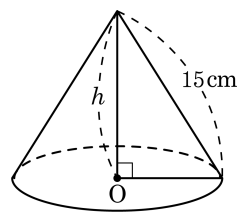


1. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $100\pi\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 15cm 인 원뿔의 높이는?

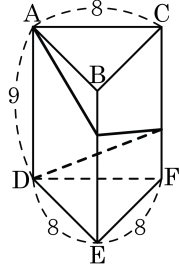


- ① $\sqrt{5}\text{cm}$ ② 5cm
③ $5\sqrt{5}\text{cm}$ ④ 10cm
⑤ $10\sqrt{5}\text{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $\pi r^2 = 100\pi(\text{cm}^2)$ 이므로 밑면의 반지름은 10cm 따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

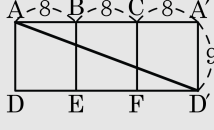


▶ 답 :

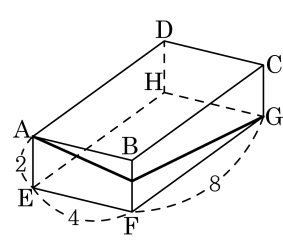
▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \sqrt{24^2 + 9^2} = \sqrt{576 + 81} = \sqrt{657} = 3\sqrt{73}$$



3. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하여라.

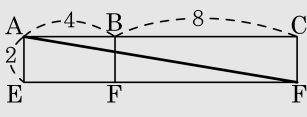


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{37}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$$



4. 직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이가 다음과 같을 때, 다음 중 직육면체의 대각선의 길이가 12 가 아닌 것은?

보기

- ㉠ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{11}, 5\sqrt{2}$
- ㉡ $5\sqrt{2}, \sqrt{42}, 2\sqrt{5}$
- ㉢ $2\sqrt{6}, 4\sqrt{3}, 3\sqrt{7}$
- ㉣ $\sqrt{30}, \sqrt{30}, 2\sqrt{21}$
- ㉤ $3\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, 3\sqrt{6}$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서

대각선 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이다.

$$\text{㉠ } \sqrt{50 + 44 + 50} = \sqrt{144}$$

$$\text{㉡ } \sqrt{50 + 42 + 20} = \sqrt{112}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{24 + 48 + 63} = \sqrt{135}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{30 + 30 + 84} = \sqrt{144}$$

$$\text{㉤ } \sqrt{45 + 45 + 54} = \sqrt{144}$$

따라서 12 가 아닌 것은 ㉡, ㉢이다.

5. 밑면이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이고 높이가 $\sqrt{23}$ 인 직육면체의 대각선의 길이가 11 이다. x 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이므로

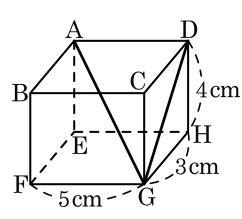
$$\sqrt{x^2 + x^2 + (\sqrt{23})^2} = 11$$

$$2x^2 = 98$$

$$x^2 = 49$$

$x > 0$ 이므로 $x = 7$ 이다.

6. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 5 cm, 3 cm, 4 cm 인 직육면체에서 $\triangle AGD$ 의 둘레의 길이를 구하면?



- ① 12 cm ② $(10 + 5\sqrt{2})$ cm
③ $(12 + 2\sqrt{2})$ cm ④ $(10 + \sqrt{3})$ cm
⑤ $(8 + 2\sqrt{3})$ cm

해설

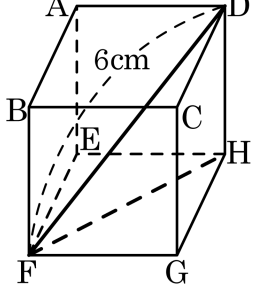
$$\overline{AG} = \sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\overline{\text{DG}} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AD} = 5 \text{ cm}$$

따라서, 둘레의 길이는 $(10 + 5\sqrt{2})$ cm 이다.

7. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 6cm 인 정육면체에서 $\triangle DHF$ 의 넓이를 구하여라.



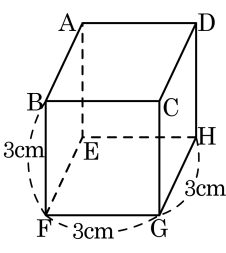
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

정육면체의 대각선의 길이가 6cm 이므로 한 변의 길이는 $6 = \sqrt{3}a, a = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 가 된다.
 $\overline{DH} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\triangle HFG$ 에서 $\overline{FH} = \sqrt{2}(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}(\text{cm})$
 $\triangle DHF = \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times \overline{DH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm인가?

