1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a > b,\ b > c$이면 $a > c$

② $a > b$이면 $a + c > b + c,\ a - c > b - c$

③ $a > b,\ c > 0$이면 $ac > bc,\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

④ $a > b,\ c < 0$이면 $ac < bc,\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $a > b > 0$이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

해설

⑤ 반례 $a = 2,\ b = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{2},\ \frac{1}{b} = 1$

$\therefore\ \frac{1}{2} < 1$

2. $0 \le x+2y \le 1$, $0 \le -x+y \le 1$일 때 $2x+3y$의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{array}{rl} & 0 \le x+2y \le 1 \\ +) & \underline{0 \le -x+y \le 1} \\ & 0 \le \ 3y \ \le 2 \cdots\cdots ㉠ \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 0 \le \ x+2y \le 1 \\ -) & \underline{0 \le -2x+2y \le 2} \end{array}$$

$$-2 \le 3x \le 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \le x \le \frac{1}{3} \cdots\cdots ㉡$$

㉠ + ㉡ × 2하면

$$\begin{array}{rl} & 0 \le 3y \le 2 \\ +) & \underline{-\frac{4}{3} \le 2x \le \frac{2}{3}} \end{array}$$

$$\therefore -\frac{4}{3} \le 3y+2x \le \frac{8}{3}$$

$$\therefore \text{최댓값} - \text{최솟값} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$$

3. $(a+b)x+(2a-3b)<0$의 해가 $x<-\frac{1}{3}$일 때, 부등식 $(a-3b)x+(b-2a)>0$을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x<-3$

해설

$(a+b)x+(2a-3b)<0$

$(a+b)x<3b-2a$

$\Rightarrow \quad x<\dfrac{3b-2a}{a+b}=-\dfrac{1}{3} \; (a+b>0)$

$\Rightarrow \quad a+b=-3(3b-2a)$

$\Rightarrow \quad a=2b, \quad a+b=3b>0 \rightarrow \; b>0$

$(a-3b)x+(b-2a)>0 \;\Leftrightarrow\; -bx-3b>0$

$bx<-3b$

$\therefore \quad x<-3 \; (\because \; b>0)$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x+2 \le 2x+3 \\ 3x \ge 5x-14 \end{cases}$ 의 해 x의 최댓값을 a, 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x+2 \le 2x+3,\ x \ge -1$

$3x \ge 5x-14,\ x \le 7$

$\rightarrow$ 연립부등식의 해는 $-1 \le x \le 7$

따라서 x의 최댓값은 7, 최솟값은 -1이다.

$\therefore a-b = 7-(-1) = 8$

5. 연립부등식 $-4(x+3) \le \dfrac{x-6}{2} \le -3x+1$ 을 만족하는 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 1

해설

$$-4(x+3) \le \frac{x-6}{2} \le -3x+1$$

$$\begin{cases} -4(x+3) \le \dfrac{x-6}{2} \\ \dfrac{x-6}{2} \le -3x+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -8x-24 \le x-6 \\ x-6 \le -6x+2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -9x \le 18 \\ 7x \le 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x \le \dfrac{8}{7} \end{cases}$$

$$\therefore \ -2 \le x \le \frac{8}{7}$$

따라서 정수 x 는 $-2, \ -1, \ 0, \ 1$ 이다.

6. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 3 개 일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x + 13 \le -2 \\ 8 - 2x \le a \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

해설

$3x + 13 \le -2$

$3x \le -15$

$x \le -5$

$8 - 2x \le a$

$-2x \le a - 8$

$x \ge \dfrac{8 - a}{2}$

만족하는 정수는 -5, -6, -7 이다.

$-8 < \dfrac{8 - a}{2} \le -7$

$-16 < 8 - a \le -14$

$22 \le a < 24$

$\therefore\ a = 22,\ 23$

7. 연립부등식 $2x-1 < x+1 \leq 3x+7$의 해가 $a \leq x < b$일 때, $a-b$의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -2 ④ 2 ⑤ 3

해설

$2x-1 < x+1 \leq 3x+7$

$$\begin{cases} 2x-1 < x+1 \\ x+1 \leq 3x+7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$-3 \leq x < 2$에서 $a=-3,\ b=2$

$\therefore a-b=-5$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$　　② $a > -2$　　③ $a \le -2$

④ $a < 2$　　⑤ $a > 2$

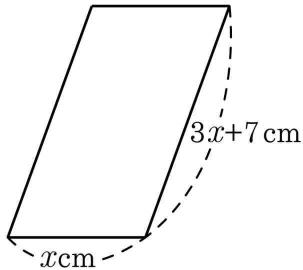
해설

① $3x - 9 < 6x,\ x > -3$

② $4x + 12 > 8x + 12a,\ x < -3a + 3$

해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3,\ a < 2$

9. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 <u>없는</u> 것은?



① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x+2(3x+7)$ 임으로, $120<8x+14\leq 150$ 이다. $120 < 8x+14 \leq 150$ 를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases}120<8x+14\\ 8x+14\leq 150\end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases}x>\dfrac{106}{8}\\ x\leq\dfrac{136}{8}\end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\dfrac{53}{4}<x\leq 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\dfrac{53}{4}<x\leq 17$ 이다. $\dfrac{53}{4}=13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

10. 4% 소금물 $300\,\mathrm{g}$ 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{g}}$

▷ 정답 : $450\,\underline{\mathrm{g}}$

해설

9%의 소금물의 양을 $x\,\mathrm{g}$이라 하면

$$\frac{4}{100}\times 300+\frac{9}{100}\times x \geq \frac{7}{100}\times(300+x)$$

$$1200+9x \geq 2100+7x$$

$$9x-7x \geq 2100-1200$$

$$\therefore\ x \geq 450$$

11. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: ______ 명

▷ 정답: 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 학생이 노트를 8 권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$

간단히 하면, $\begin{cases} x < \dfrac{110}{8} \\ x > \dfrac{110}{9} \end{cases}$ 이다.

이를 다시 나타내면 $\dfrac{110}{9} < x < \dfrac{110}{8}$ 이다.

$\dfrac{110}{8} = 13.75$ 이고 $\dfrac{110}{9} = 12.2\cdots$ 이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

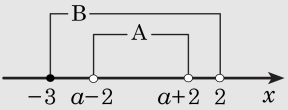
12. $|x-a|<2$가 $-3 \le x < 2$에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$|x-a|<2 \Leftrightarrow -2<x-a<2 \Leftrightarrow a-2<x<a+2$

다음 그림에서



$-3 \le a-2,\ a+2 \le 2$

$\therefore -1 \le a \le 0$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a의 값은

$-1,\ 0$이고, 그 합은 -1이다.

13. 이차부등식 $-4x^2+12x-9 \geq 0$의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2},\ x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$-4x^2+12x-9 \geq 0$

$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9 \leq 0$

$\Rightarrow\ (2x-3)^2 \leq 0$

$\therefore\ x = \frac{3}{2}$

14. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$를 만족하는 x의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$　② $x \le -1$　③ $x \ge 1$

④ $x \le 1$　⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서 좌변을 인수분해하면

$(2[x]+3)([x]-2)<0,\ -\dfrac{3}{2}<[x]<2$

이 때 $[x]$는 정수이므로 $[x]=-1,\ 0,\ 1$

$[x]=-1,\ 0,\ 1$이면 $-1 \le x < 2$

$\therefore\ -1 \le x < 2$

15. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$의 두 근의 합은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 6

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$는 $f(x)$의 x대신 $4x-1$를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$의 근은

$$x=\frac{\alpha+1}{4},\ \frac{\beta+1}{4}$$

$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α,β라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$

$$\therefore x=\frac{\alpha+1}{4},\ x=\frac{\beta+1}{4},$$

$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

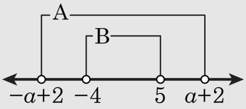
16. 양의 실수 a에 대하여 부등식 $-3 < x+1 < 6$의 모든 해가 부등식 $|x-2| < a$를 만족할 때, a값의 범위는?

① $0 < a \leq 3$ ② $0 < a < 3$ ③ $0 \leq a \leq 3$

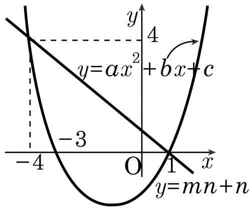
④ $a \geq 3$ ⑤ $a \geq 6$

해설

$\therefore\ a \geq 6$



17. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$과 이차함수$y = ax^2 + bx + c$의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

㉮ 연립방정식
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases}$$ 의 해는
$x = -4,\ y = 4$와 $x = 1,\ y = 0$
이다.

