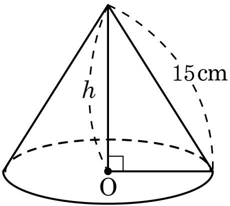
1. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $100\pi\,\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 $15\,\text{cm}$ 인 원뿔의 높이는?

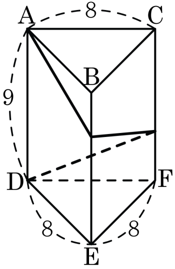


① $\sqrt{5}\,\text{cm}$
② $5\,\text{cm}$
③ $5\sqrt{5}\,\text{cm}$
④ $10\,\text{cm}$
⑤ $10\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $\pi r^2 = 100\pi(\text{cm}^2)$ 이므로 밑면의 반지름은 $10\,\text{cm}$
따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

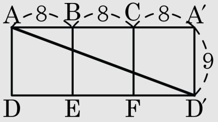


▶ 답 :

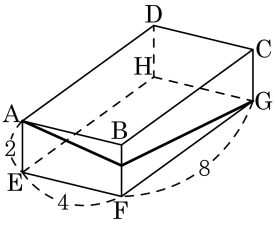
▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{24^2 + 9^2} = \sqrt{576 + 81} = \sqrt{657} = 3\sqrt{73}$



3. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A 에서 모서리 BF 를 거쳐 점 G 에 이르는 최단거리를 구하여라.

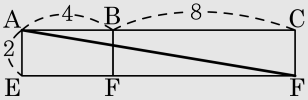


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{37}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$



4. 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 다음과 같을 때, 다음 중 직육면체의 대각선의 길이가 12 가 아닌 것은?

보기

㉠ $5\sqrt{2},\ 2\sqrt{11},\ 5\sqrt{2}$

㉡ $5\sqrt{2},\ \sqrt{42},\ 2\sqrt{5}$

㉢ $2\sqrt{6},\ 4\sqrt{3},\ 3\sqrt{7}$

㉣ $\sqrt{30},\ \sqrt{30},\ 2\sqrt{21}$

㉤ $3\sqrt{5},\ 3\sqrt{5},\ 3\sqrt{6}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

세 모서리가 각각 $a,\ b,\ c$ 인 직육면체에서
대각선 $d = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이다.
㉠ $\sqrt{50+44+50} = \sqrt{144}$
㉡ $\sqrt{50+42+20} = \sqrt{112}$
㉢ $\sqrt{24+48+63} = \sqrt{135}$
㉣ $\sqrt{30+30+84} = \sqrt{144}$
㉤ $\sqrt{45+45+54} = \sqrt{144}$
따라서 12 가 아닌 것은 ㉡, ㉢이다.

5. 밑면이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이고 높이가 $\sqrt{23}$ 인 직육면체의 대각선의 길이가 11 이다. x 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

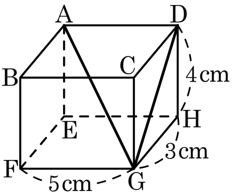
$\sqrt{x^2+x^2+(\sqrt{23})^2}=11$

$2x^2=98$

$x^2=49$

$x>0$ 이므로 $x=7$ 이다.

6. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 5 cm, 3 cm, 4 cm 인 직육면체에서 $\triangle AGD$ 의 둘레의 길이를 구하면?

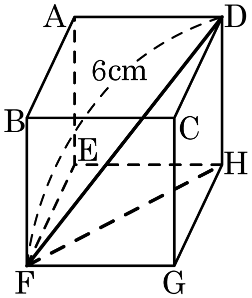


① 12 cm
② $(10+5\sqrt{2})$ cm
③ $(12+2\sqrt{2})$ cm
④ $(10+\sqrt{3})$ cm
⑤ $(8+2\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{AG} = \sqrt{5^2+3^2+4^2} = 5\sqrt{2}$ (cm)
$\overline{DG} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ (cm)
$\overline{AD} = 5$ cm
따라서, 둘레의 길이는 $(10+5\sqrt{2})$ cm 이다.

7. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 6cm 인 정육면체에서 $\triangle \mathrm{DHF}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $6\sqrt{2}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

정육면체의 대각선의 길이가 6cm 이므로 한 변의 길이는

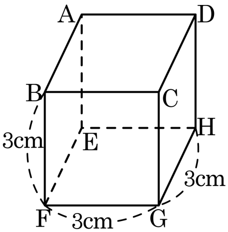
$6 = \sqrt{3}a, a = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 가 된다.

