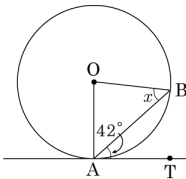


1. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 42°

② 44°

③ 46°

④ 48°

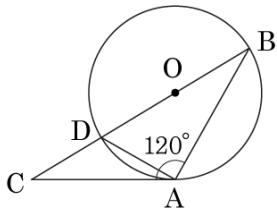
⑤ 50°

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 84^\circ$

$$\therefore \angle x = (180^\circ - 84^\circ) \div 2 = 48^\circ$$

2. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



① 3 : 2

② 1 : 2

③ 4 : 5

④ 3 : 4

⑤ 3 : 8

해설

$$\angle BAD = 90^\circ \text{ 이므로 } \angle DAC = 30^\circ$$

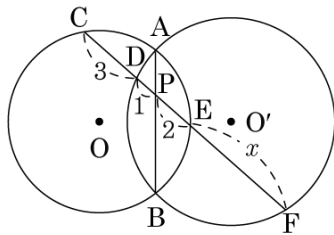
$$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$$

$$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD \text{ 에서 } 60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$$

$$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$$

3. 다음 그림에서 $\overline{CD} = 3$, $\overline{DP} = 1$, $\overline{PE} = 2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$\overline{AB}$ 가 두 원의 공통현이므로

원 O 에서 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{CP} \cdot \overline{PE}$

원 O' 에서 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$

$\therefore \overline{CP} \cdot \overline{PE} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$

$(3 + 1) \times 2 = 1 \times (2 + x)$

$\therefore x = 6$

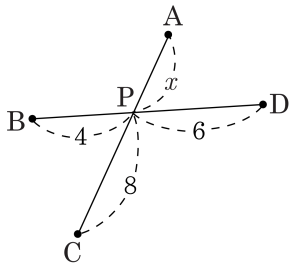
4. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

① 2

② 3

③ 4

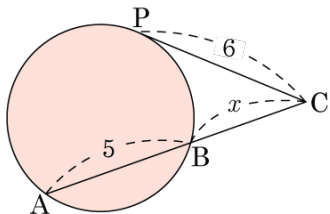
④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

5. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PC}$ 는 접선이다.)



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{PC}^2 = \overline{BC} \times \overline{AC}$$

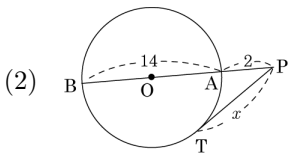
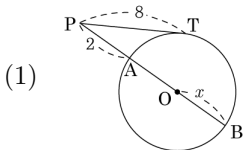
$$36 = \overline{BC}(\overline{BC} + 5)$$

$$\overline{BC}^2 + 5\overline{BC} - 36 = 0$$

$$(\overline{BC} + 9)(\overline{BC} - 4) = 0$$

$$\therefore \overline{BC} = 4$$

6. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절한 것끼리 짝지어진 것은?



- ① (1) 13, (2) $2\sqrt{2}$ ② (1) 13, (2) $3\sqrt{2}$
 ③ (1) 14, (2) $3\sqrt{2}$ ④ (1) 14, (2) $4\sqrt{2}$
 ⑤ (1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

$$(1) 8^2 = 2(2 + 2x), 64 = 4 + 4x$$

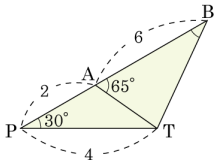
$$4x = 60$$

$$\therefore x = 15$$

$$(2) x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$$

7. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

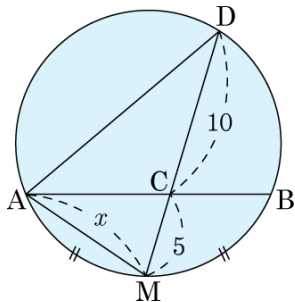
⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?



① $4\sqrt{3}$

② $5\sqrt{2}$

③ $5\sqrt{3}$

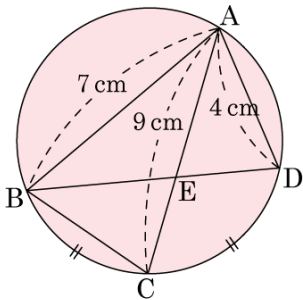
④ $6\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = 5(5 + 10) \quad \therefore x = 5\sqrt{3}$$

