

1. $y = x^2 - 2$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식은?

- ① $y = -x^2 + 2$ ② $y = -x^2 + 3$ ③ $y = x^2 + 2$
④ $y = 2x^2 + 2$ ⑤ $y = 3x^2 + 2$

해설

$y = ax^2 + b$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식
 $y = -ax^2 - b$
 $y = x^2 - 2$ 를
 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식은
 $-y = x^2 - 2$
 $\therefore y = -x^2 + 2$

2. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은?

- ① { 3, 6, 9, 12, ... }
- ② 한글 자음의 모임
- ③ { $x \mid x$ 는 $x \times 0 = 0$ 을 만족하는 자연수 }
- ④ 키가 나보다 큰 사람들의 모임
- ⑤ 나보다 착한 학생의 모임

해설

⑤, ‘나보다 착한 학생’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이라고 할 수 없다.

3. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{a, b, \{c, \varnothing\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라.

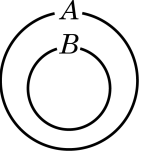
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) = 7$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{5, 10\}$
- ③ $\{5, 15, 20\}$
- ④ $\{32\}$
- ⑤ $\{5, 50 \dots\}$

해설

$B \subset A$ 이어야 한다.
① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

5. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 6의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

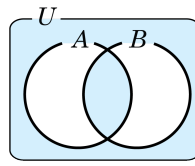
▶ 답 : 6 개

▷ 정답 : 16개

해설

$A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 이고,
이 중 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이다.
따라서 6의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 16$ (개)

6. 다음 벤다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$ ② $(A \cup B) \cup (A \cap B)$
 ③ $(A \cap B) \cup (A^c - B^c)$ ④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$
 ⑤ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

해설

벤다이어그램은 $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 을 나타낸다. $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c = (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

7. 전제집합 U 의 부분집합 A, B 에서 집합 $(A \cup B) \cap (A - B)^c$ 을 간단히 한 것은?

① $\emptyset$

② A

③ B

④ U

⑤ $A \cap B$

해설

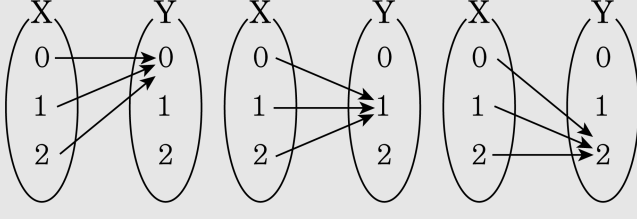
$$(A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c = (A \cup B) \cap (A^c \cup B) = B$$

8. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

9. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ ㉡ $x^2 + y^2 = 1$
③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 2$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 1인 ㉡이다.

10. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 $X \subset U$ 이고, $\{1, 2\} \cap X = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하시오.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$\{1, 2\}$ 를 포함하지 않아야 하므로 $\{3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore 2^4 = 16$ (개)

11. 다음 다섯 개의 명제 중 참인 명제의 개수는? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠

$|a| + |b| = 0 \leftrightarrow ab = 0$
- ㉡

$a < b$ 이면 $ac < bc$ 이다.
- ㉢

$a < b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다.
- ㉣

$a + b\sqrt{3} = 0$ 이면 $a = 0$ 그리고 $b = 0$
- ㉤

$a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

①

없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠

$|a| + |b| = 0 \leftrightarrow a = b = 0 \leftrightarrow ab = 0$

㉡

$c \leq 0$ 인 경우 성립하지 않는다.

㉢

반례 : $a = -1, b = 0$

㉣

반례 : $a = \sqrt{3}, b = -1$ (a, b 가 유리수일 때 명제가 성립한다.)

㉤

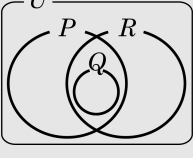
반례 : $a = -1, b = 1$ (a, b 가 같은 부호일 때 성립한다.)

12. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, $Q \subset (P \cap R)$ 가 성립한다. 이때, 다음 중 항상 참인 명제를 모두 고르면?

- ① $p \rightarrow r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $r \rightarrow q$
- ④ $q \rightarrow r$
- ⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

세 집합 P, Q, R 에 대하여 $Q \subset (P \cap R)$ 를 만족하도록 벤 다이어그램을 그리면 다음 그림과 같다.



