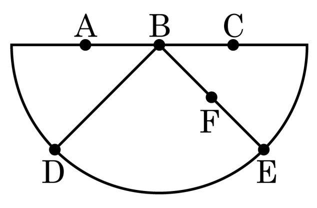
1. 다음 그림과 같이 중심이 B 인 반원 위에 점 6 개가 있다. 이들 중 두 점을 지나는 직선의 개수를 x 개, 두 점을 지나는 반직선의 개수를 y 개, 두 점을 지나는 선분의 개수를 z 개라 할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.



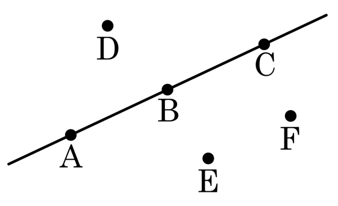
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

두 점을 지나는 선분의 개수는 $6\times5\div2=15$ (개) 이므로 $z=15$ 이다.
두 점을 지나는 직선의 개수는 직선 BE, BF, EF 는 같은 직선이고, 직선 AB, BC, AC 도 같은 직선이므로 $15-2-2=11$ (개), 따라서 $x=11$ 이다.
어떤 세 점도 같은 직선 위에 있지 않을 때의 두 점을 지나는 반직선의 개수는 $6\times5=30$ (개)
그런데 반직선 BF 와 반직선 BE 는 같은 반직선이고, 반직선 EF 와 반직선 EB 도 같은 반직선이고, 또 반직선 AB 와 반직선 AC 는 같은 반직선이고, 반직선 CA 와 반직선 CB 도 같은 반직선이므로 반직선의 개수 $y=30-4=26$ 이다.
따라서 $x+y+z=11+26+15=52$ 이다.

2. 한 평면 위에 있는 서로 다른 점들이 다음과 같은 위치에 있을 때, 두 점을 지나는 직선의 개수와 두 점을 지나는 반직선의 개수의 차를 구하여라. (단, 점 A, B, C 는 한 직선 위에 있고, 어떤 다른 나머지 세 점도 한 직선 위에 있지 않다.)



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 15 개

해설

6 개의 점 중 어떤 세 점도 한 직선 위에 있지 않다고 가정하면 두 점을 지나는 직선의 개수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ (개) 이고, 반직선의 개수는 $6 \times 5 = 30$ (개) 이다.
그런데 점 A, B, C 가 한 직선 위에 있으므로
직선 AB , 직선 AC , 직선 BC 는 모두 같은 직선이다.
따라서 직선의 개수는 $15 - 2 = 13$ (개)
또 반직선 AB 와 AC 는 같고, 반직선 CA 와 CB 도 같은 반직선이다.
그러므로 반직선의 개수는 $30 - 2 = 28$ (개) 이다.
따라서 직선의 개수와 반직선의 개수의 차는 $28 - 13 = 15$ (개) 이다.

3. 하나의 직선 위에 n 개의 점이 있다. 이 점으로 만들 수 있는 서로 다른 선분의 개수를 a , 서로 다른 반직선의 개수를 b , 서로 다른 직선의 개수를 c 라 할 때, $\frac{a(c+3)}{b}$ 을 n 을 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답：

▷ 정답： n

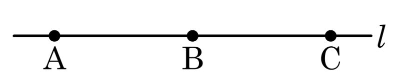
해설

하나의 직선 위에 있는 n 개의 점으로 만들 수 있는 직선은 1 개 밖에 없으므로 $c=1$,

또 선분의 개수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ (개) 이고, 반직선의 개수는 $2(n-1)$ (개) 이므로

$\frac{a(c+3)}{b}=\frac{n(n-1)\times(1+3)}{2\times2(n-1)}=n$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 직선 l 위에 있는 세 점 A, B, C 중에서 두 점을 골라 만들 수 있는 직선, 반직선, 선분의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

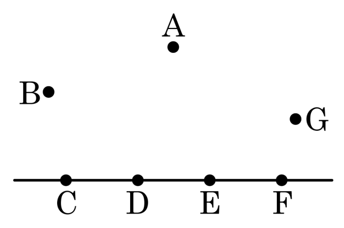
▷ 정답 : 0

해설

직선은 l 의 1 개 이므로 $a = 1$, 반직선은 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}$ 의 4 개 이므로 $b = 4$, 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 3 개 이므로 $c = 3$

$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

5. 다음과 같이 평면 위에 있는 서로 다른 점 A, B, C, D, E, F, G 가 다음과 같이 C, D, E, F 가 한 직선 위 에 있고, 다른 나머지 세 점은 한 직선 위에 있지 않을 때, 두 점을 지나는 반직선의 개수 a 개와 직선의 개수 b 개에 대하여 $\frac{a+b+3}{5}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

한 직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있다고 가정하면, 두 점을 지나는 반직선의 개수는 $7\times6 = 42$ (개) 이다. 그런데 C, D, E, F 가 한 직선 위에 있으므로 반직선 CD 와 CE, CF 가 같고, 반직선 DE 와 DF 가 같다. 또한 반직선 FE 와 FD, FC 가 같고, 반직선 ED 와 EC 가 같다. 따라서 반직선의 개수는 $42-6=36$ (개) 이고, $a=36$ 이다.
두 점을 지나는 직선의 개수는 $7\times6\div2 = 21$ (개) 이지만, C, D, E, F 가 한 직선 위에 있으므로 직선 CD 와 직선 CE, CF, DE, DF, EF 가 같다. 직선의 개수는 $21-5=16$ (개) 이고, $b=16$ 이다.
따라서 $\frac{a+b+3}{5} = \frac{16+36+3}{5} = 11$ 이다.