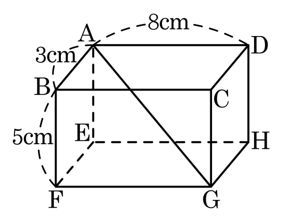
1. 다음 그림의 직육면체에서 $\overline{\mathrm{AG}}$ 의 길이를 구하여라.



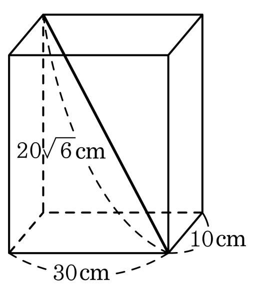
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm

▷ 정답 : $7\sqrt{2}$ cm

해설

직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로
대각선 $\overline{\mathrm{AG}}$ 의 길이는 $\sqrt{3^2+8^2+5^2} = 7\sqrt{2}$ (cm) 이다.

2. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $20\sqrt{6}$cm 인 직육면체 모양의 상자가 있다. 밑면인 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각가 30cm, 10cm 일 때, 이 상자의 높이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $10\sqrt{14}$ cm

해설

높이를 x라 하면

$\sqrt{30^2+10^2+x^2}=20\sqrt{6}$

$\sqrt{1000+x^2}=20\sqrt{6}$

$1000+x^2=2400$

$x^2=1400 \quad \therefore x=10\sqrt{14}(\text{cm})$

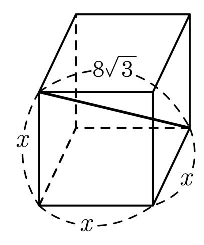
3. 세 모서리의 길이가 다음과 같은 두 직육면체의 대각선의 길이를 각각 바르게 짝지은 것은?

㉠ 4cm, 4cm, 6cm
㉡ $3\sqrt{3}$cm, $2\sqrt{3}$cm, $\sqrt{6}$cm

① $\sqrt{17}$cm, $\sqrt{5}$cm
② $\sqrt{17}$cm, $4\sqrt{5}$cm
③ $2\sqrt{17}$cm, $2\sqrt{5}$cm
④ $2\sqrt{17}$cm, $3\sqrt{5}$cm
⑤ $\sqrt{17}$cm, $3\sqrt{5}$cm

해설
㉠ $\sqrt{16+16+36} = 2\sqrt{17}(cm)$
㉡ $\sqrt{27+12+6} = 3\sqrt{5}(cm)$

4. 다음 그림의 정육면체에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\sqrt{x^2+x^2+x^2} = 8\sqrt{3}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

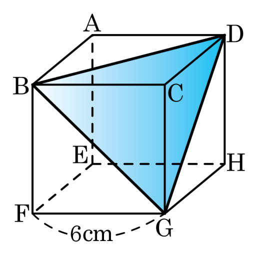
5. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ ② $486\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ ③ $162\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$
④ $486\mathrm{cm}^2$ ⑤ $162\mathrm{cm}^2$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면
$\sqrt{3}a = 9$이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}$cm이다.
정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로
$6\times\left(3\sqrt{3}\right)^2 = 162(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm인 정육면체를 세 꼭짓점 B, G, D를 지나는 평면으로 자를 때, △BGD 의 넓이를 구하면?

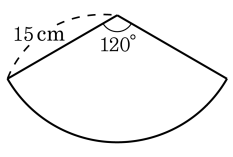


① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$　② $18\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$
④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD}=\overline{BG}=\overline{DG}$ 이므로
△BGD는 정삼각형이다.
$\overline{BD}=6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로
$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(6\sqrt{2}\right)^2=18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 15 cm 인 원에서 중심각의 크기가 120 ° 인 부채꼴을 오려서 원뿔의 옆면을 만들때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

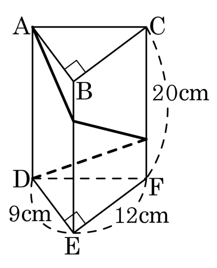
밑면의 반지름의 길이를 y cm라고 하면,

$2\pi r = 2\pi \times 15 \times \frac{120}{360} = 10\pi$

$\therefore r = 5(\text{cm})$

$\text{h} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$

8. 다음 삼각기둥은 밑면이 직각삼각형이고 직각을 낀 두 변의 길이가 9cm, 12cm이다. 높이가 20cm인 이 도형의 꼭짓점 A에서 실을 감아 모서리 BE, CF를 거쳐 꼭짓점 D에 이르는 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{106}$ cm

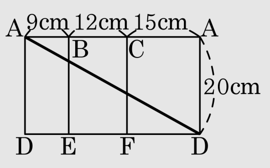
해설

$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

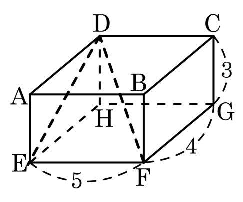
$\overline{AD} = \sqrt{20^2 + (9 + 12 + 15)^2}$

$= \sqrt{400 + 1296} = \sqrt{1696}$

$= 4\sqrt{106}(\text{cm})$



9. 다음 그림의 직육면체에서 $\overline{\mathrm{DE}}+\overline{\mathrm{DF}}$ 의 값은?



