1. 이차방정식 $x^2+ax-2=0$의 한 근이 $x=-2$이고, $x^2+3x+b=0$의 한 근이 $x=-1$ 일 때, ab의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+ax-2=0$에 $x=-2$를 대입하면,
$4-2a-2=0 \quad \therefore\ a=1$
$x^2+3x+b=0$에 $x=-1$을 대입하면,
$1-3+b=0 \quad \therefore\ b=2$
$\therefore\ ab=2$

2. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1 ② 0 ③ $\pm\sqrt{3}$ ④ $\pm\sqrt{2}$ ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm\sqrt{3}$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$에 $x = 2$를 대입하면
$4 + 2a - 8 = 0$
$\therefore\ a = 2$
$x^2 + 2x - 8 = 0$
$(x + 4)(x - 2) = 0$
$\therefore\ x = 2$ 또는 $x = -4$

4. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면
$25 + 5a - 20 = 0$
$\therefore\ a = -1$
$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$
따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.
$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면
$32 + 12 + b = 0$ 이다.
$\therefore\ b = -44$
$\therefore\ a + b = -1 + (-44) = -45$

5. 이차방정식 $3(x+a)^2 = b$ 의 해가 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -2,\ b = 9$
② $a = -2,\ b = -9$
③ $a = 2,\ b = -9$
④ $a = 2,\ b = 9$
⑤ $a = -2,\ b = 6$

해설

$x = 2 \pm \sqrt{3}$ 이므로 $(x-2) = \pm\sqrt{3}$
$(x-2)^2 = 3$
$3(x-2)^2 = 9$
$\therefore a = -2,\ b = 9$

6. 이차방정식 $-2x^2+\frac{4}{3}x+2=0$ 을 풀면?

① $x=-3$ 또는 $x=2$
② $x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{6}$
③ $x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{6}$
④ $x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$
⑤ $x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$6x^2-4x-6=0$

$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot6\cdot(-6)}}{12}$

$=\frac{4\pm\sqrt{16+144}}{12}=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$

7. 이차방정식 $(x-3)^2-(x-3)=12$ 를 풀면?

① $x=-3$ 또는 $x=4$　② $x=-4$ 또는 $x=3$

③ $x=0$ 또는 $x=7$　④ $x=-7$ 또는 $x=0$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

$(x-3)^2-(x-3)=12$
$x-3=A$ 라고 하면
$A^2-A-12=0$
$(A-4)(A+3)=0$
$(x-3-4)(x-3+3)=0$
$x(x-7)=0$
$\therefore\ x=0$ 또는 $x=7$

8. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \frac{a}{3}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \frac{2a}{3} = 5$

$\therefore a = 6$

9. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2$ 의 값은?

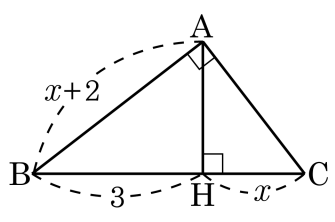
① -3 ② -5 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

$$\alpha + \beta = \frac{3}{3} = 1,\ \alpha\beta = -\frac{9}{3} = -3$$

$$\alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta$$
$$= 1^2 + 2 \times (-3) = -5$$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고 점 H 는 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이다. 이 때, x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ $\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

④ $\frac{-1+\sqrt{21}}{4}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

해설

$(x+2)^2 = 3(3+x)$

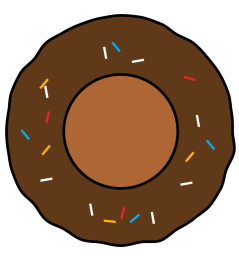
$x^2 + 4x + 4 = 9 + 3x$

$x^2 + x - 5 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-5)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$\therefore x = \frac{-1+\sqrt{21}}{2} (\because x > 0)$

11. 다음 그림과 같이 원 모양의 빵의 둘레에 폭이 20 cm 인 크림을 바르려고 한다. 크림의 넓이가 빵과 크림의 넓이의 합의 $\frac{3}{4}$ 이라고 할 때, 빵의 반지름은?