㉯ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$의 해는
$x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$이다.

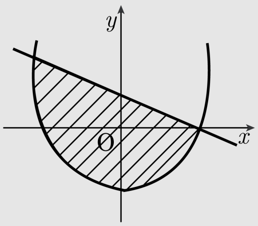
㉰ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$의
해는 $-4 \leq x \leq 1$이다.

㉱ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$에서
$a = 1$이다.

㉲ 일차함수 $y = mx + n$ 에서
$m = -\frac{4}{5}$이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설



㉮ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)
㉰ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$
㉱, ㉲ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의
방정식을 구하면
$$y = \left(\frac{4-0}{-4-1}\right)(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$
연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면
$$ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1) = ax^2 + 3ax - 4a$$
$$\Rightarrow \quad b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$
그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로
$9a - 3b + c = 0$
위의 세 식을 연립하면 $a = \frac{4}{5}$
∴ ㉮, ㉯, ㉰, ㉲ : 참

18. 이차함수 $y = x^2 + x + 1$ 의 그래프가 함수 $y = kx^2 + kx - 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-5 \le k < 1$　　② $-2 < k \le 3$　　③ $-7 < k \le 1$

④ $1 < k \le 5$　　⑤ $1 \le k < 7$

해설

$x^2 + x + 1 > kx^2 + kx - 1$ 에서

$(k-1)x^2 + (k-1)x - 2 < 0$

(ⅰ) $k - 1 = 0$, 즉 $k = 1$ 일 때

$-2 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.

(ⅱ) $k - 1 \neq 0$, 즉 $k \neq 1$ 일 때

주어진 부등식이 항상 성립하려면 $k - 1 < 0$

$\therefore k < 1 \cdots$ ㉠

한편, 이차방정식 $(k-1)x^2 + (k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$D = (k-1)^2 + 8(k-1) < 0$ 에서

$(k+7)(k-1) < 0$

$\therefore -7 < k < 1 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통범위를 구하면 $-7 < k < 1$

(ⅰ), (ⅱ) 에서 $-7 < k \le 1$

19. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \le (a-1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a = -1$　　② $a > -1$　　③ $a \ge -1$

④ $a < -1$　　⑤ $a \le -1$

해설

$f(x) = x^2 - (a-1)x - 3$ 이라 두어,
$0 < x < 1$ 에서 $f(x) \le 0$ 되도록 하자.
$f(0) \le 0$ 그리고 $f(1) \le 0$ 이면 된다.
그런데, $f(0) = -3$ 이므로
$f(1) = 1 - (a-1) - 3 \le 0$ 에서 $a \ge -1$

20. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1|<3 \\ x^2-x-1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x < 4$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x > 4$

⑤ $-2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

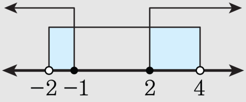
해설

$-3 < x-1 < 3$,

$\therefore -2 < x < 4$

$x^2 - x - 2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$



$\therefore -2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

21. 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 3, 4, x이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는 3^2, 4^2, x^2이다. 이 때, 정수 x의 값의 개수는?

① 2 개 ② 3 개

③ 4 개 ④ 5 개

⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야 하므로 $3+4>x, 3+x>4,\ 4+x>3$,
$9+16>x^2,\ 9+x^2>16,\ 16+x^2>9$의
6개의 부등식을 만족하는
x값의 범위는 $\sqrt{7}<x<5$이고
x가 정수이므로 $x=3,\ x=4$이다.

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

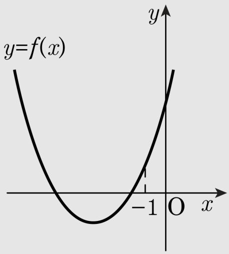
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면

방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\dfrac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서

$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$

$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$

(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\dfrac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$

이상에서 $-7<k<-3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

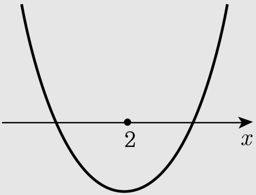
23. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$　② $m > 1$　③ $m > -2$

④ $m > 2$　⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다
작은 근을 가지면 $f(2) < 0$
$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$



24. 이차방정식 $x^2+4mx-3m=0$의 한 근은 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 -1보다 작도록 하는 실수 m의 범위를 구하면?

