

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b, b > c$ 이면 $a > c$

② $a > b$ 이면 $a + c > b + c, a - c > b - c$

③ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

④ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

해설

⑤ 반례 $a = 2, b = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{2}, \frac{1}{b} = 1$

$\therefore \frac{1}{2} < 1$

2. $0 \leq x + 2y \leq 1$, $0 \leq -x + y \leq 1$ 일 때 $2x + 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

① 0

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 6

해설

$$\begin{array}{l} 0 \leq x + 2y \leq 1 \\ +) 0 \leq -x + y \leq 1 \\ \hline 0 \leq 3y \leq 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 0 \leq x + 2y \leq 1 \\ -) 0 \leq -2x + 2y \leq 2 \\ \hline -2 \leq 3x \leq 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{array}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \times 2$ 하면

$$\begin{array}{l} 0 \leq 3y \leq 2 \\ +) -\frac{4}{3} \leq 2x \leq \frac{2}{3} \\ \hline \therefore -\frac{4}{3} \leq 3y + 2x \leq \frac{8}{3} \end{array}$$
$$\therefore \text{최댓값} - \text{최솟값} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$$

3. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x+2 \leq 2x+3 \\ 3x \geq 5x-14 \end{cases}$ 의 해 x 의 최댓값을 a , 최솟값을 b

라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x+2 \leq 2x+3, x \geq -1$$

$$3x \geq 5x-14, x \leq 7$$

→ 연립부등식의 해는 $-1 \leq x \leq 7$

따라서 x 의 최댓값은 7, 최솟값은 -1 이다.

$$\therefore a-b = 7 - (-1) = 8$$

5. 연립부등식 $-4(x+3) \leq \frac{x-6}{2} \leq -3x+1$ 을 만족하는 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 1

해설

$$-4(x+3) \leq \frac{x-6}{2} \leq -3x+1$$

$$\begin{cases} -4(x+3) \leq \frac{x-6}{2} \\ \frac{x-6}{2} \leq -3x+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -8x-24 \leq x-6 \\ x-6 \leq -6x+2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -9x \leq 18 \\ 7x \leq 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq \frac{8}{7} \end{cases}$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{8}{7}$$

따라서 정수 x 는 -2, -1, 0, 1 이다.

6. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 3 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x + 13 \leq -2 \\ 8 - 2x \leq a \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

해설

$$3x + 13 \leq -2$$

$$3x \leq -15$$

$$x \leq -5$$

$$8 - 2x \leq a$$

$$-2x \leq a - 8$$

$$x \geq \frac{8 - a}{2}$$

만족하는 정수는 $-5, -6, -7$ 이다.

$$-8 < \frac{8 - a}{2} \leq -7$$

$$-16 < 8 - a \leq -14$$

$$22 \leq a < 24$$

$$\therefore a = 22, 23$$

7. 연립부등식 $2x - 1 < x + 1 \leq 3x + 7$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -2 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$2x - 1 < x + 1 \leq 3x + 7$$

$$\begin{cases} 2x - 1 < x + 1 \\ x + 1 \leq 3x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$-3 \leq x < 2 \text{에서 } a = -3, b = 2$$

$$\therefore a - b = -5$$

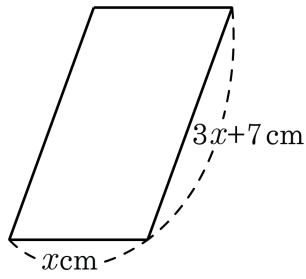
8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -2$ ② $a > -2$ ③ $a \leq -2$
④ $a < 2$ ⑤ $a > 2$

해설

- ① $3x - 9 < 6x, x > -3$
② $4x + 12 > 8x + 12a, x < -3a + 3$
해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3, a < 2$

9. 다음과 같은 평행사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



- ① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x + 2(3x + 7)$ 임으로, $120 < 8x + 14 \leq 150$ 이다.
 $120 < 8x + 14 \leq 150$ 를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 120 < 8x + 14 \\ 8x + 14 \leq 150 \end{cases} \quad \text{이다. 간단히 하면} \quad \begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \leq \frac{136}{8} \end{cases} \quad \text{이다. 따}$$

라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. 그러므로 가로의 길이는

$\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

10. 4% 소금물 300 g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ **합** : 601

▶ 정답 : 450g

해설

9%의 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$$

$$1200 + 9x \geq 2100 + 7x$$

$$9x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 450$$

11. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답: 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 학생이 노트를 8권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$$

간단히 하면, $\begin{cases} x < \frac{110}{8} \\ x > \frac{110}{9} \end{cases}$ 이다.