① 17 ② 19 ③ 20

④ 22 ⑤ 23

해설

빵의 반지름을 x cm 라 하면

$\pi(x+20)^2 - \pi x^2 = \frac{3}{4}\pi(x+20)^2$

$\frac{1}{4}\pi(x+20)^2 = \pi x^2$

$(x+20)^2 = 4x^2$

$3x^2 - 40x - 400 = 0$

$(x-20)(3x+20) = 0$

$\therefore\ x = 20\ (\because\ x > 0)$

12. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2+1-a(x^2-1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2+a+1$ 이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

13. $y = 2x^2$의 그래프 위의 두 점 A$(2,\ p)$, B$(q,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2,\ p)$를 $y = 2x^2$에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q,\ 2)$를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ $\therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$이므로 $q = -1$

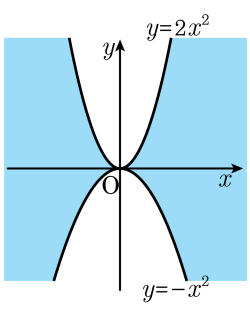
$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은

(기울기)$= \dfrac{8-2}{2-(-1)} = \dfrac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$에 $(2,\ 8)$을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b$ $\therefore\ b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$이다.

14. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $y = \frac{3}{2}x^2$ ② $y = -\frac{3}{2}x^2$
③ $y = \frac{1}{2}x^2$ ④ $y = -\frac{1}{2}x^2$
⑤ $y = x^2$

해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2 보다 작은 그래프
$a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1 보다 작은 그래프
두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

15. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $(-2,\ 2)$를 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프 보다 폭이 좁다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x축 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프와 y축 대칭이다.

해설

① $(-2,\ 2)$를 대입하면 성립하지 않는다.
② 아래로 볼록하다.
③ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다
⑤ $y = -x^2$ 과 x축에 대해 대칭이다.

16. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 포물선이다.

② 점 $(3,\ 2)$ 를 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 5)$ 이다.

④ 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

⑤ $y=3x^2+5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

⑤ $y=\frac{1}{3}x^2-5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

17. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$의 그래프 위에 있고 $x > a$이면 y의 값이 증가하고, $x < a$이면 y의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1 (a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

18. 포물선 $y = -2x^2 + 4x - 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을A, B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2x^2+4x+6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은 $-2x^2+4x+6 = 0$ 의 근과 같다.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

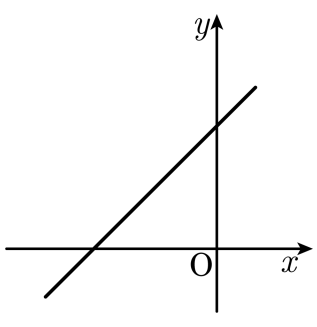
$(x-3)(x+1) = 0$

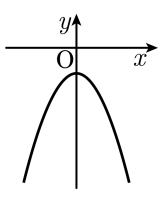
$x = 3$ 또는$x = -1$

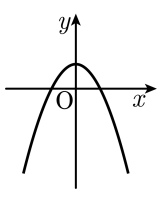
A(3, 0), B(−1, 0)

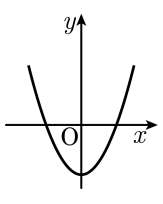
$\therefore \overline{AB} = 4$

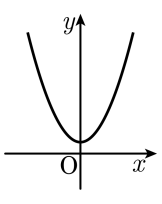
19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?

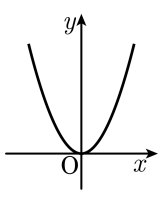


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

20. 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$ 이고, 한 점 $(1,\ -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -6 ④ 6 ⑤ 1

해설

$y = a(x+2)^2 + 3$ 이 점 $(1,\ -6)$ 을 지나므로
$-6 = a(1+2)^2 + 3,\ a = -1$ 이다.
$\therefore\ y = -(x+2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$
$\therefore\ a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

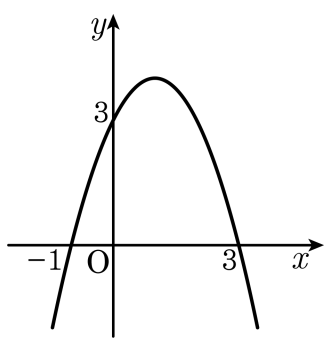
21. 축의 방정식이 $x=4$이고, 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 지나는 포물선의 y절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y=a(x-4)^2+q$에 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 각각 대입하면
$4a+q=-10, a+q=-4$
$\therefore a=-2, q=-2$
$y=-2(x-4)^2-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-34$

22. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $(1, k)$가 이 그래프 위의 점일 때, k의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$에 세 점 $(-1, 0), (0, 3), (3, 0)$을 각각 대입하여 a, b, c를 구하면

$a = -1, b = 2, c = 3$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$

$(1, k)$를 대입하면 $k = 4$이다.