① 3 ② $3+\sqrt{2}$

③ 5 ④ $5\sqrt{2}$

⑤ $5+5\sqrt{2}$

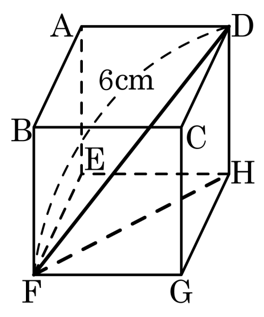
해설

$\overline{\mathrm{DE}}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overline{\mathrm{DF}}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DE}}+\overline{\mathrm{DF}}=5+5\sqrt{2}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 6cm 인 정육면체에서 $\triangle DHF$ 의 넓이를 구하여라.



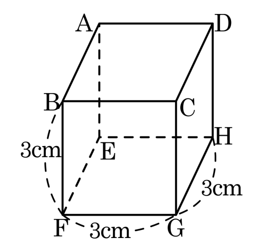
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $6\sqrt{2}$ $\underline{cm^2}$

해설

정육면체의 대각선의 길이가 6cm 이므로 한 변의 길이는
$6 = \sqrt{3}a, a = 2\sqrt{3}(cm)$ 가 된다.
$\overline{DH} = 2\sqrt{3}(cm)$
$\triangle HFG$ 에서 $\overline{FH} = \sqrt{2}(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}(cm)$
$\triangle DHF = \frac{1}{2}\times\overline{FH}\times\overline{DH} = \frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times2\sqrt{3} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}(cm^2)$

11. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?



① $\sqrt{3}$ cm　　② $2\sqrt{3}$ cm

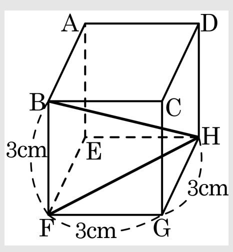
③ $3\sqrt{3}$ cm　　④ $4\sqrt{3}$ cm

⑤ 3

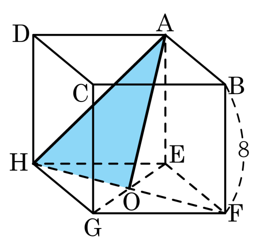
해설

$\overline{\mathrm{FH}}$ 의 길이는 $\sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$(cm) 이다.

$\therefore \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{3}$(cm)



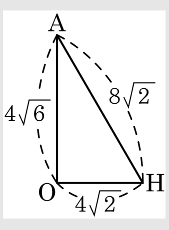
12. 다음은 한 변의 길이가 8 인 정육면체를 그린 것이다. 밑변의 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle$AOH 의 넓이를 구하면?



① $16\sqrt{3}$　② $17\sqrt{3}$　③ $18\sqrt{3}$

④ $19\sqrt{3}$　⑤ $20\sqrt{3}$

해설



$\overline{\mathrm{AE}} = 8, \overline{\mathrm{OE}} = 4\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{64+32} = \sqrt{96}$

$= 4\sqrt{6}$

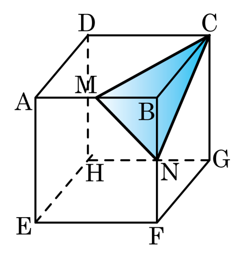
$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{6})^2 + (4\sqrt{2})^2$ 이므로

$\triangle$AOH는 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle$AOH 넓이는

$4\sqrt{6} \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{12} = 16\sqrt{3}$

13. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체에서 $\overline{AB}, \overline{BF}$ 의 중점이 각각 M, N 일 때, △CNM 의 넓이는?



① $27\sqrt{11}\text{cm}^2$　② $\frac{27}{2}\text{cm}^2$　③ $54\sqrt{11}\text{cm}^2$

④ $54\sqrt{5}\text{cm}^2$　⑤ $27\sqrt{5}\text{cm}^2$

해설

△CNM 은 $\overline{CM} = \overline{CN}$ 인 이등변삼각형이다.

$\overline{CM} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\overline{MN} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

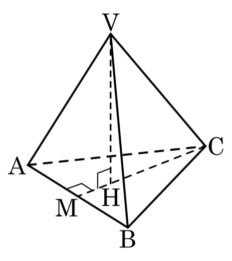
$\therefore$ (△CNM 의 높이) $= \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{45 - \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{162}{4}}$

$= \frac{9\sqrt{2}}{2}$

$\therefore$ (△CNM 의 넓이)$= 3\sqrt{2} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{27}{2}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 부피가 $2\sqrt{6}$ 인 정사면체 V – ABC 에서 높이 $\overline{\mathrm{VH}}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

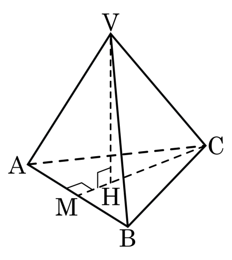
모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

높이 : $h = \dfrac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 2\sqrt{6},\ a^3 = 24\sqrt{3} \quad \therefore a = 2\sqrt{3}$

따라서 높이는 $\dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2}$ 이다.

15. 부피가 $\sqrt{3}$ 인 정사면체 V – ABC 의 높이는?



