 그 수선의 발을 점 H 라고 하면

$\triangle PTO \sim \triangle PHB$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{PO} : \overline{PB} = \overline{PT} : \overline{PH} = \overline{OT} : \overline{BH}$$

$$8 : 12 = 4\sqrt{3} : \overline{PH} = 4 : \overline{BH}$$

$$\overline{PH} = 6\sqrt{3}, \overline{BH} = 6$$

따라서 $\triangle BOT$ 의 넓이는

$$\triangle PBH - \triangle POT - \triangle BHT = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 4\sqrt{3} \text{ 이다.}$$