$\overline{\mathrm{DH}} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{HFG}$ 에서 $\overline{\mathrm{FH}} = \sqrt{2}(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{DHF} = \frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{FH}}\times\overline{\mathrm{DH}} = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

8. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?



① $\sqrt{3}$ cm ② $2\sqrt{3}$ cm

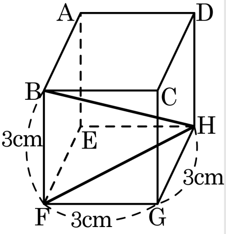
③ $3\sqrt{3}$ cm ④ $4\sqrt{3}$ cm

⑤ 3

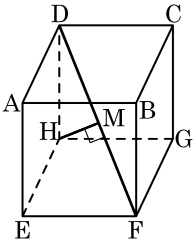
해설

$\overline{FH}$ 의 길이는 $\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \overline{BH}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$



9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



① $2\,\mathrm{cm}$　② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　③ $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

④ $4\,\mathrm{cm}$　⑤ $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$

해설

한 변의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{DF}} = \sqrt{6^2+6^2+6^2} = 6\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$

한 변의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\,\mathrm{cm})$

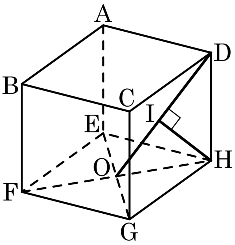
$\therefore \triangle\mathrm{DHF} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$

즉, $\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$ 이므로

$6\times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{HM}}$

$\therefore \overline{\mathrm{HM}} = 2\sqrt{6}(\,\mathrm{cm})$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점이 O 이고, 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DO}}$ 위로 수선을 내렸을 때, $\overline{\mathrm{HI}}$ 의 길이가 $\sqrt{3}$ 이었다. 이 정육면체의 한 변의 길이는?



① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 11

해설

한 변의 길이를 $\sqrt{2}a$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{FH}} = 2a$

$\overline{\mathrm{OH}} = a$

$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$

삼각형 DOH 의 넓이에서

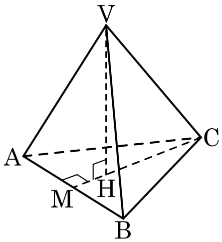
$\sqrt{3}a \times \sqrt{3} = \mathrm{a} \times \sqrt{2}\mathrm{a}$

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

따라서 이 정육면체의 한 변의 길이는

$\sqrt{2} \times \dfrac{3\sqrt{2}}{2} = 3$ 이다.

11. 부피가 $\sqrt{3}$ 인 정사면체 V－ABC 의 높이는?



① 2　　② 4　　③ $2\sqrt{6}$　　④ $3\sqrt{6}$　　⑤ $4\sqrt{6}$

해설

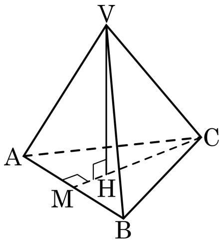
모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

높이 : $h=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3=\sqrt{3},\ a^3=6\sqrt{6}\quad\therefore\ a=\sqrt{6}$

따라서 높이는 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\sqrt{6}=2$ 이다.

12. 다음 그림의 정사면체 V – ABC 에서 높이 $\overline{\mathrm{VH}}$ 가 $2\sqrt{6}$ 일 때, 정사면체의 부피는?



① 6　　② $6\sqrt{2}$　　③ 18　　④ $18\sqrt{2}$　　⑤ $32\sqrt{2}$

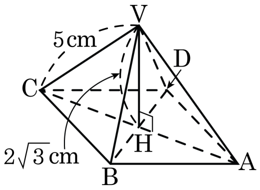
해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,

정사면체의 높이 $\overline{\mathrm{VH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}a = 2\sqrt{6}$ $\quad \therefore a = 6$

따라서 정사면체의 부피는 $\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음 정사각뿔은 옆 모서리의 길이가 5 cm , 높이가 $2\sqrt{3}$ cm 이다. 밑면의 한 변의 길이 x 와 부피를 차례로 구하면?