① 2　② 4　③ $2\sqrt{6}$　④ $3\sqrt{6}$　⑤ $4\sqrt{6}$

해설

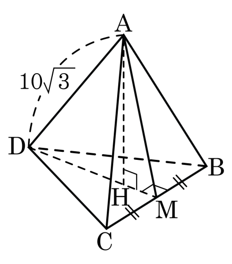
모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

높이 : $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \sqrt{3},\ a^3 = 6\sqrt{6} \quad \therefore\ a = \sqrt{6}$

따라서 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3} \times \sqrt{6} = 2$ 이다.

16. 한 모서리의 길이가 $10\sqrt{3}$ 인 정사면체가 있다. 이 정사면체의 (1) 높이 $\overline{AH}$ 와 (2) 부피를 차례로 구하면?



① (1)$10\sqrt{2}$, (2)$250\sqrt{6}$

② (1)$10\sqrt{3}$, (2)$251\sqrt{6}$

③ (1)$11\sqrt{2}$, (2)$252\sqrt{6}$

④ (1)$11\sqrt{3}$, (2)$253\sqrt{6}$

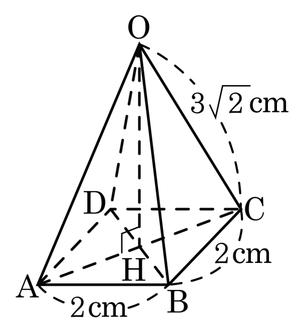
⑤ (1)$12\sqrt{2}$, (2)$254\sqrt{6}$

해설

(1) $\frac{\sqrt{6}}{3} \times 10\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{18}}{3} = 10\sqrt{2}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{12} \times (10\sqrt{3})^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 300 \times 10\sqrt{3}$
$= 250\sqrt{6}$

17. 다음 그림은 밑변이 2cm, 옆면의 길이 $3\sqrt{2}$cm 인 정사각뿔이다. 다음 중 옳은 것은?

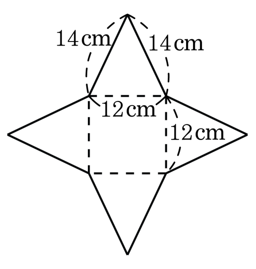


① $\overline{AC} = 2$cm
② $\overline{AH} = 2\sqrt{2}$cm
③ $\overline{OH} = 4$cm
④ $\overline{OA} = 2$cm
⑤ 정사각뿔의 부피$= 16$cm^3

해설

① $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$cm
② $\overline{AH} = \sqrt{2}$cm
③ $\overline{OH} = 4$cm
④ $\overline{OA} = 3\sqrt{2}$cm
⑤ (정사각뿔의 부피)$= \frac{1}{3} \times 2^2 \times 4 = \frac{16}{3}$(cm^3)

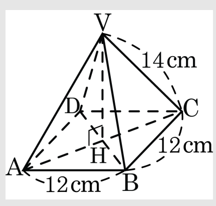
18. 다음 그림과 같은 전개도로 만들 수 있는 정사각뿔의 높이는?



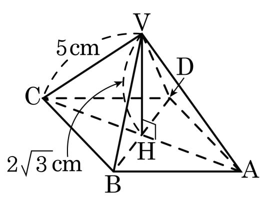
① $\sqrt{31}$ cm ② $\sqrt{34}$ cm
③ $2\sqrt{31}$ cm ④ $2\sqrt{34}$ cm
⑤ $\sqrt{35}$ cm

해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2+12^2} = 12\sqrt{2}$(cm) $\therefore$ $\overline{AH} = 6\sqrt{2}$ cm
$\triangle$VHA 에서 $\overline{AH} = 6\sqrt{2}$ cm, $\overline{VA} =$ 14 cm 이므로 $\overline{VH} = \sqrt{14^2-(6\sqrt{2})^2} = \sqrt{124} = 2\sqrt{31}$(cm) 이다.



19. 다음 정사각뿔은 옆 모서리의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$, 높이가 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 이다. 밑면의 한 변의 길이 x 와 부피를 차례로 구하면?



① $\sqrt{23}\,\mathrm{cm},\ \dfrac{52\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^3$
② $\sqrt{23}\,\mathrm{cm},\ \dfrac{53\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^3$
③ $\sqrt{26}\,\mathrm{cm},\ \dfrac{53\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^3$
④ $\sqrt{26}\,\mathrm{cm},\ \dfrac{52\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $\sqrt{29}\,\mathrm{cm},\ \dfrac{52\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{\mathrm{CH}} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{25-12} = \sqrt{13}$

$\overline{\mathrm{AC}} = 2\sqrt{13}$

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{AC}}^2$이므로

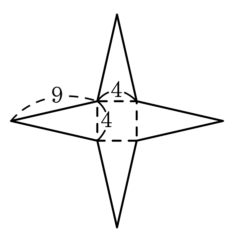
밑면의 한 변의 길이를 x 라 하면

$x^2 + x^2 = 52,\ 2x^2 = 52$

$x^2 = 26,\ \therefore\ x = \sqrt{26}(\mathrm{cm})$

부피 : $\sqrt{26} \times \sqrt{26} \times 2\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{52\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

20. 다음의 전개도로 만든 입체도형의 부피를 구하면?



① $\frac{14\sqrt{73}}{3}$ ② $\frac{15\sqrt{73}}{3}$ ③ $\frac{16\sqrt{73}}{3}$
④ $\frac{17\sqrt{73}}{3}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{73}}{3}$

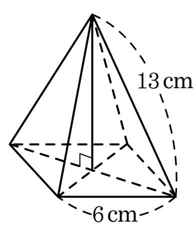
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{9^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{81-8} = \sqrt{73}$

$V = 16 \times \sqrt{73} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{73}}{3}$

21. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 부피를 구하면?



