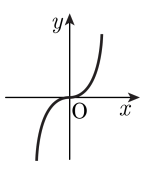
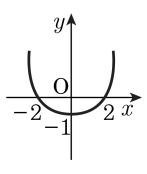
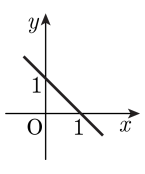
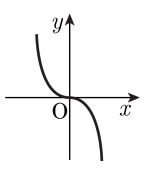
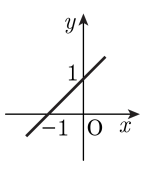
1. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수
x_1 , x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때
$f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로
정답은 ②번이다.

2. 다음 <보기> 중에서 자연수 전체의 집합 N에서 N으로의 함수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$을 대응시킨다.

㉡ 자연수 n에 n의 양의 약수의 개수를 대응시킨다.

㉢ 홀수에는 1, 짝수에는 2, 소수에는 3을 대응시킨다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

자연수에서 자연수로의 함수라는 말의 의미는
정의역이 자연수 일 때, 치역도 자연수인 함수를
찾으라는 말이다. 그런데 이때 ㉠은 무리수가
치역에 포함되지 않으므로 정의에 타당하지 않다.
㉢에서 2는 짝수이며 소수이므로 옳지 않다.
따라서 ㉡만 옳다.

3. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$
연립하면 $a = -1,\ b = 3$
$\therefore\ f(3) = 3a + b = 0$

4. 두 함수 $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$, $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 가 $f(h(x)) = g(x)$ 를 만족시킨다. 이 때 $h(2)$ 의 값은?

① $\dfrac{7}{2}$ ② $\dfrac{5}{2}$ ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ $-\dfrac{7}{2}$ ⑤ $-\dfrac{3}{2}$

해설

$$f(h(x)) = \frac{h(x)-1}{h(x)+2} = \frac{x+1}{x-1} = g(x)$$

$$(x-1)\{h(x)-1\} = (x+1)\{h(x)+2\}$$

$$2h(x) = -3x-1$$

$$\therefore\ h(x) = \frac{-3x-1}{2}$$

$$\therefore\ h(2) = -\frac{7}{2}$$

해설

$f(h(2)) = g(2)$ 에서, $h(2) = a$ 라 두면, $g(2) = 3$ 이므로

$$f(a) = 3\ ,\ \frac{a-1}{a+2} = 3$$

이를 풀면 $\therefore\ a = h(2) = -\dfrac{7}{2}$

5. 직선 $y = m|x-1|+2$ 와 x축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10일 때, m의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{2}{5}$ ⑤ 1

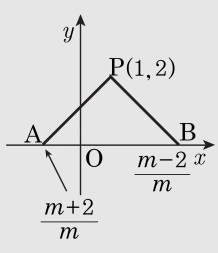
해설

$y = m|x-1|+2$

i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \cdots$ ㉠

ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \cdots$ ㉡

m 에 관계없이 정점 $(1,\ 2)$을 지난다.



x절편은 ㉠에서 $x = \frac{m-2}{m}$

㉡에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는

$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = \frac{-4}{m}$

$\therefore$ $\triangle PAB$의 면적이 10이므로

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$

$10m = -4$

$\therefore\ m = -\frac{2}{5}$

해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

$\overline{AB} = 10$

즉 그래프의 x절편이 $-4,\ 6$이다.

$y = m|x-1|+2$에 $(6,\ 0)$을 대입하면

$0 = m|6-1|+2,\ 5m = -2$

$\therefore m = -\frac{2}{5}$