① $\sqrt{23}$ cm, $\dfrac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^3

② $\sqrt{23}$ cm, $\dfrac{53\sqrt{3}}{3}$ cm^3

③ $\sqrt{26}$ cm, $\dfrac{53\sqrt{3}}{3}$ cm^3

④ $\sqrt{26}$ cm, $\dfrac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^3

⑤ $\sqrt{29}$ cm, $\dfrac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^3

해설

$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{25-12} = \sqrt{13}$

$\overline{AC} = 2\sqrt{13}$

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$이므로

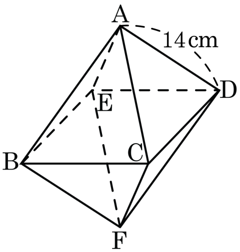
밑면의 한 변의 길이를 x 라 하면

$x^2 + x^2 = 52,\ 2x^2 = 52$

$x^2 = 26,\ \therefore\ x = \sqrt{26}(\text{cm})$

부피 : $\sqrt{26} \times \sqrt{26} \times 2\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{52\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$

14. 다음 그림은 한 변의 길이가 14 cm 인 정삼각형을 붙여 만든 정팔면체이다. 부피를 구하면?



① $\dfrac{2740\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

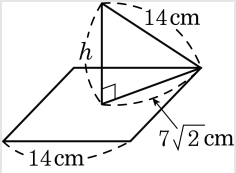
② $\dfrac{2741\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

③ $\dfrac{2743\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

④ $\dfrac{2744\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

⑤ $\dfrac{2746\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

해설

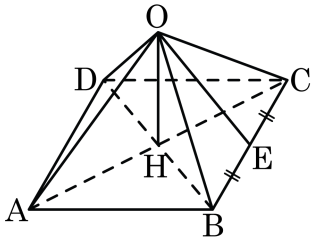


높이를 h, 부피를 V라 하면

$$h = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$

$$V = 14 \times 14 \times 7\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2744\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$$

15. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$cm 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 O – ABCD 의 높이가 $\sqrt{3}$cm 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?



① $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{10}+4\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{10}+8\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ 20cm^2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{2}\times 2\sqrt{2} = 4(\text{cm})$

$\overline{HE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{2}(\text{cm})$

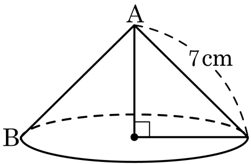
$\triangle OHE$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{OE} = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$

옆면의 이등변삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{5} = \sqrt{10}(\text{cm}^2)$

밑면의 넓이는 $2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2} = 8(\text{cm}^2)$

그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 $4\times\sqrt{10}+8 = 4\sqrt{10}+8(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 $7\,\text{cm}$ 인 원뿔의 밑면의 둘레의 길이가 $10\pi\,\text{cm}$ 일 때 이 원뿔의 높이는?



① $3\,\text{cm}$ ② $4\,\text{cm}$

③ $2\sqrt{6}\,\text{cm}$ ④ $3\sqrt{5}\,\text{cm}$

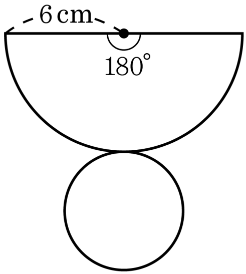
⑤ $6\,\text{cm}$

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 10\pi(\text{cm})$ 이므로 밑면의 반지름은 $5\,\text{cm}$ 이다.

따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 원뿔의 전개도를 보고 원뿔의 밑면의 반지름의 길이, 높이, 부피를 바르게 구한 것은?



① $r=2\text{cm}$, $h=2\sqrt{3}\text{cm}$, $V=6\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

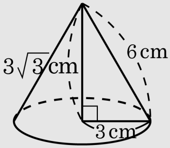
② $r=2\text{cm}$, $h=3\sqrt{3}\text{cm}$, $V=4\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

③ $r=3\text{cm}$, $h=2\sqrt{3}\text{cm}$, $V=3\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

④ $r=3\text{cm}$, $h=3\sqrt{3}\text{cm}$, $V=9\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

⑤ $r=4\text{cm}$, $h=2\sqrt{3}\text{cm}$, $V=6\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

해설

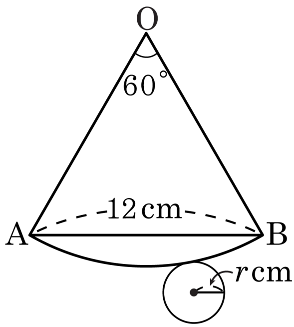


밑면의 반지름 $r=6\times\dfrac{180}{360}=3(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 높이 $h=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V=\dfrac{1}{3}\times 9\pi\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

18. 다음 그림은 중심각의 크기가 $60°$ 이고 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 인 부채꼴과 반지름이 $r\,\text{cm}$ 인 원으로 만든 원뿔의 전개도이다. 다음 중 밑면의 반지름 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



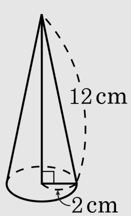
① $2\,\text{cm}$, $2\sqrt{15}\,\text{cm}$
② $2\,\text{cm}$, $2\sqrt{35}\,\text{cm}$
③ $3\,\text{cm}$, $2\sqrt{15}\,\text{cm}$
④ $3\,\text{cm}$, $2\sqrt{35}\,\text{cm}$
⑤ $4\,\text{cm}$, $2\sqrt{15}\,\text{cm}$

해설

$\angle AOB = 60°$ 이고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
따라서 $\angle OAB = \angle OBA = 60°$ 즉, $\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로 원뿔의 모선의 길이는 $12\,\text{cm}$ 이다.

