

1. 방정식  $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

①  $x = -1$  (증근),  $-\frac{1}{2}$ , 2

②  $x = -1$  (증근),  $\frac{1}{2}$ , 1

③  $x = -1$  (증근),  $\frac{1}{2}$ , 2

④  $x = -1, \frac{1}{2}, 2$  (증근)

⑤  $x = -1, \frac{1}{2}$  (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$  라 하면  $f(-1) = 0$ ,  $f(2) = 0$  이므로  $(x+1)(x-2)$  를 인수로 갖는다.

-1	2	-1	-6	-1	2
		-2	3	3	-2
2	2	-3	-3	2	0
		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 삼차방정식  $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서  $x^2$ 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 - 16 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

$$\therefore \text{모든 해의 합은 } (-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$$

4. 다음 방정식을 만족하는  $x, y$ 의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -5$

▷ 정답 :  $y = 0$

### 해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡에서  $x = 2y - 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉠에 대입하면  $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$\therefore y = 0$

$y = 0$ 을 ㉡에 대입하면  $x = -5$

$\therefore x = -5, y = 0$

5. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \dots \textcircled{\Gamma} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \dots \textcircled{\Delta} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

①, ②의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \dots\dots \textcircled{\text{A}} \\ 2x + 3y = 12 & \dots\dots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

① - ②×3을 하면  $-4y = -8$

∴  $y = 2$ 를 ②대입하면  $x = 3$

∴  $x = 3, y = 2$

6. 사차방정식  $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 치환하면

$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$

$\therefore t = -5$  또는  $t = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{5}i$  또는  $x = \pm\sqrt{2}$

따라서 모든 실근의 곱은

$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

7. 삼차방정식  $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가)  $\alpha + \beta + \gamma$

(나)  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

(다)  $\alpha\beta\gamma$

①  $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$

②  $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$

③  $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

④  $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$

⑤  $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

### 해설

삼차방정식  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

8.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 를 } \omega \text{ 라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

9.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$  이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는  $a$  값은?

①  $a = -1$

②  $a = 1$

③  $a = \pm 1$

④  $a \neq \pm 1$  인 모든 실수

⑤ 없다.

### 해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는  $a$ 의 값은  $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

10. 연립방정식  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$  의 해를 구하면  $x = p, y = q$  또는  $x = r, y = s$ 이다.  $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

### 해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ xy - y^2 = 6 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $x = 2y + 1 \dots\dots\dots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

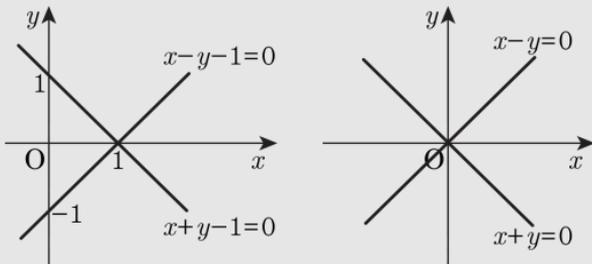
$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

11. 좌표평면에서 두 영역  $(x+y-1)(x-y-1) = 0$ ,  $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는  $(x, y)$ 의 개수는?

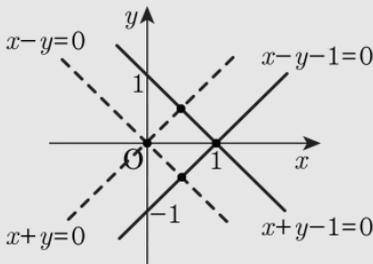
- ① 무한히 많다.      ② 0개      ③ 1개  
 ④ 2개      ⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.



13. 가로와 세로의 길이가 각각  $x$  cm,  $y$  cm 인 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하라. (단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각  $x$  cm,  $y$  cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \text{..... ㉠}$$

또, 이 직사각형의 둘레는  $2(x + y)$  이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 ㉠에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

14. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

- ① 8 km/h                      ② 9 km/h                      ③ 10 km/h  
 ④ 11 km/h                      ⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 :  $x$

3분간 간 거리 :  $3x$

느린 학생의 분속 :  $y$

3분간 간 거리 :  $3y$

같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로  
 거리의 차는 200

$$3x - 3y = 200$$

반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로  
 거리의 합은 200

$$x + y = 200$$

$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면  $x = \frac{400}{3}$  m/분

$$\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4\text{km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$$

15. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$  를 만족하는 실수 해의 순서쌍

$(x, y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :            개

▷ 정답 : 1개

### 해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ (x-y)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서  $x^2 - (y-3)^2 = 0$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i)  $y = -x+3$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii)  $y = x+3$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은  $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1개이다.

16. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{\Gamma} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{\Delta} \end{cases}$  을 풀면  $x = \alpha, y = \beta$

또는  $x = \gamma, y = \delta$  이다. 이 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$$\textcircled{\Gamma} - \textcircled{\Delta} \text{에서 } x - y = -2, \text{ 즉 } y = x + 2$$

$\textcircled{\Gamma}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

17. 방정식  $x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값을 구하면?