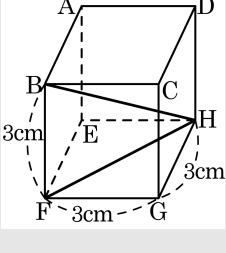


- ① $\sqrt{3}$ cm ② $2\sqrt{3}$ cm
 ③ $3\sqrt{3}$ cm ④ $4\sqrt{3}$ cm
 ⑤ 3

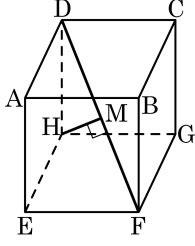
해설

$\overline{FH}$ 의 길이는 $\sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ (cm) 이다.

$$\therefore \overline{BH} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{DF} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{HF} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ (cm)

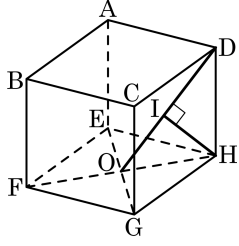
$$\therefore \triangle DHF = \frac{1}{2} \overline{DH} \cdot \overline{FH} = \frac{1}{2} \overline{DF} \cdot \overline{HM}$$

즉, $\overline{DH} \cdot \overline{FH} = \overline{DF} \cdot \overline{HM}$ 이므로

$$6 \times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{HM}$$

$$\therefore \overline{HM} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점이 O 이고, 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{DO}$ 위로 수선을 내렸을 때, $\overline{HI}$ 의 길이가 $\sqrt{3}$ 이었다. 이 정육면체의 한 변의 길이는?



- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

한 변의 길이를 $\sqrt{2}a$ 라고 하면

$$\overline{FH} = 2a$$

$$\overline{OH} = a$$

$$\overline{DO} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$$

삼각형 DOH 의 넓이에서

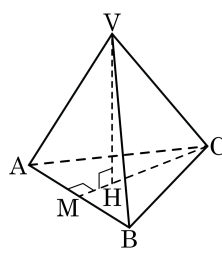
$$\sqrt{3}a \times \sqrt{3} = a \times \sqrt{2}a$$

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

따라서 이 정육면체의 한 변의 길이는

$$\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ 이다.}$$

11. 부피가 $\sqrt{3}$ 인 정사면체 $V-ABC$ 의 높이는?



- ① 2 ② 4 ③ $2\sqrt{6}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

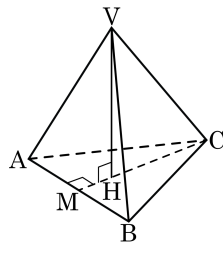
모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

$$\text{높이} : h = \frac{\sqrt{6}}{3}a, \text{ 부피} : V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \sqrt{3}, a^3 = 6\sqrt{6} \quad \therefore a = \sqrt{6}$$

따라서 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3} \times \sqrt{6} = 2$ 이다.

12. 다음 그림의 정사면체 $V-ABC$ 에서 높이 $\overline{VH}$ 가 $2\sqrt{6}$ 일 때, 정사면체의 부피는?



- ① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 18 ④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $32\sqrt{2}$

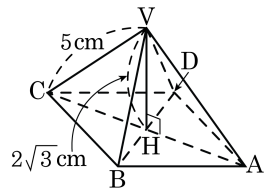
해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,

$$\text{정사면체의 높이 } \overline{VH} = \frac{\sqrt{6}}{3}a = 2\sqrt{6} \quad \therefore a = 6$$

따라서 정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음 정사각뿔은 옆 모서리의 길이가 5 cm, 높이가 $2\sqrt{3}$ cm 이다. 밑면의 한 변의 길이 x 와 부피를 차례로 구하면?



- ① $\sqrt{23}$ cm, $\frac{52\sqrt{3}}{3}$ cm³ ② $\sqrt{23}$ cm, $\frac{53\sqrt{3}}{3}$ cm³
 ③ $\sqrt{26}$ cm, $\frac{53\sqrt{3}}{3}$ cm³ ④ $\sqrt{26}$ cm, $\frac{52\sqrt{3}}{3}$ cm³
 ⑤ $\sqrt{29}$ cm, $\frac{52\sqrt{3}}{3}$ cm³

해설

$$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}$$

$$\overline{AC} = 2\sqrt{13}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 \text{ 이므로}$$