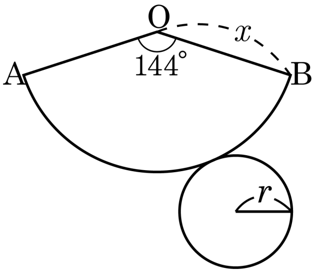
부채꼴 호 AB 의 길이 $l = 2\pi \times 12 \times \dfrac{60°}{360°} = 4\pi(\,\text{cm})$

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\,\text{cm})$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{12^2 - 2^2} = \sqrt{144 - 4} = 2\sqrt{35}(\,\text{cm})$ 이다.
따라서 밑면의 반지름 길이는 $2\,\text{cm}$ 이고, 높이는 $2\sqrt{35}\,\text{cm}$ 이다.

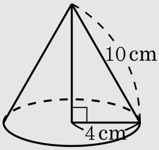
19. 호 AB 의 길이는 $8\pi\,\text{cm}$ 이고 중심각의 크기가 $144°$ 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피는?



① $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$ ② $\dfrac{8\sqrt{21}}{3}\pi\text{cm}^3$ ③ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$

④ $\dfrac{16\sqrt{21}}{3}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $\dfrac{32\sqrt{21}}{3}\pi\text{cm}^3$

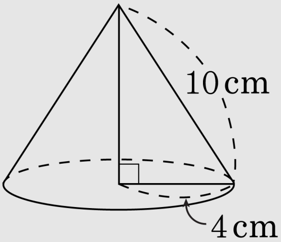
해설



호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 8\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 4(\text{cm})$ 이다.

부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi x \times \dfrac{144°}{360°} = 2\pi x \times \dfrac{2}{5} = 8\pi$ 이므로 부채꼴의 반지름의 길이 $x = 10(\text{cm})$

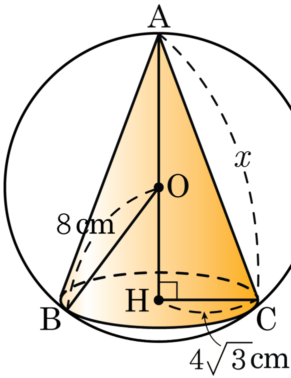
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{100-16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 2\sqrt{21} = \dfrac{32\sqrt{21}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $8\,\text{cm}$ 인 구 안에 꼭맞는 원뿔의 밑면의 반지름이 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 원뿔의 모선의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle$OHC 에서

$$\overline{\text{OH}} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4(\text{cm})$$

$$\overline{\text{AH}} = 8 + 4 = 12(\text{cm})$$

$\triangle$AHC 에서

$$x = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2}$$

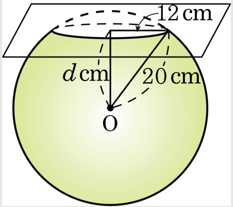
$$= \sqrt{144 + 48} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

21. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

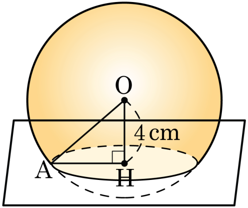
① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

평면과 구의 중심과의 거리를 d cm라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore$ $d = 16(\text{cm})$



22. 다음 그림과 같이 $\overline{OH}$의 길이가 4 cm 가 되도록 하여 구를 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 넓이가 $48\pi\,cm^2$ 이었다. 이때 구의 반지름을 구하여라.



① 6 cm　② 8 cm　③ 10 cm

④ 12 cm　⑤ 16 cm

해설

원의 반지름의 길이를 r라 하면 단면인 원의 넓이가 $\pi r^2 = 48\pi\,cm^2$ 이므로 $r = 4\sqrt{3}$ cm이다.