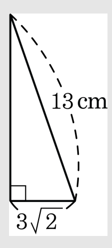
① $10\sqrt{151}\,\text{cm}^3$　② $12\sqrt{151}\,\text{cm}^3$
③ $14\sqrt{151}\,\text{cm}^3$　④ $16\sqrt{151}\,\text{cm}^3$
⑤ $18\sqrt{151}\,\text{cm}^3$

해설

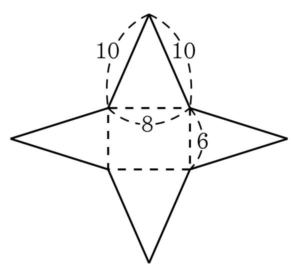
밑면의 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이므로

(높이) $= \sqrt{13^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{151}$

(부피) $= 6 \times 6 \times \sqrt{151} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{151}(\text{cm}^3)$



22. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 도형의 부피는 얼마이겠는가?



① $60\sqrt{3}$　　② $70\sqrt{3}$

③ $80\sqrt{3}$　　④ $90\sqrt{3}$

⑤ $100\sqrt{3}$

해설

밑변의 대각선의 길이는

$\sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10$

높이를 h, 부피를 V라 하면

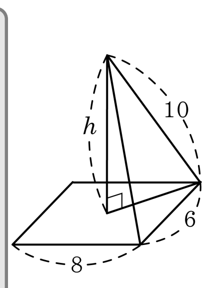
$h = \sqrt{10^2-5^2}$

$= \sqrt{100-25} = 5\sqrt{3}$

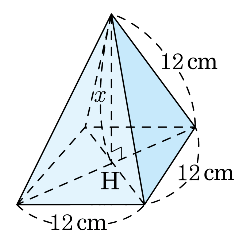
$= \sqrt{75}$

$= 5\sqrt{3}$

$(V) = 6 \times 8 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 80\sqrt{3}$



23. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이 x 의 길이는 ?



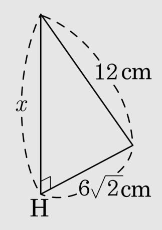
① $5\sqrt{2}\,\text{cm}$　② $6\sqrt{2}\,\text{cm}$　③ $7\sqrt{2}\,\text{cm}$

④ $8\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $9\sqrt{2}\,\text{cm}$

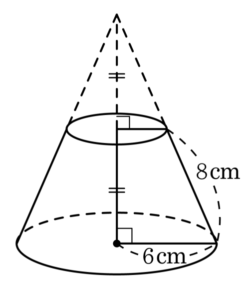
해설

면의 대각선의 길이는 $12\sqrt{2}\,\text{cm}$ 이므로

$$x = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{144 - 72} = \sqrt{72}$$
$$= 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

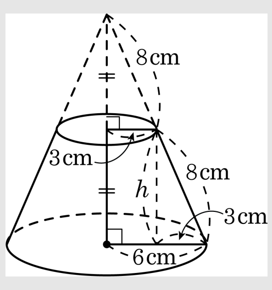


24. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 6 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{1}{2}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 이 원뿔대의 높이를 구하면?



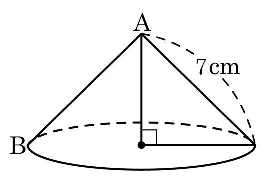
① $\sqrt{11}$ cm　② $2\sqrt{11}$ cm　③ $\sqrt{55}$ cm　④ $2\sqrt{55}$ cm　⑤ $4\sqrt{55}$ cm

해설



$\therefore h = \sqrt{64-9} = \sqrt{55}(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 7 cm 인 원뿔의 밑면의 둘레의 길이가 10π cm 일 때 이 원뿔의 높이는?

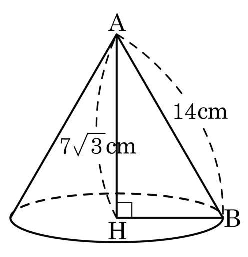


① 3 cm　　② 4 cm
③ $2\sqrt{6}$ cm　　④ $3\sqrt{5}$ cm
⑤ 6 cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 10\pi(\text{cm})$ 이므로 밑면의 반지름은 5 cm 이다.
따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

26. 다음 원뿔의 부피를 구하면?