이를 다시 나타내면 $\frac{110}{9} < x < \frac{110}{8}$ 이다.

$\frac{110}{8} = 13.75$ 이고 $\frac{110}{9} = 12.2\ldots$ 이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

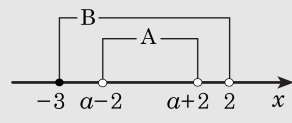
12. $|x - a| < 2$ 가 $-3 \leq x < 2$ 에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a 의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$|x - a| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - a < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$

다음 그림에서



$$-3 \leq a - 2, a + 2 \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a 의 값은

-1, 0이고, 그 합은 -1이다.

13. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & -4x^2 + 12x - 9 \geq 0 \\ \Rightarrow & 4x^2 - 12x + 9 \leq 0 \\ \Rightarrow & (2x - 3)^2 \leq 0 \\ \therefore & x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

14. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

- ① $-1 \leq x < 2$ ② $x \leq -1$ ③ $x \geq 1$
④ $x \leq 1$ ⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$\therefore -1 \leq x < 2$

15. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1) = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 6

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$
 $f(4x - 1)$ 는 $f(x)$ 의 x 대신 $4x - 1$ 를 대입한 것과 같으므로
 $f(4x - 1) = k(4x - 1 - \alpha)(4x - 1 - \beta) = 0$ 의 근은
 $x = \frac{\alpha + 1}{4}, \frac{\beta + 1}{4}$
 $\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{\alpha + 1 + \beta + 1}{4} = \frac{6 + 2}{4} = 2$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$
 $f(4x - 1) = 0$ 에서
 $4x - 1 = \alpha, 4x - 1 = \beta$
 $\therefore x = \frac{\alpha + 1}{4}, x = \frac{\beta + 1}{4},$
 $\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{\alpha + 1 + \beta + 1}{4} = \frac{6 + 2}{4} = 2$

16. 양의 실수 a 에 대하여 부등식 $-3 < x+1 < 6$ 의 모든 해가 부등식 $|x-2| < a$ 를 만족할 때, a 값의 범위는?

① $0 < a \leq 3$

② $0 < a < 3$

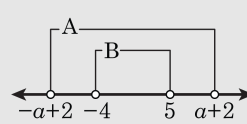
③ $0 \leq a \leq 3$

④ $a \geq 3$

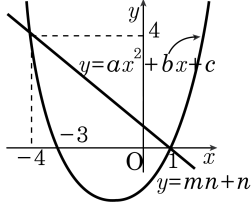
⑤ $a \geq 6$

해설

$\therefore a \geq 6$



17. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

- ㉠ 연립방정식
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases}$$
 의 해는 $x = -4, y = 4$ 와 $x = 1, y = 0$ 이다.
- ㉡ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$ 이다.
- ㉢ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 $-4 \leq x \leq 1$ 이다.
- ㉣ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a = 1$ 이다.
- ㉤ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)

㉡ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$

㉢, ㉤ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식을 구하면

$$y = \left(\frac{4-0}{-4-1} \right)(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면

$$\begin{aligned} ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} &= a(x+4)(x-1) \\ &= ax^2 + 3ax - 4a \end{aligned}$$

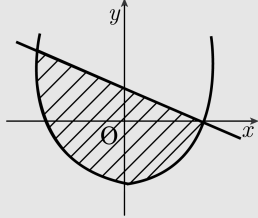
$$\Rightarrow b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$

그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$9a - 3b + c = 0$$

$$\text{위의 세 식을 연립하면 } a = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ : 참



18. 이차함수 $y = x^2 + x + 1$ 의 그래프가 함수 $y = kx^2 + kx - 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 \leq k < 1$ ② $-2 < k \leq 3$ ③ $-7 < k \leq 1$
④ $1 < k \leq 5$ ⑤ $1 \leq k < 7$

해설

$x^2 + x + 1 > kx^2 + kx - 1$ 에서
 $(k-1)x^2 + (k-1)x - 2 < 0$
(i) $k-1=0$, 즉 $k=1$ 일 때
 $-2 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.
(ii) $k-1 \neq 0$, 즉 $k \neq 1$ 일 때
주어진 부등식이 항상 성립하려면 $k-1 < 0$
 $\therefore k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
한편, 이차방정식 $(k-1)x^2 + (k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (k-1)^2 + 8(k-1) < 0$ 에서
 $(k+7)(k-1) < 0$
 $\therefore -7 < k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통범위를 구하면 $-7 < k < 1$
(i), (ii) 에서 $-7 < k \leq 1$

19. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \leq (a - 1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a = -1$

② $a > -1$

③ $a \geq -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \leq -1$

해설

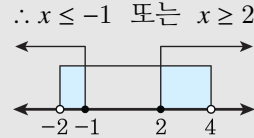
$f(x) = x^2 - (a - 1)x - 3$ 이라 두어,
 $0 < x < 1$ 에서 $f(x) \leq 0$ 되도록 하자.
 $f(0) \leq 0$ 그리고 $f(1) \leq 0$ 이면 된다.
그런데, $f(0) = -3$ 이므로
 $f(1) = 1 - (a - 1) - 3 \leq 0$ 에서 $a \geq -1$

20. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 \\ x^2-x-1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x < 4$
- ② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$
- ③ $-1 \leq x \leq 2$
- ④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x > 4$
- ⑤ $-2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

해설

$-3 < x-1 < 3$,
 $\therefore -2 < x < 4$
 $x^2-x-2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$



$\therefore -2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

21. 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 3, 4, x 이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는 3^2 , 4^2 , x^2 이다. 이 때, 정수 x 의 값의 개수는?
- ① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야
하므로 $3 + 4 > x, 3 + x > 4, 4 + x > 3$,
 $9 + 16 > x^2, 9 + x^2 > 16, 16 + x^2 > 9$ 의
6개의 부등식을 만족하는
 x 값의 범위는 $\sqrt{7} < x < 5$ 이고
 x 가 정수이므로 $x = 3, x = 4$ 이다.

- 22.** x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

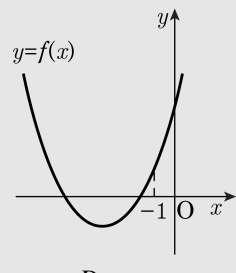
▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

 $f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6-k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, \quad (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -3$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3 개다.

23. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

③ $m > -2$

④ $m > 2$

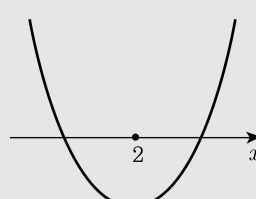
⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다

작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



24. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

③ $m > -\frac{1}{3}$

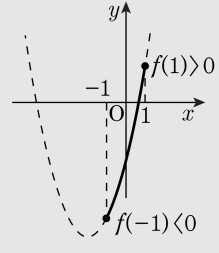
④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,

$f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$

25. $A : 5(x+1) > 2x-1$, $B : \frac{x-4}{3} + \frac{3x+1}{2} > 1$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로
 A 에서 B 를 제외한 수는 $-1, 0, 1$
따라서 3개이다.

27. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$	의 해는 없다.
㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$	의 해는 $x > a$ 이다.
㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$	의 해는 없다.
㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$	의 해는 없다.
㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$	의 해는 1개이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.
㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$
 $-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$
$$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases} \quad \text{을 정리하면} \quad \begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.
따라서 해가 있다.

28. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \leq 2x-2 \\ 2ax-2b \geq bx+4a \end{cases}$ 의 해가 $x \leq -3$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ 5

해설

$$5x+7 \leq 2x-2, 3x \leq -9, x \leq -3 \cdots \textcircled{1}$$

$$2ax-2b \geq bx+4a, (2a-b)x \geq 4a+2b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통되는 부분이 $x \leq -3$ 이 되기 위해서는 ②에서 $2a-b < 0$ 이다.

이때, $x \leq \frac{4a+2b}{2a-b}$ 이면서 $\frac{4a+2b}{2a-b} = -3$ 이어야 한다.

$$4a+2b = -6a+3b, 10a = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{10}$$

29. 1 개에 400 원 하는 껌과 600 원 하는 껌을 합하여 10 개를 사는데 그 값이 5300 원 이상 5500 원 이하가 되게 하려면 600 원짜리 껌을 몇 개 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 7개

해설

600원 하는 껌의 개수를 x , 400원 하는 껌의 개수를 $10 - x$

$$5300 \leq 600x + 400(10 - x) \leq 5500$$

$$53 \leq 6x + 40 - 4x \leq 55$$

$$13 \leq 2x \leq 15, \quad \frac{13}{2} \leq x \leq \frac{15}{2}$$

$$6.5 \leq x \leq 7.5$$

$$\therefore x = 7$$

30. 부등식 $|2x + 2| < a + 3$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -4$