밑면의 한 변의 길이를 x 라 하면

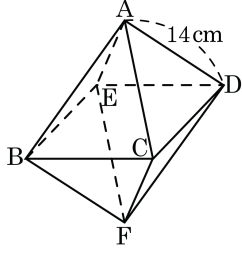
$$x^2 + x^2 = 52, 2x^2 = 52$$

$$x^2 = 26, \therefore x = \sqrt{26}(\text{cm})$$

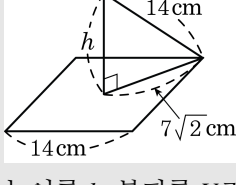
$$\text{부피} : \sqrt{26} \times \sqrt{26} \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{52\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$$

14. 다음 그림은 한 변의 길이가 14 cm 인 정삼각형을 붙여 만든 정팔면체이다. 부피를 구하면?

- ① $\frac{2740\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
- ② $\frac{2741\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
- ③ $\frac{2743\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
- ④ $\frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
- ⑤ $\frac{2746\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$



해설

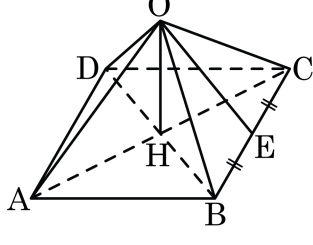


높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$V = 14 \times 14 \times 7\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$$

15. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 $O-ABCD$ 의 높이가 $\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?



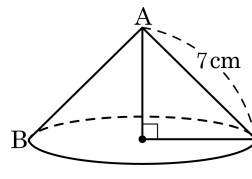
- ① $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{10} + 4\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{10} + 8\text{cm}^2$
 ④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ 20cm^2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4(\text{cm})$
 $\overline{HE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{2}(\text{cm})$
 $\triangle OHE$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{OE} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$
 옆면의 이등변삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}(\text{cm}^2)$
 밑면의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\text{cm}^2)$
 그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 $4 \times \sqrt{10} + 8 = 4\sqrt{10} + 8(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 7 cm 인
원뿔의 밑면의 둘레의 길이가 10π cm 일 때
이 원뿔의 높이는?

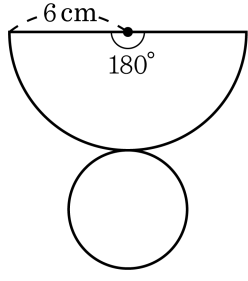
- ① 3 cm ② 4 cm
③ $2\sqrt{6}$ cm ④ $3\sqrt{5}$ cm
⑤ 6 cm



해설

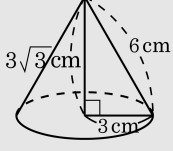
밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 10\pi$ (cm) 이므로 밑면의 반지름은
5 cm 이다.
따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}$ (cm) 이다.

17. 다음 그림과 같은 원뿔의 전개도를 보고 원뿔의 밑면의 반지름의 길이, 높이, 부피를 바르게 구한 것은?



- ① $r = 2\text{cm}$, $h = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 6\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
② $r = 2\text{cm}$, $h = 3\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 4\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
③ $r = 3\text{cm}$, $h = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 3\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
④ $r = 3\text{cm}$, $h = 3\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 9\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
⑤ $r = 4\text{cm}$, $h = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $V = 6\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

해설

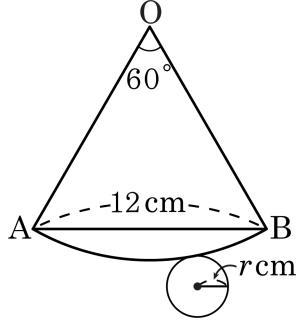


밑면의 반지름 $r = 6 \times \frac{180}{360} = 3(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 9\pi \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

18. 다음 그림은 중심각의 크기가 60° 이고 $\overline{AB} = 12\text{ cm}$ 인 부채꼴과 반지름이 $r\text{ cm}$ 인 원으로 만든 원뿔의 전개도이다. 다음 중 밑면의 반지름 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



- ① 2 cm , $2\sqrt{15}\text{ cm}$ ② 2 cm , $2\sqrt{35}\text{ cm}$
 ③ 3 cm , $2\sqrt{15}\text{ cm}$ ④ 3 cm , $2\sqrt{35}\text{ cm}$
 ⑤ 4 cm , $2\sqrt{15}\text{ cm}$

해설

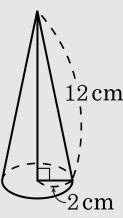
$\angle AOB = 60^\circ$ 이고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\angle OAB = \angle OBA = 60^\circ$ 즉, $\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로 원뿔의 모선의 길이는 12 cm 이다.