23. 다음 중 x 축과의 교점이 $(-2,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 이고 한 점 $(0,\ -2)$ 를 지나는 포물선의 식은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$　② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$　④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

해설

$y = a(x+2)(x-2)$ 이고, $(0,\ -2)$ 를 지난다.

$-2 = -4a$

$\therefore\ a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-2) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$

$\therefore\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

24. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50 ② 62 ③ 64 ④ 79 ⑤ 83

해설

두 수를 각각x, $16-x$ 라고 하면

$y = x(16-x)$

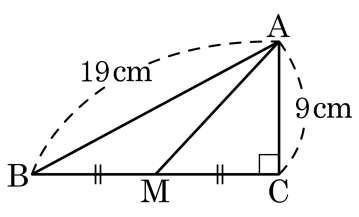
$= -x^2 + 16x$

$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$

$= -(x-8)^2 + 64$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB} = 19\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, 중선 AM 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{149}$ cm ② $\sqrt{150}$ cm ③ $\sqrt{151}$ cm

④ $\sqrt{152}$ cm ⑤ $\sqrt{153}$ cm

해설

$\overline{BC} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{28 \times 10} = 2\sqrt{70}(\text{cm})$

$\overline{CM} = \sqrt{70}(\text{cm})$

$\overline{AM} = \sqrt{\left(\sqrt{70}\right)^2 + 9^2} = \sqrt{151}\ (\text{cm})$

26. 다음 중 직각삼각형인 것을 모두 고르면?

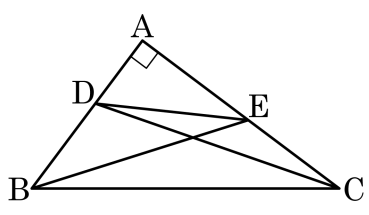
㉠ 2, 4, $\sqrt{10}$	㉡ 3, $\sqrt{15}$, $\sqrt{23}$
㉢ 5, 12, 13	㉣ $\sqrt{91}$, $5\sqrt{3}$, 4
㉤ $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{7}$	

① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $4^2 > (\sqrt{10})^2 + 2^2$
㉡ $(\sqrt{23})^2 < 3^2 + (\sqrt{15})^2$
㉤ $(3\sqrt{5})^2 > (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{7})^2$

27. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 2$ 이고 $\overline{BE} = 2\sqrt{3}$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

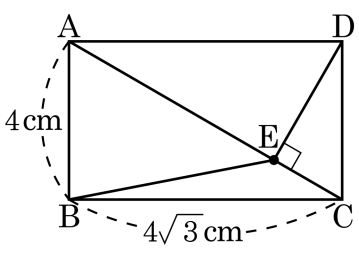


① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

해설

$2^2 + \overline{BC}^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2$ 이므로 $\overline{BC}^2 = 24$
$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{6}$

28. 아래 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 D 에서 대각선 AC 에 수선 DE 를 긋고, 점 B 와 점 E 를 연결한 것이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}, \overline{BC} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는 몇 cm 인가?



① $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $4\,\text{cm}$

④ $2\sqrt{5}\,\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{7}\,\text{cm}$

해설

△ABC 에서 $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$

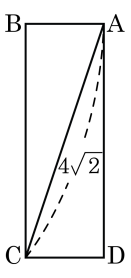
△ACD 의 넓이를 이용하면 $\overline{ED} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

△DCE 에서 $\overline{EC} = 2\,\text{cm}, \overline{AE} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AE^2} + \overline{EC^2} = \overline{BE^2} + \overline{ED^2}$, $6^2 + 2^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{7}\,\text{cm}$

29. 다음과 같이 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 이고, 세로의 길이는 가로의 길이의 3 배인 직사각형이 있다. 사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?



① $\frac{31\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{32\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{33\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{34\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{37\sqrt{5}}{5}$

해설

세로를 $3a$, 가로를 a 라고 하면
$4\sqrt{2} = \sqrt{(3a)^2 + a^2}$, $4\sqrt{2} = \sqrt{10a^2}$
양변을 제곱하면 $32 = 10a^2$
$a^2 = \frac{16}{5}$, $a = \frac{4\sqrt{5}}{5}$
$\therefore$ □ABCD$= (3a + a) \times 2 = 8a = \frac{32\sqrt{5}}{5}$

30. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$의 근에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $k = -6$이면 근이 2개이다.

② $k = -1$이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 1$이면 근이 1개이다.