② $a > -4$

③ $a < -3$

④ $a > -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$ 일 때,

$$2x + 2 < a + 3, 2x < a + 1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$$

$x \geq -1$, $x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1, a > -3$$

ii) $x < -1$ 일 때,

$$-2x - 2 < a + 3, -2x < a + 5$$

$x < -1$, $x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$$

i), ii)에 의하여 $a > -3$

31. 부등식 $a(x^2 - 2x + 1) > 2(x^2 - 2x - 2)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 상수 a 의 범위는?
- ① $a > 2$ ② $a \geq 2$ ③ $a < 2$
- ④ a 는 모든 실수 ⑤ $a < \pm 2$

해설

$a = 2$ 일 때, $6 > 0$ 이므로 x 는 모든 실수
 $a \neq 2$ 일 때,
 $(a - 2)x^2 - 2(a - 2)x + a + 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에서
 $\frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(a + 4) = -6(a - 2)$ 이므로
i) $a > 2$ 이면, x 는 모든 실수
ii) $a < 2$ 이면, $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 $\textcircled{1}$ 의 근을
 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면
부등식의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이므로 x 값이 존재한다.
 $\therefore a$ 는 모든 실수

32. 부등식 $x^2 - 3 < x + \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은 ?

① -1

② 0

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

주어진 부등식은 $x^2 - 3 < x + |2x + 1|$

(i) $x \geq -\frac{1}{2}$ 일 때,

$$x^2 - 3 < x + 2x + 1, \quad x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$(x - 4)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 4$$

(ii) $x < -\frac{1}{2}$ 일 때,

$$x^2 - 3 < x - (2x + 1), \quad x^2 + x - 2 < 0$$

$$(x + 2)(x - 1) < 0$$

$$\therefore -2 < x < -\frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서 $-2 < x < 4$

$$\therefore \alpha = -2, \beta = 4$$

$$\therefore \alpha + \beta = 2$$

33. 임의의 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - a|x| + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a 의 최댓값은? (단, $a > 0$)

① 3 ② $2\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 - a|x| + 2 = |x|^2 - a|x| + 2$ 이므로
 $|x| = t$ ($t \geq 0$) 로 치환하면 $t^2 - at + 2 \geq 0$

$$f(t) = \left(t - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$$

$t \geq 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여

$t^2 - at + 2 \geq 0$ 이 성립하려면 $a > 0$ 이므로

그림에서 $f\left(\frac{a}{2}\right) \geq 0$

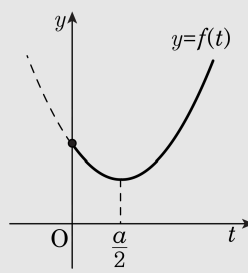
$$-\frac{a^2}{4} + 2 \geq 0, \quad a^2 - 8 \leq 0$$

$$-2\sqrt{2} \leq a \leq 2\sqrt{2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로

$$0 < a \leq 2\sqrt{2}$$

따라서 실수 a 의 최댓값은 $2\sqrt{2}$ 이다.



34. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $|x - 2| < \sqrt{3}$ 의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $0 < x < 1$
- ② $1 < x < 2$
- ③ $2 < x < 3$
- ④ $3 < x < 4$
- ⑤ $4 < x < 5$

해설

$|x - 2| < \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x - 2 < \sqrt{3}$
 $\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$
 $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (\because a < 0)$
 $-\frac{b}{a} = 4, \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow b = -4a, c = a$
그러면 주어진 식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 에서
 $ax^2 + (-4a + a)x + a - 4a + 5a > 0$
 $ax^2 - 3ax + 2a > 0 (\because a < 0)$
 $x^2 - 3x + 2 < 0$
 $(x - 2)(x - 1) < 0$
따라서 $1 < x < 2$

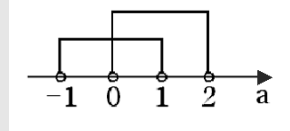
35. $x^2 - 2ax + 1 = 0$, $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a 의 범위를 정할 때, $\alpha \leq a < \beta$ 이다. 이때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - 1 < 0 \text{에서 } -1 < a < 1$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - 2a < 0 \text{에서 } 0 < a < 2$$