부채꼴 호 AB 의 길이 $l = 2\pi \times 12 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 4\pi(\text{cm})$

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\text{cm})$ 이다.

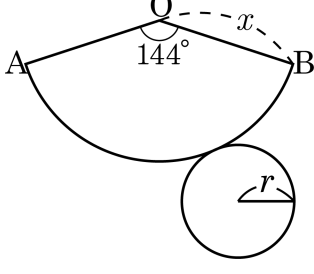
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{12^2 - 2^2} = \sqrt{144 - 4} = 2\sqrt{35}(\text{cm})$ 이다.

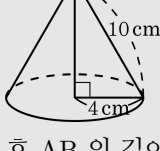
따라서 밑면의 반지름 길이는 2 cm 이고, 높이는 $2\sqrt{35}\text{ cm}$ 이다.

19. 호 AB의 길이는 $8\pi\text{ cm}$ 이고 중심각의 크기가 144° 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피는?



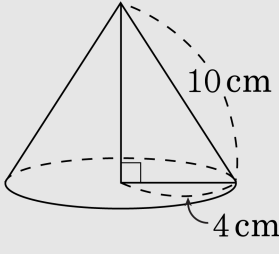
- ① $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi\text{ cm}^3$
- ② $\frac{8\sqrt{21}}{3}\pi\text{ cm}^3$
- ③ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{ cm}^3$
- ④ $\frac{16\sqrt{21}}{3}\pi\text{ cm}^3$
- ⑤ $\frac{32\sqrt{21}}{3}\pi\text{ cm}^3$

해설



호 AB의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 8\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 4(\text{cm})$ 이다.

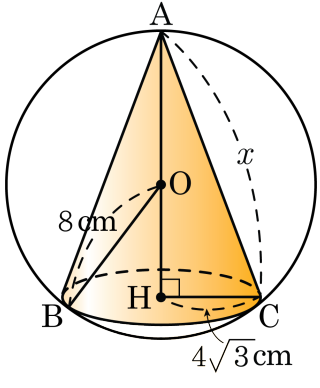
부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi x \times \frac{144^\circ}{360^\circ} = 2\pi x \times \frac{2}{5} = 8\pi$ 이므로 부채꼴의 반지름의 길이 $x = 10(\text{cm})$
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 2\sqrt{21} = \frac{32\sqrt{21}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm 인 구 안에 꼭맞는 원뿔의 밑면의 반지름이 $4\sqrt{3}$ cm 일 때, 원뿔의 모선의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle OHC$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = 8 + 4 = 12(\text{cm})$$

$\triangle AHC$ 에서

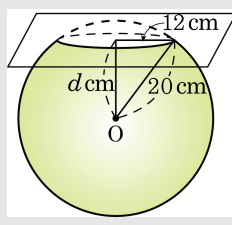
$$\begin{aligned} x &= \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{144 + 48} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}(\text{cm}) \end{aligned}$$

21. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

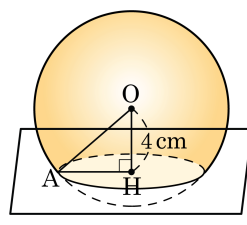
해설

평면과 구의 중심과의 거리를 d cm 라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore d = 16$ (cm)



22. 다음 그림과 같이 $\overline{OH}$ 의 길이가 4 cm 가 되도록 하여 구를 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 넓이가 $48\pi\text{ cm}^2$ 이었다. 이때 구의 반지름을 구하여라.

- ① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm
 ④ 12 cm ⑤ 16 cm



해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 단면인 원의 넓이가 $\pi r^2 = 48\pi\text{ cm}^2$ 이므로 $r = 4\sqrt{3}\text{ cm}$ 이다.

$\angle AHO = 90^\circ$ 이므로

$\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고

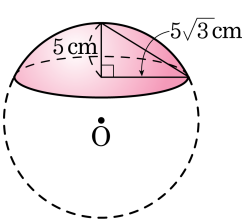
$\overline{OA}$ 를 R 라 하면

$$R^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2$$

$$R^2 = 48 + 16 = 64 \therefore R = 8\text{ cm}$$

23. 다음 그림과 같이 구를 중심 O에서 평면으로 잘라 단면이 생겼을 때 구의 반지름은?