이때, $P^c \subset Q^c, Q \subset R$ 이므로 $\sim p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r$

13. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이고, $f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 1$ 를 만족할 때, $2f(1) + f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(3) = 1$ ($\because f(2) = 3$)
함수 f 가 일대일 대응이므로 $f(1) = 2$ 이다.
 $\therefore 2f(1) + f(3) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

14. 두 함수 $f(x) = 2x - 5, g(x) = -6x + 2$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $-3x + 17$

② $-3x - 13$

③ $-3x + 13$

④ $-3x$

⑤ $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5 \text{ 에서}$$

$$y = 2x - 5, \frac{y+5}{2} = x$$

$$x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2}\right) + 2 = -3x - 13$$

15. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$ 의 값을 구하여라. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f^{-1}(-3) = k$ 라 놓으면

$f(k) = -3$ 이므로 $k = -1$ 이다.

그러므로 $g(f^{-1}(-3)) = g(-1) = 2$

16. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수 f^{-1} 가 $f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

역함수의 성질에서 $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

즉 $f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 5$ 이다.

따라서, $f(x) = ax^3 + b$ 에서

$\therefore f(2) = 8a + b = 5$

17. 다음에서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

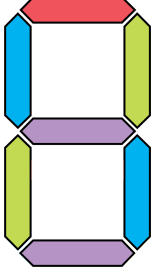
㉠ $f(x) = x + 2$	㉡ $f(x) = -x - 1$
㉢ $f(x) = \frac{1}{x}$	㉣ $f(x) = 2x$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 인지 확인한다.
㉠ $(f \circ f)(x) = x + 4$
㉡ $(f \circ f)(x) = x$
㉢ $(f \circ f)(x) = x$
㉣ $(f \circ f)(x) = 4x$
따라서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수는 ㉡, ㉢이다.

18. 다음 그림과 같이 빨강, 초록, 파랑, 보라 4개의 전등으로 구성된 숫자판이 있다. 세 집합 A, B, C 가 각각 다음과 같을 때, ☐ 안에 기호 $\subset, =$ 중 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



$A = \{x \mid x$
는 숫자 4를 나타낼 때 켜지는 전등의 색}
 $B = \{x \mid x$
는 숫자 5를 나타낼 때 켜지는 전등의 색}
 $C = \{x \mid x$
는 숫자 6을 나타낼 때 켜지는 전등의 색 }

A ☐ C

B ☐ C

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\subset$

▷ 정답 : $\subset$

해설

집합 A, B, C 를 각각 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{\text{파랑, 보라, 초록}\}$,
 $B = \{\text{빨강, 파랑, 보라}\}$,
 $C = \{\text{빨강, 파랑, 보라, 초록}\}$ 이다.
따라서 $A \subset C, B \subset C$ 이다.

19. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

20. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

$\textcircled{\tiny \neg} \quad x + 1 > 0$	$\textcircled{\tiny \sqsubset} \quad x^2 + xy + y^2 \geq 0$
$\textcircled{\tiny \sqcup} \quad x + y \geq x - y $	$\textcircled{\tiny \supset} \quad x + y \geq x - y $

- ① $\textcircled{\tiny \neg}$

② $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqcup}$

③ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \supset}$
- ④ $\textcircled{\tiny \sqsubset}, \textcircled{\tiny \supset}$

⑤ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqsubset}, \textcircled{\tiny \sqcup}$

해설

$\textcircled{\tiny \neg} \quad x > -1$ 일 때만 성립한다.
 $\textcircled{\tiny \sqsubset} \quad x^2 + xy + y^2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0$
(단, 등호는 $x = y = 0$ 일 때 성립)
 $\textcircled{\tiny \sqcup} \quad (|x| + |y|)^2 - |x - y|^2$
 $\quad = |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2$
 $\quad = 2(|xy| + xy) \geq 0$
 $\therefore (|x| + |y|)^2 \geq |x - y|^2$
(단, 등호는 $xy \leq 0$ 일 때 성립)
 $\textcircled{\tiny \supset} \quad$ (반례) $x = 2, y = -3$ 일 때
 $|2 + (-3)| = 1, |2 - (-3)| = 5$ 이므로
 $|x + y| < |x - y|$
따라서 절대부등식이 아닌 것은 $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \supset}$ 이다.

21. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 4y^2 + 4xy + 10x + ay + b > 0$ 이 성립할 a, b 의 조건은? (단, a, b 는 실수)
- ① $a = 20, b > 25$

② $a = 20, b < 25$

③ $a = 20, b \geq 25$

④ $a = 20, b \leq 25$

⑤ $a = 20, b \neq 25$

해설

준식을 x 에 관하여 정리하면
 $x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 x 의 모든 실수값에 대하여 성립하려면
 $\frac{D}{4} = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$
 $\therefore (a - 20)y + b - 25 > 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 이 모든 y 에 대하여 성립하려면 $a = 20$ 이고 $b > 25$ 이다.

22. R 가 실수 전체의 집합일 때, R 에서 R 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.

$f : x \rightarrow a|x-1| + (2-a)x + a \quad (x \in R, a \in R)$

함

수 f 가 일대일 대응이 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -1$
- ② $a \leq -1$
- ③ $a > -1$
- ④ $a < 1$
- ⑤ $a \leq 1$

해설

$f(x) = a|x-1| + (2-a)x + a$ 에서 $x \geq 1, x < 1$ 인 경우로 나누면,
 $x \geq 1$ 일 때, $f(x) = a(x-1) + (2-a)x + a$
 $x < 1$ 일 때, $f(x) = a(1-x) + (2-a)x + a$

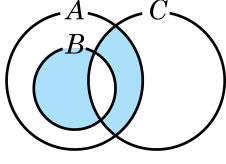
$$\therefore f(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 1) \\ -2(a-1)x + 2a & (x < 1) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 R 에서 R 로의 일대일 대응이려면
 $x \geq 1$ 에서 기울기가 양이므로 $x < 1$ 에서도 기울기가 양이어야 한다.

$$\text{즉, } -2(a-1) > 0, a-1 < 0$$

$$\therefore a < 1$$

23. 다음 벤 다이어그램에서 $n(A) = 20$, $n(B) = 10$, $n(C) = 15$, $n(B \cup C) = 21$, $n(A \cup B \cup C) = 25$ 일 때, 빗금 친 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B \cup C = A \cup C$ 이다.
 $n(A \cup B \cup C) = n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C) \rightarrow n(A \cap C) = 10$
,
 $n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C) \rightarrow n(B \cap C) = 4$,
빗금 친 부분은 $(B - C) \cup ((A \cap C) - (B \cap C))$ 이므로,
 $n((B - C) \cup ((A \cap C) - (B \cap C))) = n(B) - n(B \cap C) + n(A \cap C) - n(B \cap C) = 10 - 4 + 10 - 4 = 12$

24. 두 조건 p, q 를 만족시키는 집합 $P = \{x \mid a < x < a + 1\}$, $Q = \left\{x \mid x + \frac{1}{x} \leq -2\right\}$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게하는 실수 a 의 최댓값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(i) $x < 0$ 이면

$$x + \frac{1}{x} + 2 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x} = \frac{(x + 1)^2}{x} \leq 0$$

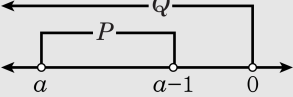
$$\therefore x + \frac{1}{x} \leq -2$$

(ii) $x > 0$ 이면

$x + \frac{1}{x} \geq 2$ 이므로 Q 를 만족시키지 못한다.

(i), (ii)에 의하여 $Q = \{x \mid x < 0\}$

$\therefore P \subset Q$ 에서 $a + 1 \leq 0, a \leq -1$



따라서, $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 실수 a 의 최댓값은 -1 이다.

25. p, q 가 실수일 때, 다음 중 부등식 $p < q$ 가 성립할 필요충분조건은?

- ① $\{x|x \leq p\} \cap \{x|x > q\} = \emptyset$
- ② $\{x|x \geq p\} \cap \{x|x \leq q\} \neq \emptyset$
- ③ $\{x|x < p\} \subset \{x|x < q\}$
- ④ $\{x|x < p\} \subset \{x|x \leq q\}$
- ⑤ $\{x|x \leq p\} \subset \{x|x < q\}$

해설

- ① $p < q \Rightarrow \{x|x \leq p\} \cap \{x|x > q\} = \emptyset$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ② $p < q \Rightarrow \{x|x \geq p\} \cap \{x|x \leq q\} \neq \emptyset$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ③ $p < q \Rightarrow \{x|x < p\} \subset \{x|x < p\}$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ④ $p < q \Rightarrow \{x|x < p\} \subset \{x|x \leq q\}$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ⑤ $p < q \Rightarrow \{x|x \leq p\} \subset \{x|x < q\}$
 $\therefore$ 필요충분조건