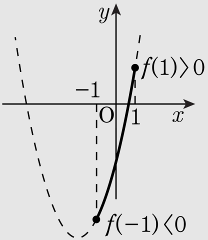
① $m>\frac{2}{9}$ ② $m>\frac{1}{7}$ ③ $m>-\frac{1}{3}$

④ $m<-\frac{1}{3}$ ⑤ $m<\frac{2}{9}$

해설

$f(x)=x^2+4mx-3m$으로 놓을 때,

$f(x)=0$의 근이 한 근은 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 -1보다 작아야 하므로



$f(-1)=1-4m-3m<0 \Rightarrow m>\frac{1}{7}$

$f(1)=1+4m-3m>0 \Rightarrow m>-1$

$\therefore\ m>\frac{1}{7}$

25. $A : 5(x+1) > 2x-1$, $B : \dfrac{x-4}{3} + \dfrac{3x+1}{2} > 1$ 에 대하여 A에서 B를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로
A에서 B를 제외한 수는 $-1,\ 0,\ 1$
따라서 3개이다.

26. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \dfrac{2x+4}{3} \geq \dfrac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \dfrac{1}{2} < 0.8x + \dfrac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$\dfrac{2x+4}{3} \geq \dfrac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면 $2(2x+4) \geq 3(x-2)-6x$,

$4x+8 \geq 3x-6-6x$,

$x \geq -2$

$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6)+0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면 $3(2x-3) \leq 2(x+6)+3$,

$6x-9 \leq 2x+12+3$,

$x \leq 6$

$1.2x - \dfrac{1}{2} < 0.8x + \dfrac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면

$12x-5 < 8x+6$,

$4x < 11$,

$x < \dfrac{11}{4}$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \dfrac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 $1, 2$ 의 2 개이다.

27. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a+1 \\ x-1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$

$\begin{cases} x < -a+1 \\ x-1 > -b \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} x < -a+1 \\ x > -b+1 \end{cases}$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.

28. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \le 2x-2 \\ 2ax-2b \ge bx+4a \end{cases}$ 의 해가 $x \le -3$ 일 때, $\dfrac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① 3　② $\dfrac{5}{2}$　③ $\dfrac{3}{14}$　④ $\dfrac{1}{10}$　⑤ 5

해설

$5x+7 \le 2x-2,\ 3x \le -9,\ x \le -3 \ \cdots$ ㉠

$2ax-2b \ge bx+4a,\ (2a-b)x \ge 4a+2b \ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통되는 부분이 $x \le -3$ 이 되기 위해서는 ㉡에서 $2a-b<0$ 이다.

이때, $x \le \dfrac{4a+2b}{2a-b}$ 이면서 $\dfrac{4a+2b}{2a-b} = -3$ 이어야 한다.

$4a+2b = -6a+3b,\ 10a = b$

$\therefore\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{10}$

29. 1 개에 400 원 하는 껌과 600 원 하는 껌을 합하여 10 개를 사는데 그 값이 5300 원 이상 5500 원 이하가 되게 하려면 600 원짜리 껌을 몇 개 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

600 원 하는 껌의 개수를 x, 400 원 하는 껌의 개수를 $10-x$

$5300 \le 600x + 400(10-x) \le 5500$

$53 \le 6x + 40 - 4x \le 55$

$13 \le 2x \le 15$, $\frac{13}{2} \le x \le \frac{15}{2}$

$6.5 \le x \le 7.5$

$\therefore x = 7$

30. 부등식 $|2x+2| < a+3$를 만족하는 실수 x값이 존재하기 위한 실수 a의 값의 범위는?

① $a \leq -4$ ② $a > -4$ ③ $a < -3$

④ $a > -3$ ⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$일 때,

$2x+2 < a+3,\ 2x < a+1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$

$x \geq -1,\ x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1,\ a > -3$

ii) $x < -1$일 때,

$-2x-2 < a+3,\ -2x < a+5$

$x < -1,\ x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$

i), ii)에 의하여 $a > -3$

31. 부등식 $a(x^2-2x+1)>2(x^2-2x-2)$를 만족하는 실수 x가 존재할 때, 상수 a의 범위는?