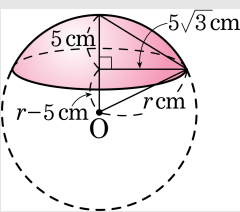
- ① 8 cm
- ② 9 cm
- ③ 10 cm
- ④ 11 cm
- ⑤ 12 cm



해설

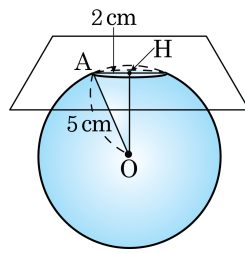
$$\begin{aligned} 5\sqrt{3} &= \sqrt{r^2 - (r-5)^2} \\ &= \sqrt{r^2 - (r^2 - 10r + 25)} \\ &= \sqrt{10r - 25} = \sqrt{75} \end{aligned}$$

이므로 $10r - 25 = 75$
 $\therefore r = 10(\text{cm})$



24. 다음 그림과 같이 반지름이 5cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때 단면인 원의 반지름이 2cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

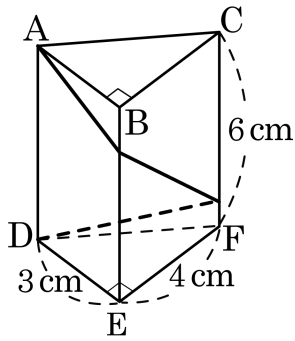
- ① 3 cm ② 4 cm
 ③ $\sqrt{22}$ cm ④ $\sqrt{21}$ cm
 ⑤ $2\sqrt{5}$ cm



해설

$\angle AHO = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고
 $\overline{OH} = x$ 라 하면
 $25 = 4 + x^2$
 $x^2 = 21$
 $\therefore x = \sqrt{21}(\text{cm})$

25. 다음 그림은 밑면이 직각삼각형인 삼각기둥이다. 꼭지점 A 에서 모서리 BE 와 CF 를 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리는?

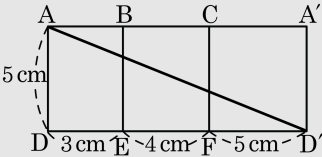


- ① 12 cm
- ② $12\sqrt{2}$ cm
- ③ 13 cm
- ④ $13\sqrt{2}$ cm
- ⑤ 15 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$

전개도를 그려 보면

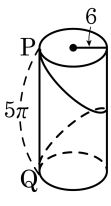


점A 와 점 D' 를 잇는 선분의 길이가 최단 거리가 된다.

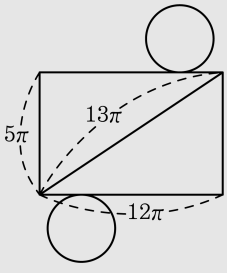
$\therefore AD = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$

26. 원기둥에서 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하면?

- ① 13π ② 15π ③ 61π
 ④ 125π ⑤ $\sqrt{150}\pi$

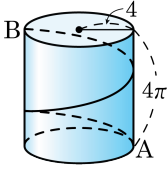


해설



원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
 따라서, 최단 거리는 직사각형(옆면)의 대각선의 길이와 같다.
 직사각형의 가로 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 6 = 12\pi$ 이다.
 따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi$ 이다.

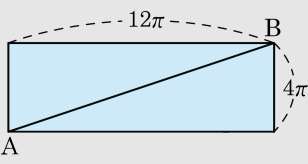
27. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?



- ① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π
 ④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

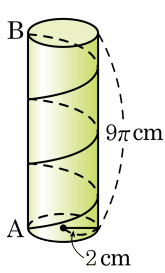
해설

실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

28. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 표면을 따라 세 바퀴 감았을 때, 실의 최소 길이를 구하여라.

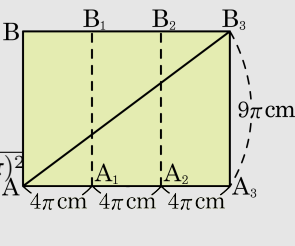


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15π cm

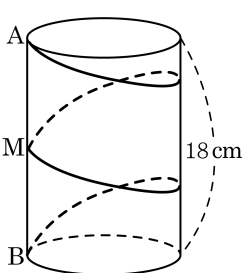
해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)
 다음 전개도에서 구하는 실의 길이는 $\overline{AB_3}$ 의 길이이다.
 $\therefore \overline{AB_3} = \sqrt{(4\pi + 4\pi + 4\pi)^2 + (9\pi)^2}$
 $= \sqrt{225\pi^2} = 15\pi$ (cm)



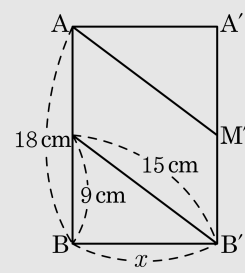
29. 다음 원기둥의 높이는 18 cm 이다. 점 M 은 높이의 중점이며, 그림과 같이 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 중점 M 을 지나 점 B 에 이르는 최단거리가 30 cm 이라 할 때, 밑면의 둘레의 길이를 구하면?