그림에서 $a > 0$ 이므로 $1 \leq a < 2$

$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$

36. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당 판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.
올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,
판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로
올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$
작년 판매 금액이 ab 이므로
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$
이 부등식을 정리하면
 $9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$
 $(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$
 $\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$

37. 두 부등식 $x^2 - 2x - 8 > 0$,
 $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a < 0$ 에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록
하는 실수 a 의 범위를 $b \leq a \leq c$ 라 할 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(x - 4)(x + 2) > 0$,
 $\therefore x > 4, x < -2$
 $x^2 - (2a + 1)x + a(a + 1) < 0$
 $(x - a)(x - a - 1) < 0$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
 $a \geq -2, a + 1 \leq 4 \rightarrow a \leq 3$
 $\therefore -2 \leq a \leq 3$
 $\therefore b = -2, c = 3$
 $\therefore b + c = 1$

38. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 -2 와 2 사이에 있도록 실수 p 의 값의 범위를 구하면?

- ① $p > 5, p < 1$ ② $-\frac{5}{4} < p < 1$ ③ $-5 < p < 3$
④ $p > 1, p < -1$ ⑤ $p > 5, p < -1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p - 1$ 로 놓으면
(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D > 0$ 에서
 $(p+1)^2 - 4(2p-1) > 0$, $p^2 + 2p + 1 - 8p + 4 > 0$
 $p^2 - 6p + 5 > 0$, $(p-5)(p-1) > 0$
 $\therefore p > 5, p < 1$
(ii) $f(-2) > 0$ 에서
 $4 + 2(p+1) + 2p - 1 > 0$
 $4p + 5 > 0$, $4p > -5 \quad \therefore p > -\frac{5}{4}$
(iii) $f(2) > 0$ 에서
 $4 - 2p - 2 + 2p - 1 > 0 \therefore$ 성립
(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로
 $-2 < \frac{p+1}{2} < 2 \quad -4 < p+1 < 4$
 $\therefore -5 < p < 3$
따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서
 $\therefore -\frac{5}{4} < p < 1$

39. 연속하는 세 홀수의 합은 60 보다 작고, 가운데 수에 3 을 곱한 값은 51 보다 클 때, 세 홀수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 57

해설

연속하는 세 홀수 중 가장 작은 수를 x 라 하면

세 홀수는 $x, x+2, x+4$

$$x+x+2+x+4 < 60$$

$$\therefore x < 18 \cdots \textcircled{1}$$

$$3(x+2) > 51$$

$$\therefore x > 15 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위는 $15 < x < 18$

x 는 홀수이므로 $x = 17$ 이다.

따라서 세 홀수는 17, 19, 21 이며

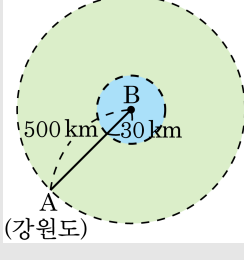
세 홀수의 합은 $17+19+21=57$ 이다.

40. 강원도에서 북동쪽으로 500km 떨어진 해상에 태풍의 중심이 생성되었다. 이 태풍은 현재 중심에서 반지름의 길이가 30km 인 크기로 세력권이 형성되어 있으며 시속 20km 의 속도로 남서쪽으로 진행하고 있다. 태풍 세력권의 반지름의 길이가 매시 10km 씩 길어지고 있을 때, 강원도는 태풍의 세력권에 몇 시간 동안 들어가게 되는지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : $\frac{112}{3}$ 시간

해설



다음 그림과 같이 강원도를 A, 태풍의 중심을 B 라고 하면

강원도가 t 시간 동안 세력권에 있을 조건은

$\overline{AB} \leq (\text{세력권의 반지름의 길이})$

이 때, $\overline{AB} = |500 - 20t|$ 이므로

$|500 - 20t| \leq 30 + 10t$

1) $500 - 20t \geq 0$ 일 때, 즉, $t \leq 25$

$$500 - 20t \leq 30 + 10t, t \geq \frac{47}{3}$$

$$\therefore \frac{47}{3} \leq t \leq 25$$

2) $500 - 20t < 0$ 일 때, 즉 $t > 25$

$$-500 + 20t \leq 30 + 10t, t \leq 53$$

$$\therefore 25 < t \leq 53$$

1), 2) 에서 $\frac{47}{3} \leq t \leq 53$ 일 때 태풍의 세력권에 있으므로 $53 -$

$$\frac{47}{3} = \frac{112}{3} \text{ (시간) 동안 태풍의 세력권에 있다.}$$