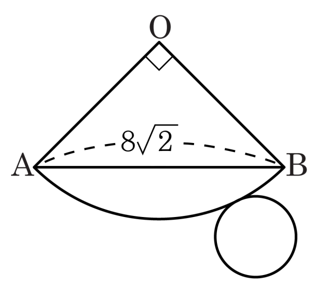
① $\frac{341\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $\frac{342\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $\frac{343\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $\frac{344\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $\frac{345\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{3})^2} = \sqrt{196 - 147} = \sqrt{49} = 7$

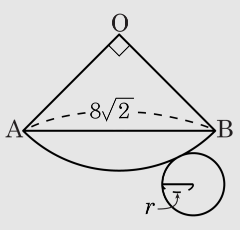
부피는 $7 \times 7 \times \pi \times 7\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{343\sqrt{3}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

27. 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 90° 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 8\sqrt{2}$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{15}}{3}\pi$ ② $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}\pi$ ③ $\dfrac{4\sqrt{15}}{3}\pi$
④ $\dfrac{8\sqrt{15}}{5}\pi$ ⑤ $\dfrac{8\sqrt{15}}{3}\pi$

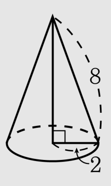
해설



$\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OB}}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$
$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = x$, $\angle\mathrm{AOB} = 90^\circ$ 이므로 $x^2 + x^2 = (8\sqrt{2})^2 \therefore x = 8$

부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi x \times \dfrac{90^\circ}{360^\circ} = 16\pi \times \dfrac{1}{4} = 4\pi$

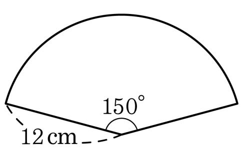
호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 2\sqrt{15} = \dfrac{8\sqrt{15}}{3}\pi$ 이다.

28. 중심각의 크기가 $150°$ 이 고 반지름의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 , 다음과 같은 부채꼴로 원뿔을 만들었다고 할 때, 원뿔의 부피를 구하면?



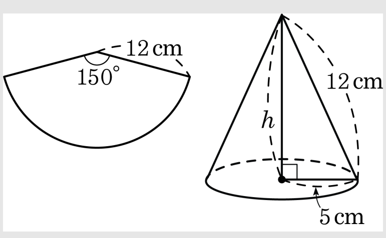
① $\dfrac{22\sqrt{119}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$　② $\dfrac{25\sqrt{119}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

③ $\dfrac{27\sqrt{119}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$　④ $\dfrac{29\sqrt{119}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

⑤ $\dfrac{31\sqrt{119}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

해설

$12 \times 2 \times \pi \times \dfrac{150}{360} = 10\pi$



밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

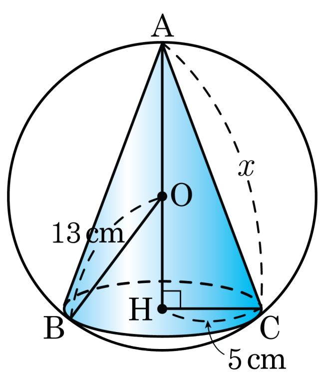
$2\pi r = 10\pi \;\; \therefore r = 5$

높이를 h, 부피를 V 라 하면

$h = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{144 - 25} = \sqrt{119}(\mathrm{cm})$

$(V) = 5 \times 5 \times \pi \times \sqrt{119} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{25\sqrt{119}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

29. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13 cm 인 구 안에 꼭맞는 원뿔의 밑면의 반지름이 5 cm 일 때, 원뿔의 모선의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $5\sqrt{26}$ cm

해설

$\triangle$OHC 에서
$\overline{OH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$
$\overline{AH} = 13 + 12 = 25(\text{cm})$

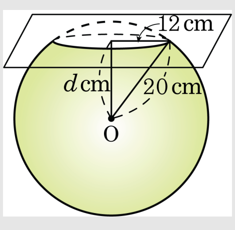
$\triangle$AHC 에서
$x = \sqrt{25^2 + 5^2}$
$= \sqrt{625 + 25} = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}(\text{cm})$

30. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

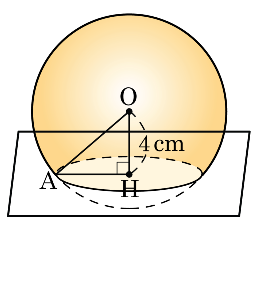
① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

평면과 구의 중심과의 거리를 $d\,\mathrm{cm}$라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore$ $d = 16(\mathrm{cm})$



31. 다음 그림과 같이 $\overline{OH}$ 의 길이가 4 cm 가 되도록 하여 구를 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 넓이가 $48\pi\,cm^2$ 이었다. 이때 구의 반지름을 구하여라.



① 6 cm　② 8 cm　③ 10 cm

④ 12 cm　⑤ 16 cm

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 단면인 원의 넓이가 $\pi r^2 = 48\pi\,cm^2$ 이므로 $r = 4\sqrt{3}$ cm이다.

$\angle AHO = 90°$ 이므로

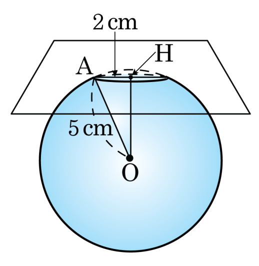
$\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고

$\overline{OA}$ 를 R라 하면

$R^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2$

$R^2 = 48 + 16 = 64 \therefore R = 8\,cm$

32. 다음 그림과 같이 반지름이 5cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때 단면인 원의 반지름이 2 cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

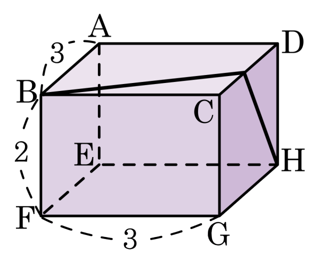


① 3 cm
② 4 cm
③ $\sqrt{22}$ cm
④ $\sqrt{21}$ cm
⑤ $2\sqrt{5}$ cm

해설

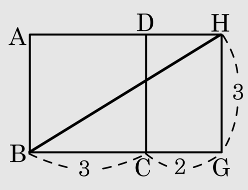
$\angle AHO = 90°$ 이므로
$\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고
$\overline{OH} = x$라 하면
$25 = 4 + x^2$
$x^2 = 21$
$\therefore\ x = \sqrt{21}(\text{cm})$

33. 다음 그림과 같은 직육면체의 한 꼭짓점 B 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 를 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단 거리는?



① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{26}$ ③ $\sqrt{34}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

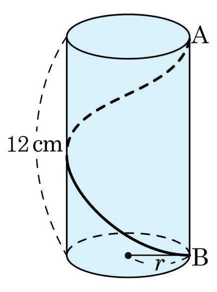
해설



전개도에서 최단 거리는 $\overline{\mathrm{BH}}$ 와 같다.

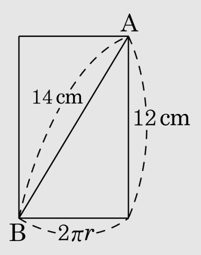
$\therefore \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

34. 다음은 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 12 cm 인 원기둥 모양의 통나무이다. 이 통나무에 점 A 와 B 를 찍은 후, 점 A 를 출발하여 통나무의 옆면을 돌아 점 B 에 이르는 최단 거리가 14 cm 이라고 할 때, r 의 값을 구하여라.



① $\frac{\sqrt{10}}{\pi}$ cm ② $\frac{\sqrt{12}}{\pi}$ cm
③ $\frac{\sqrt{13}}{\pi}$ cm ④ $\frac{\sqrt{15}}{\pi}$ cm
⑤ $\frac{\sqrt{17}}{\pi}$ cm

해설

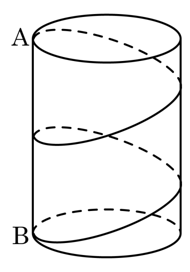


$\overline{AB'} = \sqrt{14^2 - 12^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$2\pi r = 2\sqrt{13}$

$r = \frac{2\sqrt{13}}{2\pi} = \frac{\sqrt{13}}{\pi}$ (cm)

35. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$, 높이가 $12\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 B 에 이르는 최단 거리를 구하면?



① $12\pi\,\mathrm{cm}$ ② $20\pi\,\mathrm{cm}$ ③ $24\pi\,\mathrm{cm}$

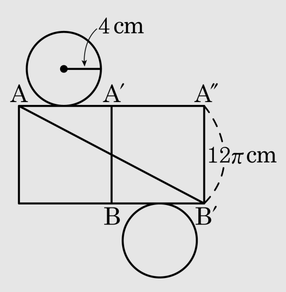
④ $26\pi\,\mathrm{cm}$ ⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}$

해설

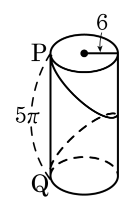
$\overline{\mathrm{AA'}}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi \times 4 = 8\pi(\,\mathrm{cm})$ 이고, $\overline{\mathrm{AA''}}$ 는 16π $(\,\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{(16\pi)^2 + (12\pi)^2} = \sqrt{400\pi} = 20\pi(\,\mathrm{cm})$



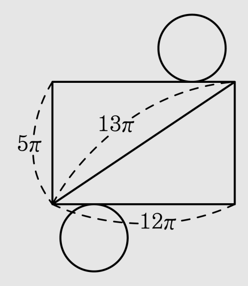
36. 원기둥에서 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하면?



① 13π ② 15π ③ 61π

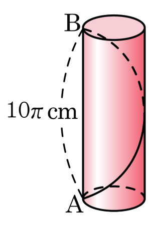
④ 125π ⑤ $\sqrt{150}\pi$

해설



원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
따라서, 최단 거리는 직사각형 (옆면) 의 대각선의 길이와 같다.
직사각형의 가로의 길이는 밑면 (원) 의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 6 = 12\pi$ 이다.
따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 높이가 $10\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥에서 점 A 에서 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 $6\sqrt{5}\pi\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원기둥의 밑면의 넓이를 구하여라.

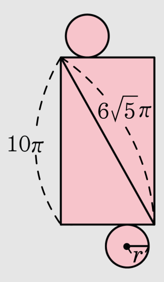


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\pi\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

원기둥의 전개도를 그려보면 밑면 둘레의 길이는



$\sqrt{(6\sqrt{5}\pi)^2 - (10\pi)^2}$

$= \sqrt{(180-100)\pi^2}$

$= 4\sqrt{5}\pi\ (\mathrm{cm})$ 이다.

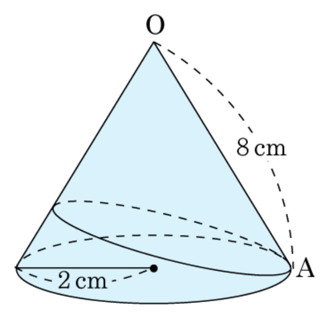
밑면 둘레의 길이는

$2\pi r = 4\sqrt{5}\pi\ (\mathrm{cm})$ 이다.

$\therefore\ r = 2\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$

밑면의 넓이는 $\pi r^2 = (2\sqrt{5})^2\pi = 20\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

38. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.