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{AC} = 9\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

cm

▶ 정답 : $\frac{28}{9}$ cm

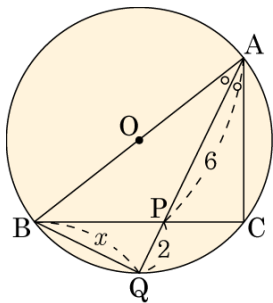
해설

$$\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AE} \times \overline{AC}$$

$$7 \times 4 = \overline{AE} \times 9$$

$$\therefore \overline{AE} = \frac{28}{9} \text{ cm}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 지름이고, $\overline{AP} = 6$, $\overline{PQ} = 2$ 일 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

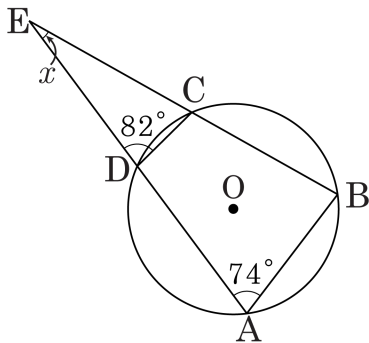
▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AB}$ 가 지름이므로 $\angle ACB = \angle AQB = 90^\circ$ 이다.

$$x^2 = 2(2 + 6) \quad \therefore x = 4$$

11. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?



① 20°

② 22°

③ 23°

④ 24°

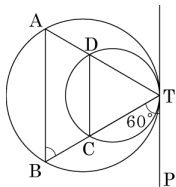
⑤ 25°

해설

$$\angle DCE = 74^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 74^\circ - 82^\circ = 24^\circ$$

12. 다음 그림에서 직선 PT는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60^\circ$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

⑤ 70°

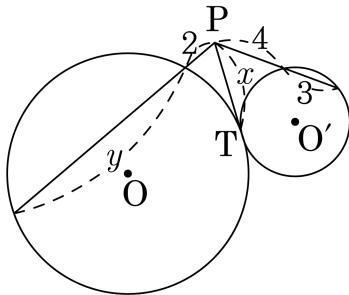
해설

$$\angle CDT = 60^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O , O' 의 접선일 때, x , y 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2\sqrt{7}$

▷ 정답 : $y = 12$

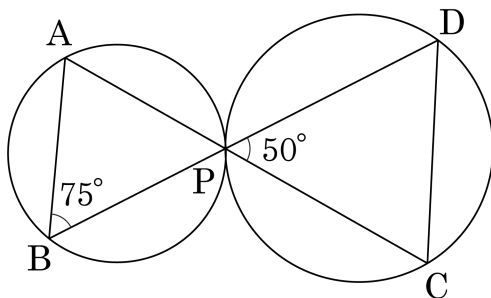
해설

$$x^2 = 4 \times (4 + 3), x^2 = 28 \therefore x = 2\sqrt{7}$$

$$2(2 + y) = 4 \times 7, 4 + 2y = 28$$

$$2y = 24 \therefore y = 12$$

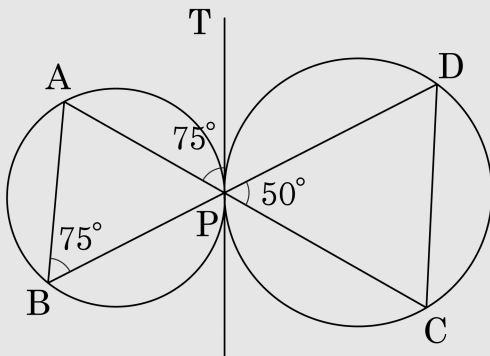
14. 다음 그림과 같이 외접하는 두 원의 접점을 지나는 두 선분이 원과 만나는 점을 각각 A,B,C,D 라고 할 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 55°

해설



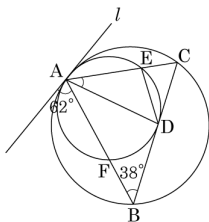
점 P 를 지나고 두 원에 공통인 접선 TP 를 그리면

$$\angle ABP = \angle APT = 75^\circ$$

$$\angle DPT = 180^\circ - (75^\circ + 50^\circ) = 55^\circ$$

$$\angle DPT = \angle ACD = 55^\circ$$

16. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기는?



① 36°

② 37°

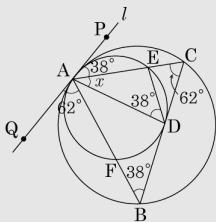
③ 38°

④ 39°

⑤ 40°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 38^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 62^\circ$ 이다.