$\angle AHO = 90°$ 이므로

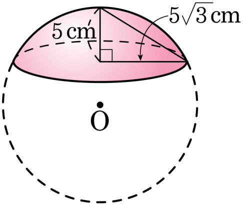
$\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고

$\overline{OA}$를 R라 하면

$R^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2$

$R^2 = 48 + 16 = 64 \therefore R = 8\,cm$

23. 다음 그림과 같이 구를 중심 O 에서 평면으로 잘라 단면이 생겼을 때 구의 반지름은?



① 8 cm ② 9 cm ③ 10 cm

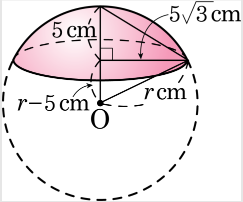
④ 11 cm ⑤ 12 cm

해설

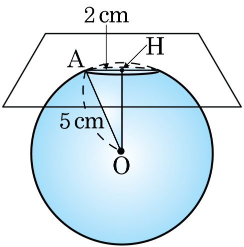
$$5\sqrt{3} = \sqrt{r^2 - (r-5)^2}$$
$$= \sqrt{r^2 - (r^2 - 10r + 25)}$$
$$= \sqrt{10r - 25} = \sqrt{75}$$

이므로 $10r - 25 = 75$

$\therefore r = 10(\text{cm})$



24. 다음 그림과 같이 반지름이 5cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때 단면인 원의 반지름이 2 cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?



① 3 cm ② 4 cm

③ $\sqrt{22}$ cm ④ $\sqrt{21}$ cm

⑤ $2\sqrt{5}$ cm

해설

$\angle\mathrm{AHO} = 90^\circ$ 이므로

$\triangle\mathrm{AOH}$ 에서 $\overline{\mathrm{OA}}^2 = \overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{OH}}^2$ 이고

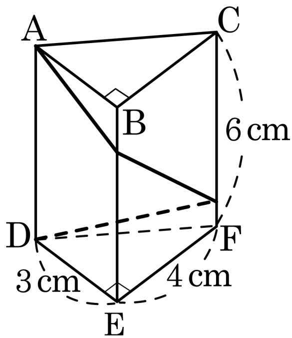
$\overline{\mathrm{OH}} = x$라 하면

$25 = 4 + x^2$

$x^2 = 21$

$\therefore\ x = \sqrt{21}(\mathrm{cm})$

25. 다음 그림은 밑면이 직각삼각형인 삼각기둥이다. 꼭지점 A 에서 모서리 BE 와 CF 를 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리는?



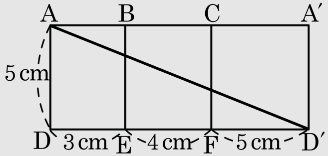
① 12 cm ② $12\sqrt{2}$ cm ③ 13 cm

④ $13\sqrt{2}$ cm ⑤ 15 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

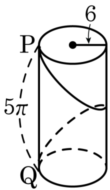
전개도를 그려 보면



점A 와 점 D′ 를 잇는 선분의 길이가 최단 거리가 된다.

$\therefore \overline{AD} = \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$

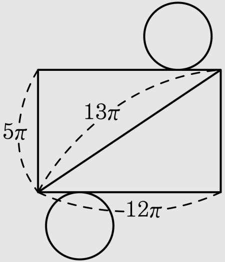
26. 원기둥에서 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하면?



① 13π ② 15π ③ 61π

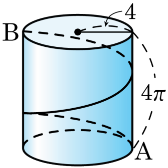
④ 125π ⑤ $\sqrt{150}\pi$

해설



원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
따라서, 최단 거리는 직사각형(옆면)의 대각선의 길이와 같다.
직사각형의 가로의 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 6 = 12\pi$ 이다.
따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi$ 이다.

27. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?

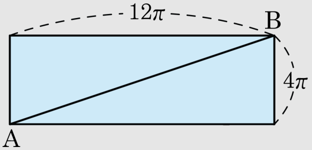


① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π

④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

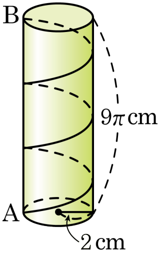
실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

28. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 표면을 따라 세 바퀴 감았을 때, 실의 최소 길이를 구하여라.

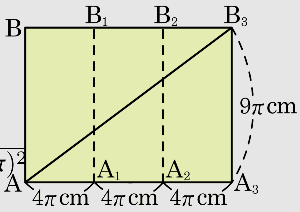


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15π cm

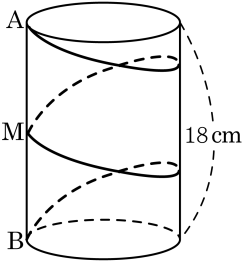
해설

밑면의 둘레의 길이는
$2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)
다음 전개도에서 구하는 실의 길이는 $\overline{AB_3}$ 의 길이이다.