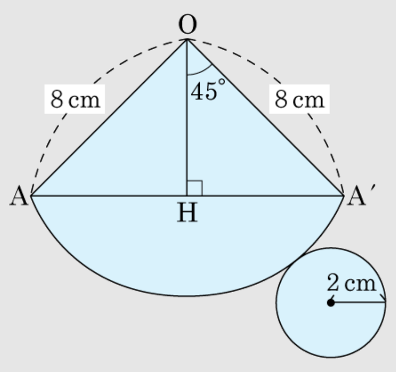


▶ 답 : ______ cm

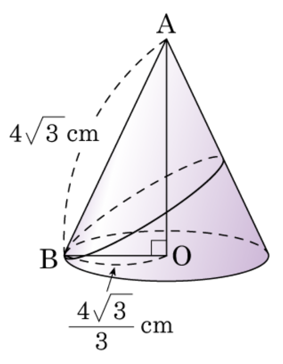
▷ 정답 : $8\sqrt{2}$ cm

해설

$\overline{AH} = 4\sqrt{2}$ cm, $\overline{AA'} = 8\sqrt{2}$ cm



39. 다음 그림의 원뿔은 모선의 길이가 $4\sqrt{3}$cm, 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm 이다. 점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아서 다시 점 B에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

(밑면인 원의 둘레의 길이)

$= 2\pi \times \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$= 2\pi \times 4\sqrt{3} \times \frac{x}{360}$

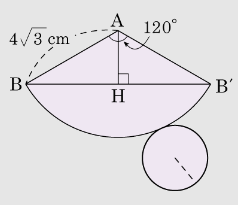
= (부채꼴의 호의 길이)

$\therefore x = 120°$

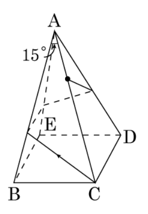
$\overline{BH} = 6(\because \overline{AB} : \overline{BH} = 2 : \sqrt{3})$

$\overline{BB'} = \overline{BH} + \overline{B'H} = 6 + 6 = 12$ (cm)

점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아서 다시 B 점에 이르는 최단거리는 직선거리 $\overline{BB'}$ 가 된다.



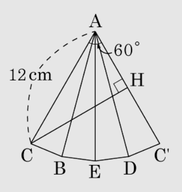
40. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $3\sqrt{3}\text{cm}$　　② $4\sqrt{3}\text{cm}$　　③ $5\sqrt{3}\text{cm}$

④ $6\sqrt{3}\text{cm}$　　⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설

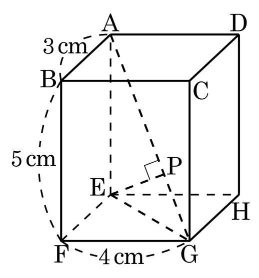


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH} = 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

41. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E 에서 대각선 AG 에 내린 수선의 발을 P 라 할 때, $\overline{\mathrm{EP}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　　② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　　④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

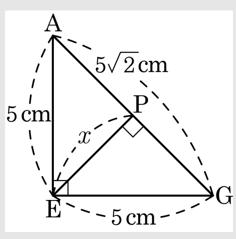
해설

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

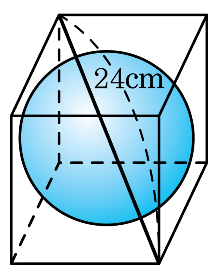
$\overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EG}} = \overline{\mathrm{AG}} \times \overline{\mathrm{EP}}$ 이므로

$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$

$x = \dfrac{25}{5\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ (cm) 이다.



42. 대각선의 길이가 24 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^3

▷ 정답 : $256\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면

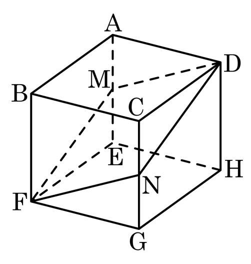
$\sqrt{3}x = 24$

$\therefore x = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

구의 반지름의 길이 : $8\sqrt{3} \div 2 = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times (4\sqrt{3})^3 = 256\sqrt{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

43. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$의 중점을 M, $\overline{CG}$의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

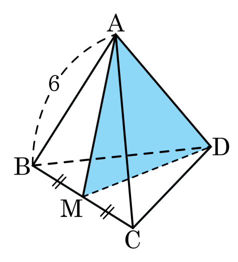
해설

$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$

$\overline{DF} = 6\sqrt{3}$,

□MFND 의 넓이 : $6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$

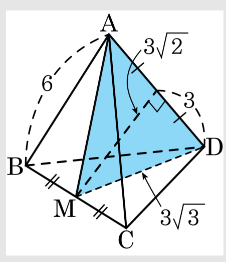
44. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 A – BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle AMD$ 의 넓이는?



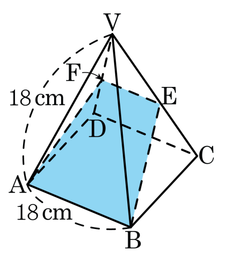
① 9　② 10　③ $9\sqrt{6}$　④ $9\sqrt{3}$　⑤ $9\sqrt{2}$

해설

$\triangle AMD$ 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고
$\triangle AMD$ 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.
$\therefore \triangle AMD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



45. 다음 그림과 같이 밑면이 한 변의 길이가 18 cm 인 정사각형이고 옆면의 모서리의 길이가 18 cm 인 정사각뿔 V – ABCD 에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이는?

