

1. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

① $a \neq 0$

② $b \neq 0$

③ $c \neq 0$

④ $b^2 - 4ac = 0$

⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = 3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 2$

④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

$$\textcircled{5} \quad f(-2) = (-2)^2 - 2 \times (-2) + 3 = 11$$

3. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

① $y = -2x^2 + 12x - 18$

② $y = 12x^2 - 6x + 9$

③ $y = 2x^2 + 12x - 18$

④ $y = x^2 - 3x + 1$

⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면

$$y = -2(x - 3)^2$$

이 식을 전개하면,

$$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$$

4. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -(x+1)^2 + 3$

㉡ $y = \frac{1}{2}(x+5)^2 - 3$

㉢ $y = -3(x-1)^2 + 2$

㉤ $y = -2(x-1)^2 + 4$

㉥ $y = 3(x+3)^2 - 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉥

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수)이다.

㉠ $(-1, 3)$

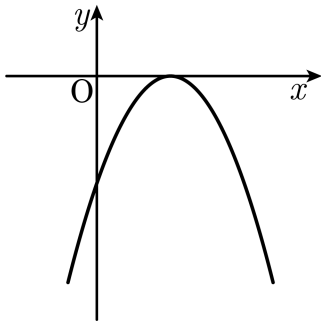
㉡ $(-5, -3)$

㉢ $(1, 2)$

㉤ $(1, 4)$

㉥ $(-3, -6)$

5. $y = a(x - p)^2$ ($a \neq 0$) 의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a , p 의 부호는?



① $a > 0, p > 0$

② $a < 0, p > 0$

③ $a < 0, p < 0$

④ $a > 0, p < 0$

⑤ $a < 0, p = 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 위로 볼록이므로 $a < 0$ 이다.

또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.

따라서 $a < 0, p > 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는?

① 4

② 6

③ 8

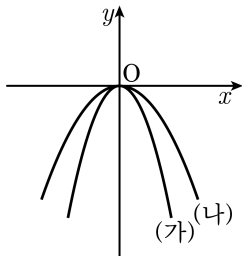
④ 10

⑤ 12

해설

$$y = \frac{1}{2}(0 - 4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$$

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 맞지 않는 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나) 의 식으로 맞지 않는다.

8. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 $(0, 0)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

점 $(-3, -9)$ 를 지난다.

9. 다음 보기의 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $y = -3(x+1)^2 + 1$

㉡ $y = 2x^2 - 1$

㉢ $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$

㉤ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉥ $y = \frac{2}{5}x^2 - 3$

① 위로 볼록한 포물선은 ㉠이다.

② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉤이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

④ 폭이 가장 좁은 포물선은 ㉠이다.

⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉢, ㉤이다.

해설

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉡, ㉢, ㉥ 이다.

10. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x < -1$

④ $x > -2$

⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

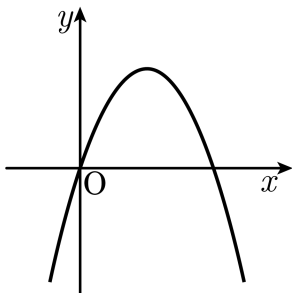
$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

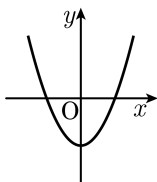
축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

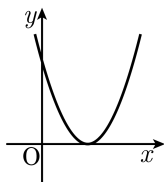
11. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



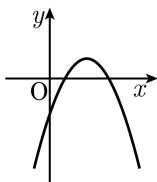
①



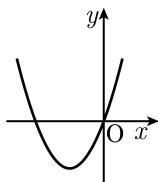
②



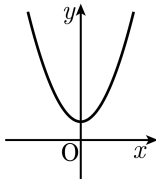
③



④



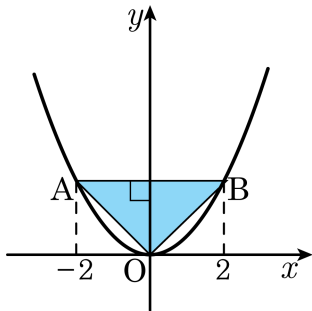
⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

12. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

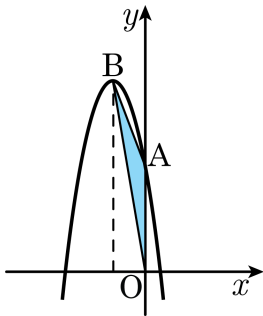
해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

13. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$y = -(x + 3)^2 + 17 \text{ 이므로 } B(-3, 17)$$

$$A(0, 8) \text{ 이므로 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

14. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

15. $y = ax^2 + bx + 8$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나며, 최댓값 또는 최솟값이 c 일 때, $a - b + c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 4a - 2b + 8, \quad 2a - b = -4$$

$$0 = 16a + 4b + 8, \quad 4a + b = -2$$

$$a = -1, \quad b = 2$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 8 = -(x - 1)^2 + 9$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 9, 즉 $c = 9$ 이다.

$$\therefore a - b + c = 6$$

16. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

17. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 위로 볼록하다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.

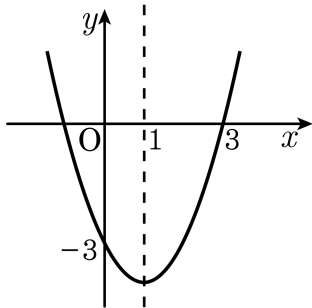
④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.

⑤ 평행이동하면 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 2(x - 2)^2 - 6$$

18. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?



① -4

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

$$y = a(x - 1)^2 + q$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } a + q = -3 \quad \cdots \cdots (1)$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 4a + q = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

$$(2) \text{ 에서 } (1) \text{ 을 빼면, } 3a = 3$$

$$\therefore a = 1, q = -4$$

$$y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$$

따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = -4$ 이다.

19. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2, -6)$, 대칭축의 방정식 $x = 2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, -10)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$

② $y = x^2 - 4x + 5$

③ $y = -x^2 - 2x + 3$

④ $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$ 에 $(0, -10)$ 을 대입한다.

$$a = -1$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 10$$

20. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.