⑤ $k = 3$이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

31. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
$x(x-7)=30$
$x^2-7x-30$
$(x-10)(x+3)=0$
$\therefore x=10$ ($\because x$ 는 자연수)

32. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$
$f(-3) = f(1)$ 이므로
$9a - 3b + c = a + b + c$
$2a = b$
또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1,\ b = 2$
$\therefore\ a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$

33. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

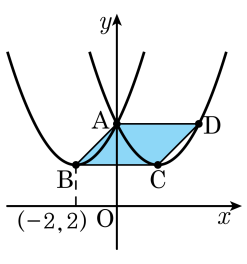
$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

34. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$에서 $(2,\ 2)$로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4 , 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4\times 2=8$ 이다.

35. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 $(3,\ 6)$ 을 지난다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = ax^2 + bx + c$
$= a(x-2)^2 + 4$
점 $(3,\ 6)$ 을 지나므로 $a(3-2)^2 + 4 = 6$
$\therefore a = 2$

36. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$
최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

즉, $m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

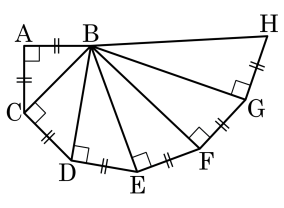
37. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

① 1 초, 3 초　② 2 초, 4 초　③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초　⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
$y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x-2)^2 + 80$ 이므로
$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
$0 = -5x^2 + 20x + 60$
$-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
$-5(x-6)(x+2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.

38. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{GH}=a$ 라고 하면

$\overline{BG}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$ 일 때,

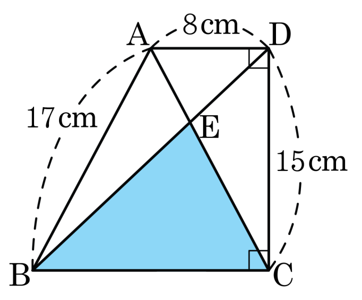
$\triangle BGH$ 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$ 이다.

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

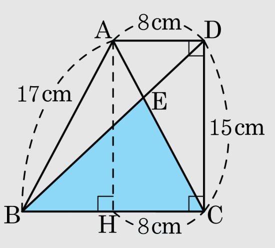
39. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 8cm$, $\overline{AB} = 17cm$, $\overline{DC} = 15cm$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

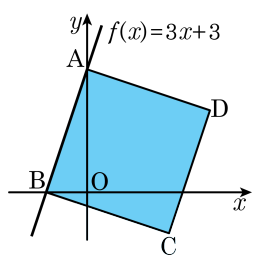
▷ 정답: 80 cm^2

해설



$\overline{AH} = 15cm$
$\overline{BH} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8(cm)$
$\triangle EBC \backsim \triangle EDA(\because$ AA닮음$)$
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$
$(\triangle EBC$의 넓이$) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC$의 넓이$)$
$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15$
$= 80(cm^2)$

40. 함수 $f(x)$ 와 y 축, x 축이 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그린 것이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



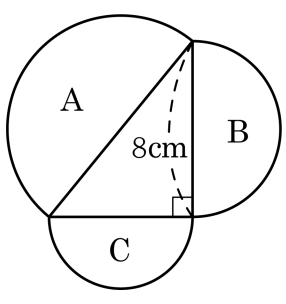
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

A $= (0, 3)$, B $= (-1, 0)$ 이므로
$\overline{OA} = 3$, $\overline{OB} = 1$
따라서 피타고라스 정리에 대입하면 $\overline{AB} = \sqrt{10}$ 이 성립한다.
그러므로 구하고자 하는 □ABCD 의 넓이는 10 이다.

41. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $A = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 7

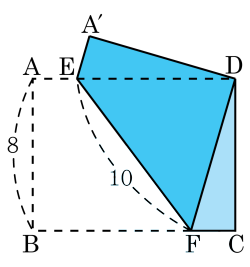
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $C = A - B = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $A : B : C = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

42. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF}=6$

$\overline{CF}=x$ 라 하면 $\overline{CH}=\overline{DE}=6+x$

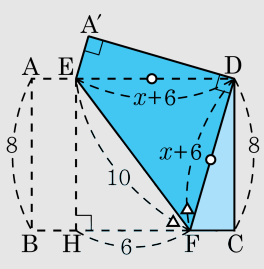
접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF=\angle DFE$ 이므로

$\overline{DF}=\overline{DE}=6+x$

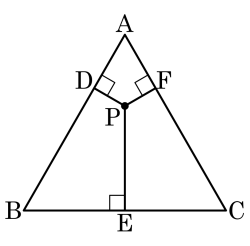
$\triangle DFC$ 에서 $(6+x)^2=8^2+x^2, 12x=28 \ \therefore x=\frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH}=\overline{AE}=\overline{A'E}=\overline{CF}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{7}{3}\times 2+6=\frac{32}{3}$



43. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{3}$

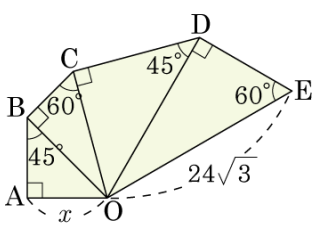
해설

$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PF} = \frac{1}{2} \times 2(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$

$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \sqrt{3}$

44. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

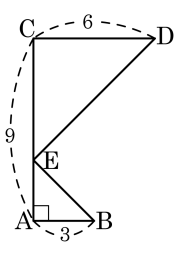
$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$
$2\overline{OD} = 72 \quad \therefore \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$
$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \quad \therefore \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$
$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$
$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

45. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?



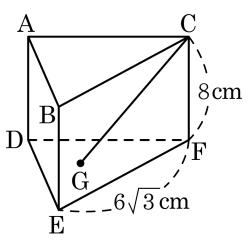
① 3 ② 6 ③ 9

④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D′ 이라고 하면
$\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.
$\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 10 cm

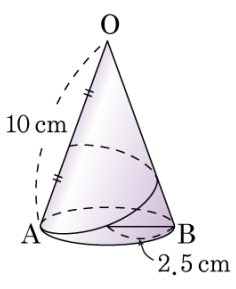
해설

$$\overline{FG} = \frac{2}{3} \times (\triangle DEF\text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3}$$
$$= 6\ (\mathrm{cm})$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{CG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\mathrm{cm})$$

47. 다음 그림은 모선의 길이가 10 cm 이고, 반지름의 길이가 2.5 cm 인 원뿔이다. 점 A 에서 옆면을 따라 모선 OA 의 중점에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답: cm

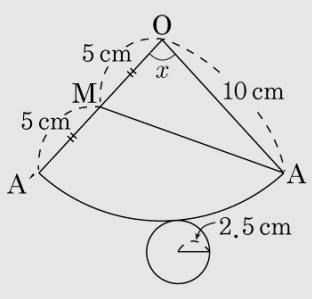
▷ 정답: $5\sqrt{5}$ cm

해설

이 그림에서 $2\pi \times 10 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2.5$

$\therefore x = 90^\circ$

$\triangle OMA$ 에서 $\overline{MA} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$ (cm)



48. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

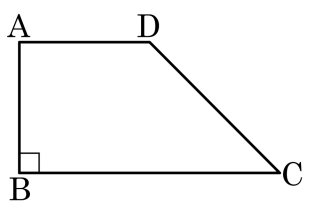
▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 4 시간

해설

올라갈 때 속력을 $x$km/h 라 하면
내려올 때 속력은 $(x+1)$km/h
$\frac{20}{x}+\frac{20}{x+1}=9$ 의 양변에 $x(x+1)$ 을 곱하면
$20(x+1)+20x=9x(x+1)$
$40x+20=9x^2+9x$
$9x^2-31x-20=0$
$(x-4)(9x+5)=0$
$x>0$ 이므로 $x=4$ (km/h)
따라서 내려올 때 속력 : $x+1=5$km/h
$\therefore \frac{20}{5}=4$ (시간)

49. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = 90°$, $\angle C = 45°$, $\overline{AB}+\overline{BC} = 18$ 일 때, 이 사다리꼴의 최대 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

꼭짓점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 변 AB 의 길이를 x 라 하면 $\triangle DHC$ 는 이등변삼각형이고 변 BC 의 길이는 $18 - x$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{DH} = \overline{HC} = x$

$\overline{AD} = \overline{BH} = 18 - x - x = 18 - 2x$

사다리꼴의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}\{(18-2x)+(18-x)\} \times x$$
$$= -\frac{3}{2}x^2 + 18x$$
$$= -\frac{3}{2}(x-6)^2 + 54$$

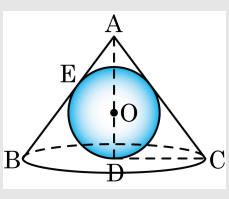
따라서 $x = 6$ 일 때, 사다리꼴 넓이의 최댓값은 54 이다.

50. 밑면의 반지름의 길이가 6, 높이가 8 인 원뿔에 내접한 구의 부피를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36π

해설



$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$ 이므로 $\overline{AE} = 10 - 6 = 4$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle AEO$ 에서 $\overline{AO} = 8 - r$ 이므로

$4^2 + r^2 = (8 - r)^2$

$\therefore\ r = 3$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ 이다.