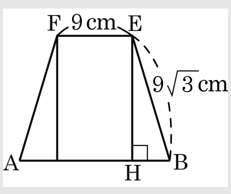


① $81\sqrt{11}\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{243\sqrt{11}}{4}\,\text{cm}^2$

③ $\dfrac{243\sqrt{15}}{2}\,\text{cm}^2$ ④ $135\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

⑤ $\dfrac{325\sqrt{15}}{2}\,\text{cm}^2$

해설



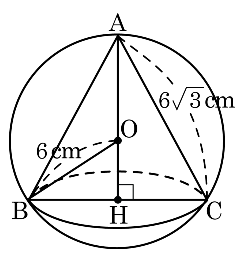
1) $\overline{BE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

2) $\overline{BH} = \dfrac{(18-9)}{2} = \dfrac{9}{2}(\text{cm})$

3) $\overline{EH} = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 - \left(\dfrac{9}{2}\right)^2} = \dfrac{9\sqrt{11}}{2}(\text{cm})$

$\therefore$ □ABEF $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{9\sqrt{11}}{2} \times 27 = \dfrac{243\sqrt{11}}{4}(\text{cm}^2)$

46. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $84\pi\,\mathrm{cm}^3$　③ $87\pi\,\mathrm{cm}^3$　④ $90\pi\,\mathrm{cm}^3$　⑤ $93\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle\mathrm{OBH}$ 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle\mathrm{ABH}$ 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{\mathrm{OH}})^2 \cdots$ ㉡

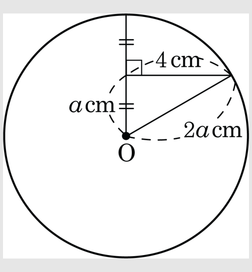
㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{\mathrm{OH}})^2$
$12\overline{\mathrm{OH}} = 36 \quad \therefore \overline{\mathrm{OH}} = 3\,(\mathrm{cm})$

㉠에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore\ \overline{\mathrm{BH}} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6+3) = 81\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.

47. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

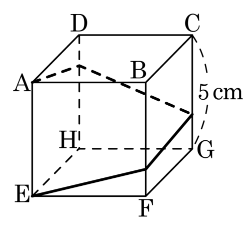
① $\frac{32}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설



구의 반지름의 길이를 2 cm 라 하면
$(2a)^2 = 4^2 + a^2$
$4a^2 = 16 + a^2$
$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$
구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로
$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ ($a^2 = \frac{16}{3}$ 대입)
$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi(\mathrm{cm}^2)$

48. 다음 그림과 같은 정육면체의 한 꼭짓점 E 에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 선 중에서 가장 짧은 선의 길이를 구하여라.

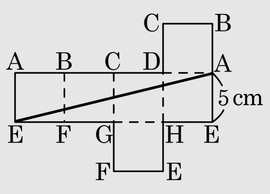


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $5\sqrt{17}$ cm

해설

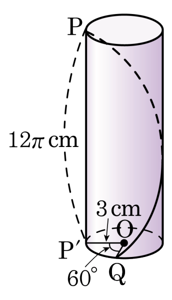
위의 그림에서 점 E에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 가장 짧은 선은 $\overline{EA}$ 가 된다.



$\overline{EA}^2 = 5^2 + 20^2 = 25 + 400 = 425$

$\therefore\ \overline{EA} = 5\sqrt{17}\,(\text{cm})$

49. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{\mathrm{OP'}}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP′ 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle\mathrm{P'OQ} = 60^\circ$가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.

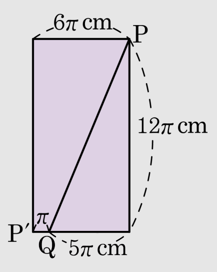


▶ 답: ______ cm

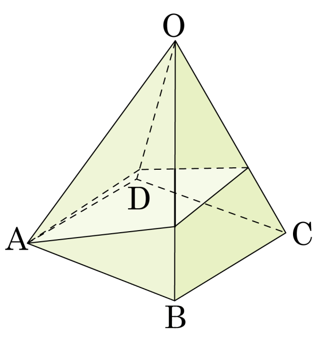
▷ 정답: 13π cm

해설

$\overline{\mathrm{P'Q}} = \dfrac{60^\circ}{360^\circ} \times 6\pi$
$= \pi$ (cm)
$\overline{\mathrm{QP}} = \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2}$
$= 13\pi$ (cm)
$\therefore$ 13π cm



50. 다음과 같이 $\overline{OA} = 10$ 인 정사각뿔의 한 꼭짓점 A 에서 옆면을 따라 모서리 OB, OC, OD 를 거쳐 다시 A 로 돌아오는 가장 짧은 경로의 길이를 구하여라. (단, $\angle OBA = 75°$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $10\sqrt{3}$

해설

정사각뿔의 옆면은 합동인 4 개의 이등변삼각형으로 이루어지고
$\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이므로
구하는 최단거리는 두 변의 길이가 10 이고, 그 끼인 각이 120° 인 이등변삼각형의 가장 긴 변의 길이와 같다.

$\therefore\ 2 \times 10 \times \sin 60° = 2 \times 10 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$