$\therefore \overline{AB_3} = \sqrt{(4\pi + 4\pi + 4\pi)^2 + (9\pi)^2}$
$= \sqrt{225\pi^2} = 15\pi$ (cm)

29. 다음 원기둥의 높이는 18 cm 이다. 점 M 은 높이의 중점이며, 그림과 같이 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 중점 M 을 지나 점 B 에 이르는 최단거리가 30 cm 이라 할 때, 밑면의 둘레의 길이를 구하면?



① 11 cm ② 11.5 cm

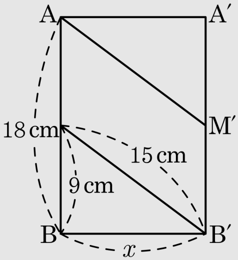
③ 12 cm ④ 12.5 cm

⑤ 13 cm

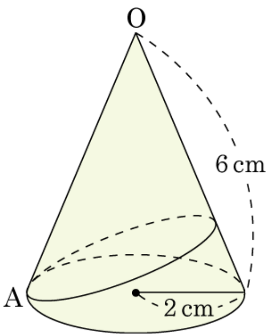
해설

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

따라서 밑면의 둘레의 길이는 12(cm)



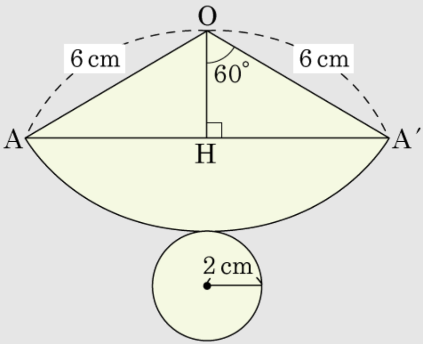
30. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

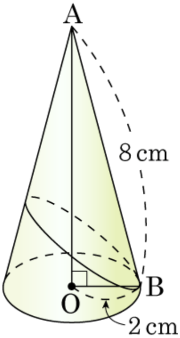
▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



$\overline{AH} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AA'} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$

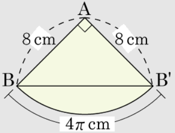
31. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 B를 출발하여 옆면을 지나 다시 점 B 로 돌아오는 최단 거리는?



① $7\sqrt{2}$ cm ② $7\sqrt{3}$ cm ③ $8\sqrt{2}$ cm

④ $8\sqrt{3}$ cm ⑤ $9\sqrt{2}$ cm

해설

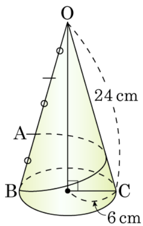


$\angle BAB' = x$라 하면

$2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360°} = 4\pi, x = 90°$

$\overline{BB'} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

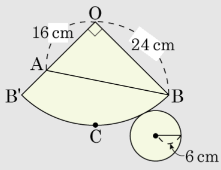
32. 다음 그림은 모선의 길이가 24 cm 이고, 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{13}$ cm

해설



최단거리는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

5.0pt$\overset{\frown}{BB'} = 2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$

$\angle B'OB = \dfrac{12\pi}{48\pi} \times 360° = 90°$

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{24^2 + 16^2} = \sqrt{832} = 8\sqrt{13}(\text{cm})$

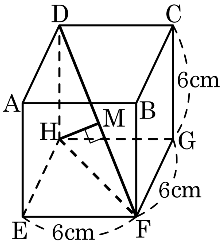
33. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수) 로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2+(2k)^2+(3k)^2}=4\sqrt{14}$
$14k^2=224$, $k^2=16$
$k>0$ 이므로 $k=4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4\times(4+8+12)=96$ 이다.

34. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체이다. 점 H 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발 M 까지의 거리를 구하여라.