- ① 11 cm ② 11.5 cm
 ③ 12 cm ④ 12.5 cm
 ⑤ 13 cm

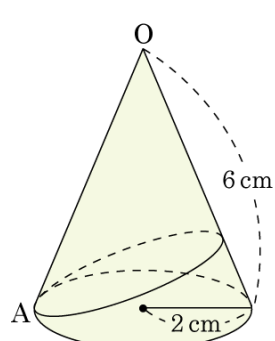


해설

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$
 따라서 밑면의 둘레의 길이는 12(cm)



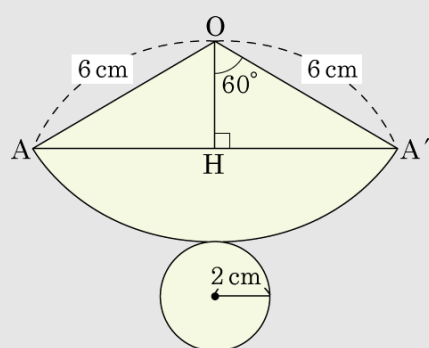
30. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답 : $6\sqrt{3}\text{cm}$

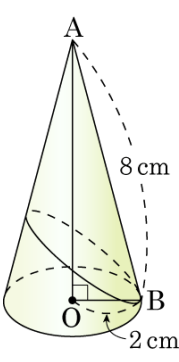
해설



$$\overline{AH} = 3\sqrt{3}\text{ cm}, \overline{AA'} = 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

31. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 B를 출발하여 옆면을 지나 다시 점 B로 돌아오는 최단 거리는?

- ① $7\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $7\sqrt{3}\text{ cm}$ ③ $8\sqrt{2}\text{ cm}$
 ④ $8\sqrt{3}\text{ cm}$ ⑤ $9\sqrt{2}\text{ cm}$



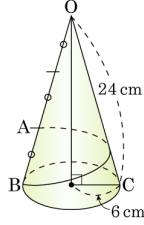
해설

$\angle BAB' = x^\circ$ 라 하면

$$2\pi \times 8 \times \frac{x}{360^\circ} = 4\pi, x = 90^\circ$$

$$\overline{BB'} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\text{ cm})$$

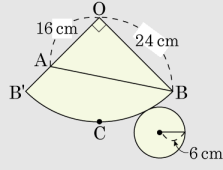
32. 다음 그림은 모선의 길이가 24cm 이고, 반지름의 길이가 6cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답 : $8\sqrt{13}\text{cm}$

해설



최단거리는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$$5.0\text{pt}\widehat{\text{BB}'} = 2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$$

$$\angle B'OB = \frac{12\pi}{48\pi} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{24^2 + 16^2} = \sqrt{832} = 8\sqrt{13}(\text{cm})$$

33. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, 2k, 3k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로

$$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$$

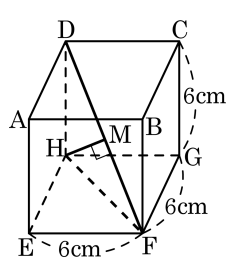
$$14k^2 = 224, k^2 = 16$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 4$$

따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.

따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

34. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6cm인 정육면체이다. 점 H에서 대각선 DF에 내린 수선의 발 M까지의 거리를 구하여라.

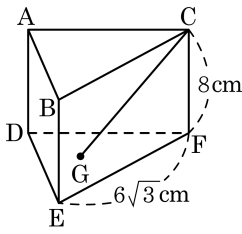


- ① $2\sqrt{6}$ cm ② $6\sqrt{3}$ cm ③ $2\sqrt{5}$ cm
 ④ $6\sqrt{6}$ cm ⑤ $3\sqrt{6}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{HF} &= 6\sqrt{2}, \overline{DF} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{3} \\ \triangle DHF &= \overline{DH} \times \overline{HF} \times \frac{1}{2} = \overline{DF} \times \overline{HM} \times \frac{1}{2} \text{ 이므로} \\ 6 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} &= 6\sqrt{3} \times \overline{HM} \times \frac{1}{2} \\ 18\sqrt{2} &= 3\sqrt{3} \times \overline{HM} \\ \therefore \overline{HM} &= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}(\text{cm}) \end{aligned}$$

35. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\text{ cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 8 cm 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10cm

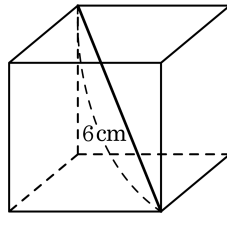
해설

$$\begin{aligned}\overline{FG} &= \frac{2}{3} \times (\triangle DEF \text{의 높이}) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} \\ &= 6 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{CG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ (cm)}$$

36. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 6 cm 인 정육면체의 부피 V를 구하여라.