① -7

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 7

해설

$$x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(x + 2y)^2 + (y - 1)^2 = 0$$

$$x + 2y, y - 1 \text{은 실수이므로 } x + 2y = 0, y - 1 = 0$$

$$\therefore y = 1, x = -2y = -2$$

$$\therefore x + y = -1$$

18. 방정식  $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수  $x, y$ 의 합  $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{ 는 실수이므로 } x = -1, y = 2$$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1$$

19. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는?

$$\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5개 이상

해설

$$\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$$

$$(m-4)(n-2) = 8$$

$$8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 = 4 \times 2 = 8 \times 1 \text{ 이므로}$$

$$(m, n) = (5, 10), (6, 6), (8, 4), (12, 3)$$

$\therefore$  4쌍의  $(m, n)$ 이 존재한다.

20. 방정식  $xy + 2x = 3y + 10$  을 만족하는 양의 정수가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$  일 때,  $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

### 해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, \quad xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, \quad y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

21. 삼차방정식  $x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + (4a+1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ①  $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$                       ②  $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$   
 ③  $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$                       ④  $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$   
 ⑤  $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

**해설**

$f(x) = x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + 4a+1$ 이라 하면  
 $f(1) = 0$ 이므로  $f(x)$ 는  $(x-1)$ 을 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 2a+3 & -6a-5 & 4a+1 \\
 & & 1 & 2a+4 & -4a-1 \\
 \hline
 & 1 & 2a+4 & -4a-1 & 0
 \end{array}$$

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$(x-1) \{x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1\} = 0$$

(i)  $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이  $x \neq 1$ 인 경우

$$D = 0 \text{이므로, } a^2 + 8a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$$

(ii)  $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이  $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + 2(a+2) - 4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

(i), (ii)에서  $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$

22.  $x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 한다.  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 을 근으로 하는 삼차방정식이  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 일 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0 \text{의}$$

세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이므로

$$\alpha + \beta + \gamma = -2,$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3,$$

$$\alpha\beta\gamma = -1$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = -3,$$

$$\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = 2,$$

$$\frac{1}{\alpha\beta\gamma} = -1$$

따라서  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 를 세 근으로 하는

삼차항의 계수가 1인 방정식은

$$x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 2, c = 1$$

해설

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0 \dots\dots ①$$

$x = \frac{1}{X}$ 로 놓으면

$$\left(\frac{1}{X}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{X}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{X}\right) + 1 = 0$$

$$\therefore X^3 + 3X^2 + 2X + 1 = 0 \dots\dots ②$$

①의 세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이므로

②의 세 근은  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 이다.

$\therefore$  구하는 방정식은

$$X^3 + 3X^2 + 2X + 1 = 0 \text{에서}$$

$$abc = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

23. 사차방정식  $x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 이  $x = -1 + \sqrt{2}$ 를 한 근으로 가질 때,  $2a - b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b$ 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x = -1 + \sqrt{2} \text{에서 } x + 1 = \sqrt{2}$$

양변을 제곱하여 정리하면  $x^2 + 2x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 &= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + cx + 5) \\ &= x^4 + (2 + c)x^3 + (4 + 2c)x^2 + (10 - c)x - 5 \end{aligned}$$

$$\therefore 2 + c = 5, 4 + 2c = a, 10 - c = b$$

$$\therefore a = 10, b = 7, c = 3$$

24. 두 방정식  $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ ,  $x^2 + kx - 2k = 0$ 을 동시에 만족하는  $x$ 의 값이 존재할 때, 상수  $k$ 의 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

공통인 근을  $\alpha$ 라 하면

$$\alpha^2 - (k+2)\alpha + 2k = 0$$

$$\alpha^2 + k\alpha - 2k = 0$$

두 식을 더하면

$$2\alpha^2 - 2\alpha = 0, \quad \alpha(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha = 0 \text{ 이면 } k = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ 이면 } k = 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

### 해설

$$\textcircled{\ominus} : x^2 - (k+2)x + 2k = 0 \text{에서 } (x-k)(x-2) = 0$$

$$\textcircled{\omin�} : x^2 + kx - 2k = 0$$

i)  $x = k$ 가  $\textcircled{\omin�}$ 의 해일 때

$$k^2 + k^2 - 2k = 0,$$

$$k^2 - k = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 0$$

ii)  $x = 2$ 가  $\textcircled{\omin�}$ 의 해일 때

$$4 + 2k - 2k = 0, \quad 4 = 0 \text{ 성립하지 않는다.}$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

25. 실수  $x, y$ 에 대하여  $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$ 일 때,  $xy$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0 \text{ 을}$$

$x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 + 2(y+1)x + y^2 - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \text{㉠}$$

이 때,  $x$ 는 실수이므로 ㉠은 실근을 가져야 한다.

$$D = (y+1)^2 - 2(y^2 - 2y + 5) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0 \quad (y-3)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 3$$

$y = 3$ 을 ㉠에 대입하면

$$2x^2 + 8x + 8 = 0, \quad x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \quad \therefore xy = (-2) \cdot 3 = -6$$