$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 38^\circ$

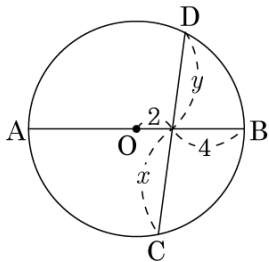
$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로

$\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 38^\circ + \angle x + 62^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 40^\circ$

17. 다음 그림에서 xy 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

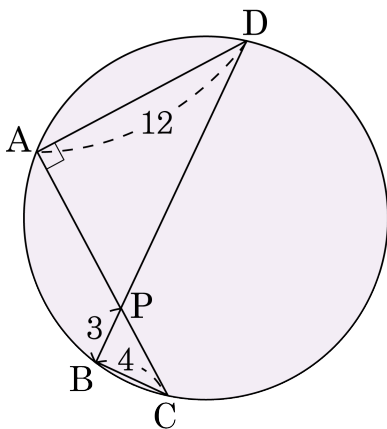
▷ 정답 : 32

해설

$$\overline{OB} = 6 = \overline{OA}, x \times y = 8 \times 4$$

$$\therefore xy = 32$$

18. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{PB} = 3$ 이고, $\angle DAC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$\angle ADB = \angle BCA,$$

$$\angle DAP = \angle DBC = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\triangle PAD \sim \triangle PBC \text{ (AA 닮음)}$$

$$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AD} : \overline{BC}$$

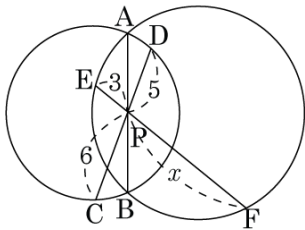
$$\overline{PA} : 3 = 12 : 4$$

$$\therefore \overline{PA} = 9$$

$$\overline{PC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore \overline{PA} \times \overline{PC} = 9 \times 5 = 45$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 두 원의 공통인 현이고, $\overline{EP} = 3$, $\overline{CP} = 6$, $\overline{DP} = 5$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



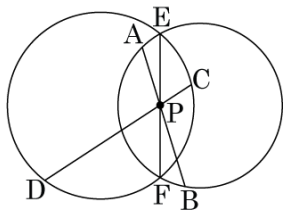
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{EP} \times \overline{FP} = \overline{CP} \times \overline{DP}$ 이므로
 $x \times 3 = 5 \times 6$, $x = 10$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 는 두 원의 공통인 현이다. $\overline{EF}$ 와 두 원의 현인 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점을 점 P 라고 할 때, $\angle DCB$ 와 크기가 같은 각을 말하여라.



▶ 답 :

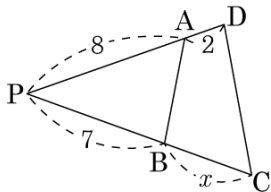
▷ 정답 : $\angle DAB$

해설

$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{EP} \times \overline{FP}$ 이므로 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

따라서 $\widehat{5.0ptDB}$ 에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로 $\angle DCB = \angle DAB$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접하도록, x 의 값을 정하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{31}{7}$

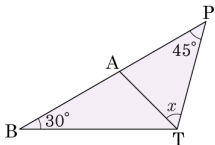
해설

$$8 \times 10 = 7(7 + x), 80 = 49 + 7x$$

$$7x = 31$$

$$\therefore x = \frac{31}{7}$$

22. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 55°

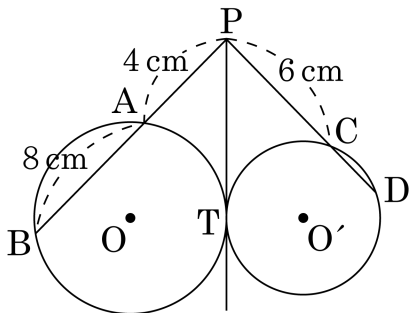
⑤ 60°

해설

$\overline{BT}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$

$\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 60^\circ$

23. 다음 그림에서 두 원이 한 점 T에서 접하고 $\overrightarrow{PT}$ 가 두 원의 공통인접선일 때, $\overline{PT} \times \overline{CD}$ 의 값은?