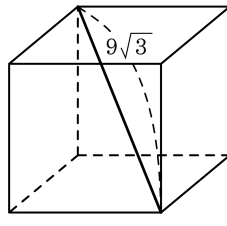
▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $24\sqrt{3}\text{cm}^3$

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면
 $\sqrt{3}a = 6, a = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$
 $\therefore V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$

37. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



▶ 답 :

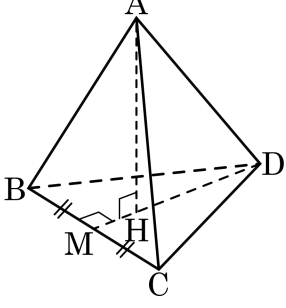
▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3}, a = 9 \quad \therefore V = 9^3 = 729$$

38. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



- ①

$12\sqrt{2}\text{cm}^2$
- ②

$13\sqrt{2}\text{cm}^2$
- ③

$14\sqrt{2}\text{cm}^2$
- ④

$15\sqrt{2}\text{cm}^2$
- ⑤

$16\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\therefore \triangle AMH \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$

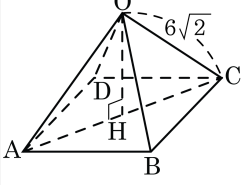
39. 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O-ABCD 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

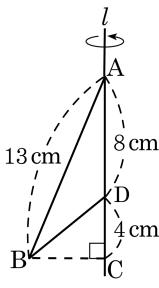
해설

위의 그림에서 $\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
 $\triangle OAH$ 에서 $\angle OHA = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{OH}^2 = (6\sqrt{2})^2 - 6^2 = 36$
 $\overline{OH} = 6$ ($\because \overline{OH} > 0$)
 $\therefore$ (정사각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (6\sqrt{2})^2 \times 6 = 144$



40. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$ 를 직선 AC 를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?

- ① $\frac{100}{3}\pi \text{ cm}^3$
 ② $60\pi \text{ cm}^3$
- ③ $\frac{200}{3}\pi \text{ cm}^3$
 ④ $80\pi \text{ cm}^3$
- ⑤ $\frac{400}{3}\pi \text{ cm}^3$

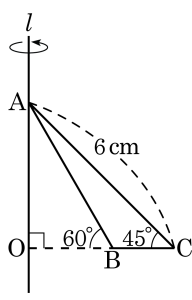


해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ (cm)}$ 이다.
 따라서 입체도형의 부피는
 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$
 $= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ 이다.

41. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?

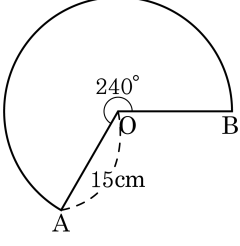
- ① $4\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ ② $6\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$
 ③ $12\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$ ④ $12\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$
 ⑤ $24\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$



해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}$ (cm)
 $\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$
 $\therefore \overline{BO} = \sqrt{6}$ (cm)
 따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi$ (cm³) 이다.

42. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 15 cm, 중심각의 크기가 240° 인 부채꼴로 밑면이 없는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $5\sqrt{5}$ cm

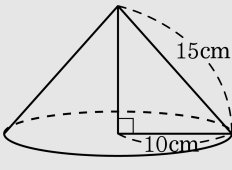
해설

호 AB의 길이는 밑면의 원주의 길이와 같으므로 밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

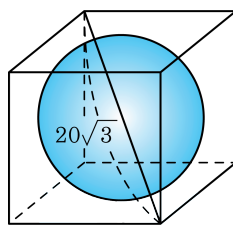
$$2\pi \times 15 \times \frac{240^\circ}{360^\circ} = 2\pi r$$

$$\therefore r = 10(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{원뿔의 높이}) = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$$



43. 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4000}{3}\pi$

해설

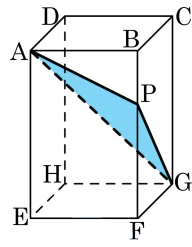
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3} \quad \therefore a = 20$$