① $2\sqrt{6}$ cm ② $6\sqrt{3}$ cm ③ $2\sqrt{5}$ cm
④ $6\sqrt{6}$ cm ⑤ $3\sqrt{6}$ cm

해설

$\overline{HF} = 6\sqrt{2}$, $\overline{DF} = \sqrt{6^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2} = 6\sqrt{3}$

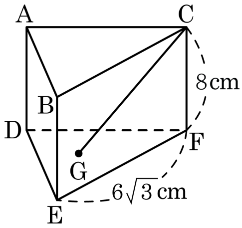
$\triangle DHF = \overline{DH} \times \overline{HF} \times \frac{1}{2} = \overline{DF} \times \overline{HM} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$6 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{HM} \times \frac{1}{2}$

$18\sqrt{2} = 3\sqrt{3} \times \overline{HM}$

$\therefore \overline{HM} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

35. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle\mathrm{DEF}$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{\mathrm{CG}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

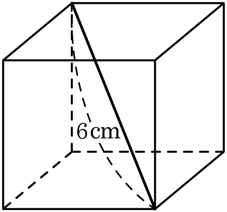
해설

$$\overline{\mathrm{FG}} = \frac{2}{3} \times (\triangle\mathrm{DEF}\text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3}$$
$$= 6\ (\mathrm{cm})$$

$\triangle\mathrm{CGF}$ 는 $\angle\mathrm{CFG} = 90°$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{CG}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\mathrm{cm})$

36. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 부피 V를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^3$

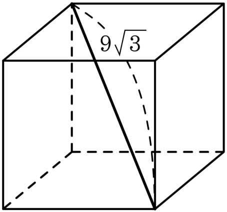
해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 6,\ a = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \mathrm{V} = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^3)$

37. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



▶ 답 :

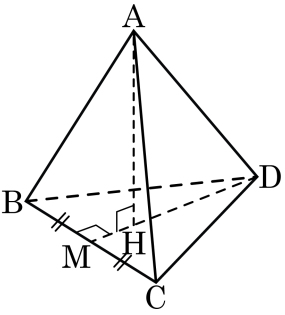
▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3}$, $a = 9$ $\therefore$ $\mathrm{V} = 9^3 = 729$

38. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AH}$는 정사면체의 높이일 때, $\triangle$AMH의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$　② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$　③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$

④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

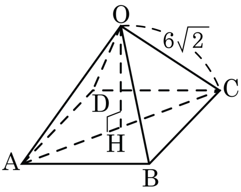
$$(\therefore\ \triangle\text{AMH의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$

39. 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O – ABCD 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설



위의 그림에서 $\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2}\times 12 = 6$

$\triangle OAH$ 에서 $\angle OHA = 90°$ 이므로

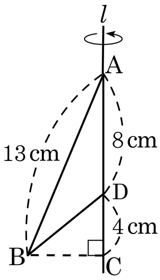
$\overline{OH}^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2 - 6^2 = 36$

$\overline{OH} = 6 \ (\because \ \overline{OH} > 0)$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \left(6\sqrt{2}\right)^2 \times$

$6 = 144$

40. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$
② $60\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $\frac{200}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$
④ $80\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $\frac{400}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

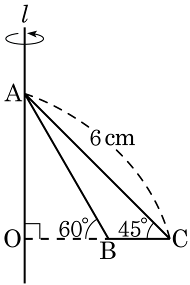
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$ 이다.

41. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



① $4\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $6\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

③ $12\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$　④ $12\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

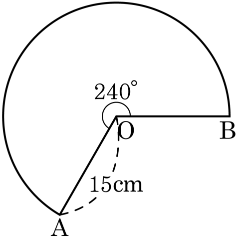
$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}\,(\text{cm})$

따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$-\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi\,(\text{cm}^3)$ 이다.

42. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 15 cm, 중심각의 크기가 240° 인 부채꼴로 밑면이 없는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.

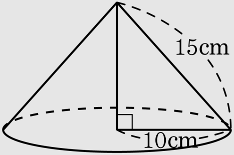


▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** $5\sqrt{5}$ cm

해설

호 AB 의 길이는 밑면의 원주의 길이와 같으므로 밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

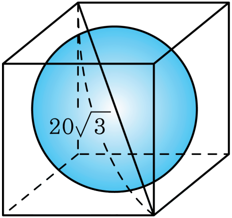


$$2\pi \times 15 \times \frac{240°}{360°} = 2\pi r$$

$\therefore\ r = 10(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 높이) $= \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

43. 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{4000}{3}\pi$

해설

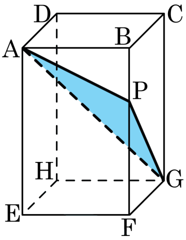
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ a = 20$

(구의 반지름의 길이) $= 10$

(구의 부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 10^3 = \dfrac{4000}{3}\pi$

44. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 1\,\text{cm}$, $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** $5 + \sqrt{21}$ cm

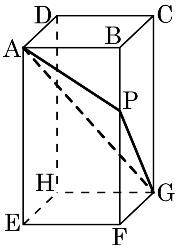
해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \ (\text{cm})$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21} \ (\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle$APG의 둘레의 길이) $= 5 + \sqrt{21} \ (\text{cm})$

45. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AE} = 5$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

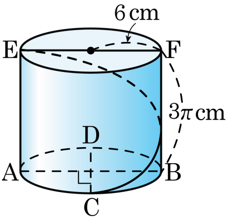
해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 8$

$\therefore$ ($\triangle PAG$의 둘레의 길이) $= 10 + 8 = 18$

46. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \,//\, \overline{EF}$)

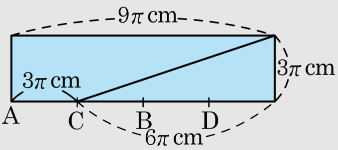


▶ 답 : ____________ cm

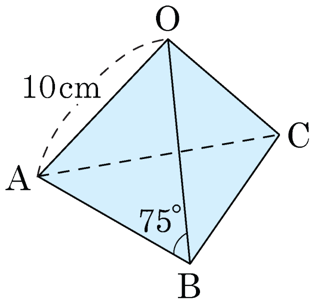
▷ 정답 : $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2} = 3\sqrt{10}\pi$ (cm)



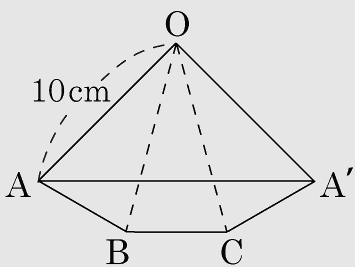
47. 그림과 같이 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=10\text{cm}$, $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$, $\angle OBA=75°$인 삼각뿔이 있다. 이 삼각뿔의 꼭짓점 A에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{OB}=\overline{OC}$를 지나 다시 꼭짓점 A에 이르는 최단 거리는?



① 10cm ② $10\sqrt{2}$cm ③ $10\sqrt{3}$cm
④ 15cm ⑤ 20cm

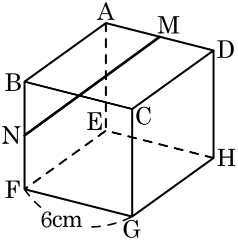
해설

삼각형 OAB는 이등변삼각형이고 $\angle OBA=75°$이므로
$\angle AOB=180-(75+75)=30°$



전개도에서 $\angle AOA'=30+30+30=90°$
따라서 삼각형 OAA′는 직각이등변삼각형이다.
최단거리는 $\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$cm이다.

48. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

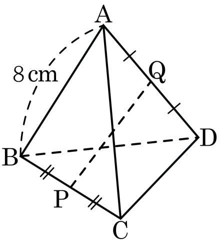
해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90°$ 인 직각삼각형

$$\overline{MN}^2 = \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2$$
$$= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2$$
$$= 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54$$

$\therefore \overline{MN} = 3\sqrt{6}$ (cm)

49. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정사면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

해설

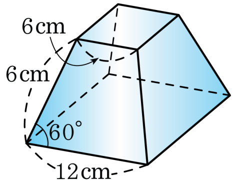
$\overline{AP}$ 와 $\overline{PD}$ 는 정삼각형 ABC 와 DBC 의 높이이므로

$\overline{AP} = \overline{PD} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle APQ$ 에서

$\overline{PQ} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

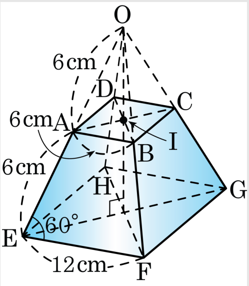
50. 다음 그림과 같이 밑면이 모두 정사각형이고 옆면이 모두 합동인 사각뿔대의 부피를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^3}$

▷ 정답: $252\sqrt{2}\,\underline{\text{cm}^3}$

해설



(사각뿔대의 부피)
= (O − EFGH의 부피) − (O − ABCD의 부피)

(사각뿔 O − EFGH) ∽(사각뿔 O − ABCD),

(닮음비) = 2 : 1, (부피의 비) = $2^3 : 1^3 = 8 : 1$

사각뿔 O − ABCD 에서

$\overline{\text{AI}} = \frac{1}{2}\overline{\text{AC}} = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$,

$\overline{\text{OI}} = \sqrt{6^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

∴ (사각뿔O − ABCD의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{2}$

$= 36\sqrt{2}\ (\text{cm}^3)$

(사각뿔대의 부피) $= 36\sqrt{2} \times 8 - 36\sqrt{2}$

$= 252\sqrt{2}\ (\text{cm}^3)$