① $6\sqrt{3}$

② $7\sqrt{3}$

③ $8\sqrt{3}$

④ $9\sqrt{3}$

⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times 12 = 48$$

$$\therefore \overline{PT} = 4\sqrt{3}$$

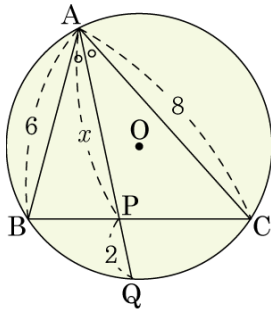
$$\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$48 = 6 \times (6 + \overline{CD})$$

$$\overline{CD} = 8 - 6 = 2$$

$$\therefore \overline{PT} \times \overline{CD} = 4\sqrt{3} \times 2 = 8\sqrt{3}$$

24. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x(x+2) = 6 \times 8$$

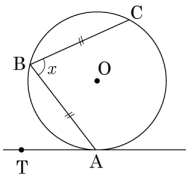
$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

$$x = 6, -8$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

25. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle BAT = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 50°

② 60°

③ 70°

④ 80°

⑤ 90°

해설

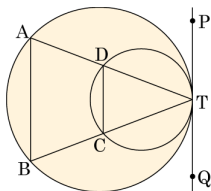
A 와 C 를 이르면

$$\angle BAT = \angle BCA = 50^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로 } \angle BAC = 50^\circ$$

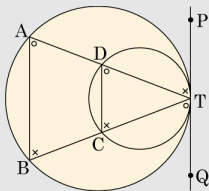
$$\therefore \angle x = 180^\circ - 50^\circ \times 2 = 80^\circ$$

26. 다음 그림과 같이 점 T는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ② $\angle BAT = \angle CDT$
 ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$ ④ $\angle ABT = \angle ATP$
 ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

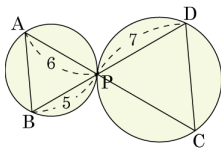
해설



직선 PQ가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.

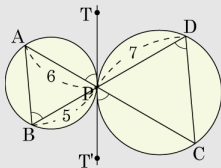
따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 점 P 에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 5$, $\overline{DP} = 7$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{42}{5}$ ⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면

$\angle ABP = \angle APT$, $\angle APT = \angle T'PC$ (맞꼭지각), $\angle T'PC = \angle PDC$

$\therefore \angle ABP = \angle CDP$

또한 $\angle BAP = \angle DCP$, $\angle ABP = \angle CDP$ 이므로

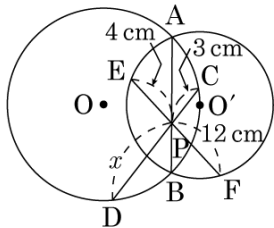
$\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PB} : \overline{PD}$ 이므로

$6 : \overline{PC} = 5 : 7$ 이다.

$\therefore \overline{PC} = \frac{42}{5}$

28. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O'의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 4\text{cm}$, $\overline{PF} = 12\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



- ① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
 ④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

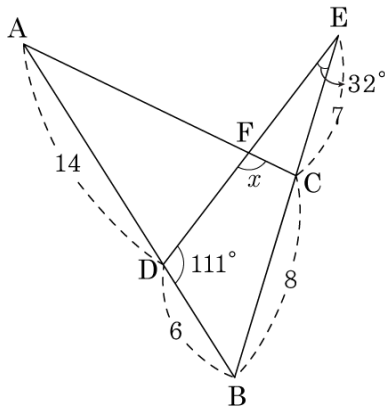
$$\text{원 O에서 } \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$\text{원 O'에서 } \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$\therefore \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$3 \times \overline{PD} = 4 \times 12 \quad \therefore \overline{PD} = 16 \text{ (cm)}$$

29. 다음 그림에서 x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

—°

▷ 정답 : 101°

해설

$\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로

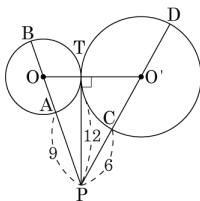
점 A, C, D, E는 한 원 위의 점이다.

$$\angle FEC = \angle FAD = 32^\circ$$

$$\angle ADF = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$$

$$\therefore x = 69^\circ + 32^\circ = 101^\circ$$

30. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 이 원의 접선이고, $\overline{OT}$ 는 원 O 의 반지름, $\overline{O'T}$ 는 원 O' 의 반지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

원 O 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$$12^2 = 9 \times (9 + \overline{AB}) \text{ 이다.}$$

$$144 = 9 \times (9 + 2\overline{OA})$$

$$\therefore 2\overline{OA} = 7$$

$$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = \frac{7}{2}$$

원 O' 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$$12^2 = 6 \times (6 + \overline{CD})$$

$$144 = 6 \times (6 + 2\overline{O'C})$$

$$\therefore 2\overline{O'C} = 18$$

$$\therefore \overline{O'T} = \overline{O'C} = 9$$

$$\text{따라서 } \overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = \frac{7}{2} + 9 = \frac{25}{2} \text{ 이다.}$$