① $a>2$ ② $a\ge 2$ ③ $a<2$

④ a는 모든 실수 ⑤ $a<\pm 2$

해설

$a=2$일 때, $6>0$이므로 x는 모든 실수

$a\neq 2$일 때,

$(a-2)x^2-2(a-2)x+a+4=0\cdots$㉠에서

$\dfrac{D}{4}=(a-2)^2-(a-2)(a+4)=-6(a-2)$이므로

i) $a>2$이면, x는 모든 실수

ii) $a<2$이면, $\dfrac{D}{4}>0$이므로 ㉠의 근을

$\alpha,\beta(\alpha<\beta)$라 하면

부등식의 해는 $\alpha<x<\beta$이므로 x값이 존재한다.

$\therefore$ a는 모든 실수

32. 부등식 $x^2-3<x+\sqrt{4x^2+4x+1}$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① -1　　② 0　　③ 2　　④ 4　　⑤ 6

해설

주어진 부등식은 $x^2-3<x+|2x+1|$

(i) $x\geq-\dfrac{1}{2}$일 때,

$x^2-3<x+2x+1,\ x^2-3x-4<0$

$(x-4)(x+1)<0$

$\therefore\ -\dfrac{1}{2}\leq x<4$

(ii) $x<-\dfrac{1}{2}$일 때,

$x^2-3<x-(2x+1),\ x^2+x-2<0$

$(x+2)(x-1)<0$

$\therefore\ -2<x<-\dfrac{1}{2}$

(i), (ii)에서 $-2<x<4$

$\therefore\ \alpha=-2,\ \beta=4$

$\therefore\ \alpha+\beta=2$

33. 임의의 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - a|x| + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a 의 최댓값은? (단, $a > 0$)

① 3　② $2\sqrt{2}$　③ 2　④ $\sqrt{2}$　⑤ 1

해설

$x^2 - a|x| + 2 = |x|^2 - a|x| + 2$ 이므로

$|x| = t \ (t \geq 0)$ 로 치환하면 $t^2 - at + 2 \geq 0$

$$f(t) = \left(t - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$$

$t \geq 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여

$t^2 - at + 2 \geq 0$ 이 성립하려면 $a > 0$ 이므로

그림에서 $f\left(\frac{a}{2}\right) \geq 0$

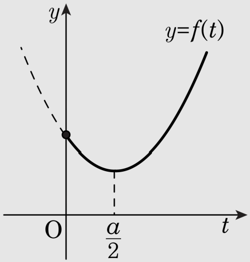
$-\frac{a^2}{4} + 2 \geq 0, \ a^2 - 8 \leq 0$

$-2\sqrt{2} \leq a \leq 2\sqrt{2}$

그런데 $a > 0$ 이므로

$0 < a \leq 2\sqrt{2}$

따라서 실수 a 의 최댓값은 $2\sqrt{2}$ 이다.



34. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $|x-2|<\sqrt{3}$의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$ 의 해를 구하면?

① $0<x<1$　② $1<x<2$　③ $2<x<3$

④ $3<x<4$　⑤ $4<x<5$

해설

$|x-2|<\sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3}<x-2<\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$

$ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0(\because a<0)$

$-\frac{b}{a}=4, \frac{c}{a}=1 \Rightarrow b=-4a, c=a$

그러면 주어진 식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$에서

$ax^2+(-4a+a)x+a-4a+5a>0$

$ax^2-3ax+2a>0\ (\because a<0)$

$x^2-3x+2<0$

$(x-2)(x-1)<0$

따라서 $1<x<2$

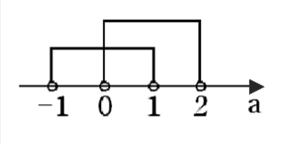
35. $x^2-2ax+1=0$, $x^2-2ax+2a=0$중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a의 범위를 정할 때, $\alpha \le a < \beta$이다. 이때 $\alpha+\beta$의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\frac{D_1}{4}=a^2-1<0$에서 $-1<a<1$

$\frac{D_2}{4}=a^2-2a<0$에서 $0<a<2$



그림에서 $a>0$이므로 $1 \le a < 2$

$\therefore\ \alpha=1,\ \beta=2$

36. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10%를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x의 최댓값은?

① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당 판매 가격을 a, 판매량을 b라 하자.
올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
올해 판매 가격은 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$,
판매량은 $b\left(1-\frac{x}{200}\right)$ 이므로
올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은
$$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times b\left(1-\frac{x}{200}\right)\times\frac{9}{10}$$
작년 판매 금액이 ab이므로
$$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times b\left(1-\frac{x}{200}\right)\times\frac{9}{10}\geq ab$$
이 부등식을 정리하면
$$9x^2-900x+20000\leq 0$$
$$(3x-100)(3x-200)\leq 0$$
$$\therefore \frac{100}{3}\leq x\leq\frac{200}{3}$$

37. 두 부등식 $x^2-2x-8>0$, $x^2-(2a+1)x+a^2+a<0$에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 범위를 $b \le a \le c$라 할 때, $b+c$의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(x-4)(x+2)>0$,

$\therefore\ x>4,\ x<-2$

$x^2-(2a+1)x+a(a+1)<0$

$(x-a)(x-a-1)<0$

두 부등식의 공통범위가 없으려면

$a \ge -2,\ a+1 \le 4 \rightarrow a \le 3$

$\therefore\ -2 \le a \le 3$

$\therefore\ b=-2,\ c=3$

$\therefore\ b+c=1$

38. 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2p-1=0$의 두 근이 모두 -2와 2사이에 있도록 실수 p의 값의 범위를 구하면?

① $p>5, p<1$ ② $-\frac{5}{4}<p<1$ ③ $-5<p<3$

④ $p>1, p<-1$ ⑤ $p>5, p<-1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2p-1$로 놓으면

(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D>0$에서

$(p+1)^2-4(2p-1)>0,\ \ p^2+2p+1-8p+4>0$

$p^2-6p+5>0,\ \ (p-5)(p-1)>0$

$\therefore\ \ p>5,\ \ p<1$

(ii) $f(-2)>0$에서

$4+2(p+1)+2p-1>0$

$4p+5>0,\ \ 4p>-5\quad \therefore\ \ p>-\frac{5}{4}$

(iii) $f(2)>0$에서

$4-2p-2+2p-1>0$ ∴ 성립

(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로

$-2<\frac{p+1}{2}<2\qquad -4<p+1<4$

$\therefore\ \ -5<p<3$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv) 에서

$\therefore\ \ -\frac{5}{4}<p<1$

39. 연속하는 세 홀수의 합은 60 보다 작고, 가운데 수에 3 을 곱한 값은 51 보다 클 때, 세 홀수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 57

해설

연속하는 세 홀수 중 가장 작은 수를 x 라 하면

세 홀수는 $x,\ x+2,\ x+4$

$x+x+2+x+4<60$

$\therefore\ x<18\cdots$ ㉠

$3(x+2)>51$

$\therefore\ x>15\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위는 $15<x<18$

x 는 홀수이므로 $x=17$ 이다.

따라서 세 홀수는 $17,\ 19,\ 21$ 이며

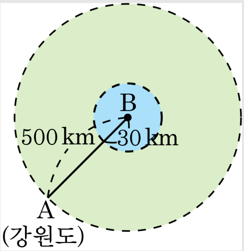
세 홀수의 합은 $17+19+21=57$ 이다.

40. 강원도에서 북동쪽으로 500km 떨어진 해상에 태풍의 중심이 생성되었다. 이 태풍은 현재 중심에서 반지름의 길이가 30km 인 크기로 세력권이 형성되어 있으며 시속 20km 의 속도로 남서쪽으로 진행하고 있다. 태풍 세력권의 반지름의 길이가 매시 10km 씩 길어지고 있을 때, 강원도는 태풍의 세력권에 몇 시간 동안 들어가게 되는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 시간

▷ 정답 : $\frac{112}{3}$ 시간

해설



다음 그림과 같이 강원도를 A, 태풍의 중심을 B 라고 하면
강원도가 t 시간 동안 세력권에 있을 조건은
$\overline{AB} \leq$ (세력권의 반지름의 길이)
이 때, $\overline{AB} = |500 - 20t|$ 이므로
$|500 - 20t| \leq 30 + 10t$
1) $500 - 20t \geq 0$ 일 때, 즉, $t \leq 25$

$500 - 20t \leq 30 + 10t,\ t \geq \frac{47}{3}$

$\therefore\ \frac{47}{3} \leq t \leq 25$

2) $500 - 20t < 0$ 일 때, 즉 $t > 25$
$-500 + 20t \leq 30 + 10t,\ t \leq 53$
$\therefore\ 25 < t \leq 53$

1), 2) 에서 $\frac{47}{3} \leq t \leq 53$ 일 때 태풍의 세력권에 있으므로 $53 - \frac{47}{3} = \frac{112}{3}$ (시간) 동안 태풍의 세력권에 있다.