(구의 반지름의 길이) = 10

$$(\text{구의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi$$

44. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\text{ cm}$, $\overline{BC} = 1\text{ cm}$, $\overline{AE} = 4\text{ cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $5 + \sqrt{21}\text{ cm}$

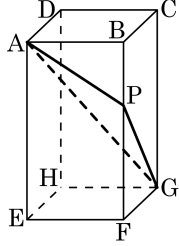
해설

$$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\text{또, 대각선 } \overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21} \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle APG \text{의 둘레의 길이}) = 5 + \sqrt{21} \text{ (cm)}$$

45. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AE} = 5$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

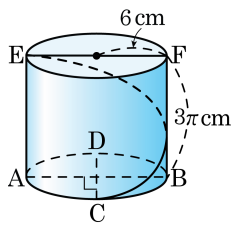
해설

$$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$$

$$\text{또, 대각선 } \overline{AG} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 8$$

$$\therefore (\triangle PAG \text{의 둘레의 길이}) = 10 + 8 = 18$$

46. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$)



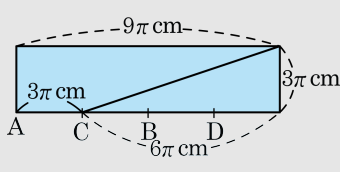
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10\pi}$ cm

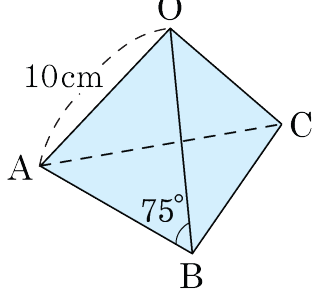
해설

$$\frac{\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2}}{3\sqrt{10\pi}} \text{ (cm)}$$

=



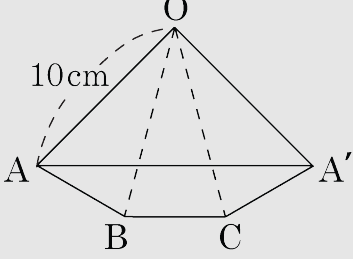
47. 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\angle OBA = 75^\circ$ 인 삼각뿔이 있다. 이 삼각뿔의 꼭짓점 A에서 출발하여 끝면을 따라 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 를 지나 다시 꼭짓점 A에 이르는 최단 거리는?



- ① 10cm ② $10\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $10\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ 15cm ⑤ 20cm

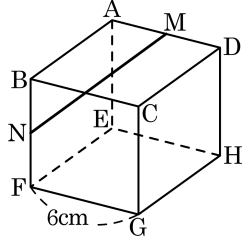
해설

삼각형 OAB는 이등변삼각형이고 $\angle OBA = 75^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 180 - (75 + 75) = 30^\circ$



전개도에서 $\angle AOA' = 30 + 30 + 30 = 90^\circ$
 따라서 삼각형 OAA'는 직각이등변삼각형이다.
 최단거리는 $\sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

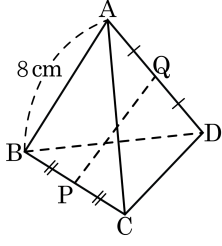
해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90^\circ$ 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}\overline{MN}^2 &= \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{MN} = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

49. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정사면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

해설

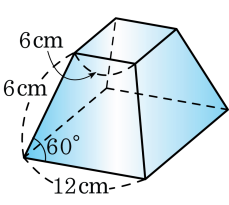
$\overline{AP}$ 와 $\overline{PD}$ 는 정삼각형 ABC 와 DBC 의 높이이므로

$$\overline{AP} = \overline{PD} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle APQ$ 에서

$$\overline{PQ} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

50. 다음 그림과 같이 밑면이 모두 정사각형이고 옆면이 모두 합동인 사각뿔대의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 252√2cm³

해설

(사각뿔대의 부피)
 = (O - EFGH의 부피) - (O - ABCD의 부피)
 (사각뿔 O - EFGH) ∽ (사각뿔 O - ABCD),
 (닮음비) = 2 : 1, (부피의 비) = 2³ : 1³ = 8 : 1
 사각뿔 O - ABCD 에서
 $\overline{AI} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 3\sqrt{2}$ (cm),
 $\overline{OI} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ (cm)
 ∴ (사각뿔O - ABCD의 부피)
 $= \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{2}$
 $= 36\sqrt{2}$ (cm³)
 (사각뿔대의 부피) = 36√2 × 8 - 36√2
 $= 252\sqrt{2}$ (cm³)

