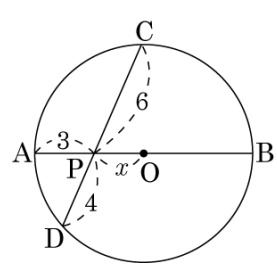


1. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{OB} = 3+x$ 이므로 $\overline{BP} = 2x+3$

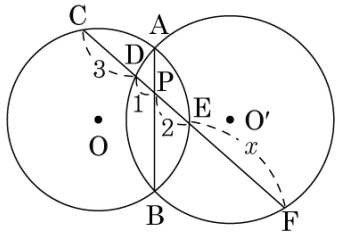
$6 \times 4 = 3(2x+3),$

$24 = 6x+9$

$6x = 15$

$\therefore x = \frac{5}{2}$

2. 다음 그림에서 $\overline{CD} = 3$, $\overline{DP} = 1$, $\overline{PE} = 2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

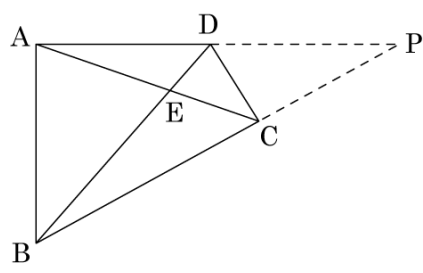


- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{AB}$ 가 두 원의 공통현이므로
원 O 에서 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{CP} \cdot \overline{PE}$
원 O' 에서 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$
 $\therefore \overline{CP} \cdot \overline{PE} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$
 $(3 + 1) \times 2 = 1 \times (2 + x)$
 $\therefore x = 6$

3. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 조건으로 옳은 것은?



- ① $\overline{EA} \times \overline{ED} = \overline{EB} \times \overline{EC}$
- ② $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$
- ③ $\overline{PD} \times \overline{PA} = \overline{PC} \times \overline{PB}$
- ④ $\overline{PD} : \overline{DA} = \overline{PC} : \overline{CB}$
- ⑤ $\angle BAC = \angle CBA$

해설

$\overline{PD} \times \overline{PA} = \overline{PC} \times \overline{PB}$

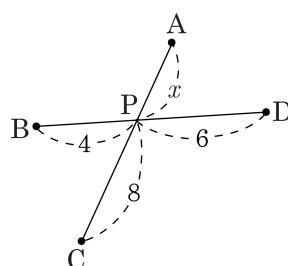
4. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\widehat{PA}$ 의 길이는?

① 2

② 3

③ 4

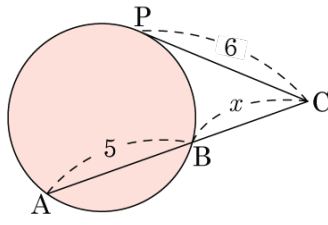
④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

5. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PC}$ 는 접선이다.)

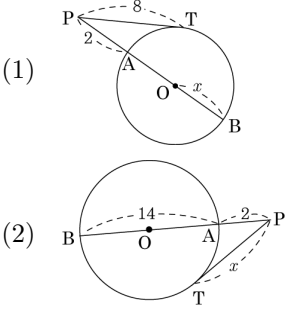


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{PC}^2 &= \overline{BC} \times \overline{AC} \\ 36 &= \overline{BC}(\overline{BC} + 5) \\ \overline{BC}^2 + 5\overline{BC} - 36 &= 0 \\ (\overline{BC} + 9)(\overline{BC} - 4) &= 0 \\ \therefore \overline{BC} &= 4\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 PT 는 원의 접선이고, 점 T 는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절히 짝지어진 것은?

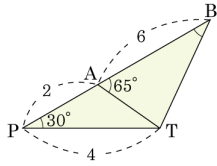


- ① (1) 13, (2) $2\sqrt{2}$ ② (1) 13, (2) $3\sqrt{2}$
 ③ (1) 14, (2) $3\sqrt{2}$ ④ (1) 14, (2) $4\sqrt{2}$
 ⑤ (1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} (1) & 8^2 = 2(2 + 2x), 64 = 4 + 4x \\ & 4x = 60 \\ & \therefore x = 15 \\ (2) & x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32 \\ & \therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



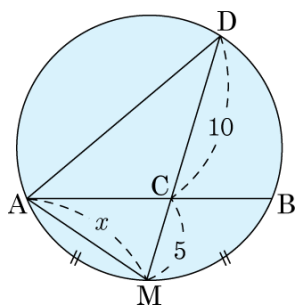
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?

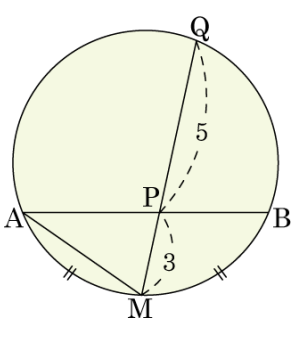


- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = 5(5 + 10) \quad \therefore x = 5\sqrt{3}$$

9. 다음 그림과 같이 $\widehat{AB}$ 의 중점을 M이라 하고 M에서 그은 직선이 AB, 원과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{MP} = 3$, $\overline{PQ} = 5$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?

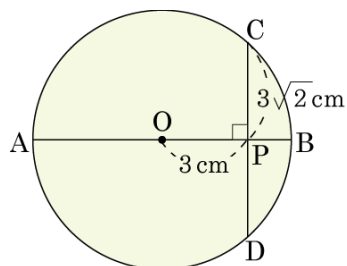


- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 5 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$$\overline{AM}^2 = 3(3 + 5) \quad \therefore \overline{AM} = 2\sqrt{6}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{OP} = 3\text{cm}$, $\overline{CP} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?

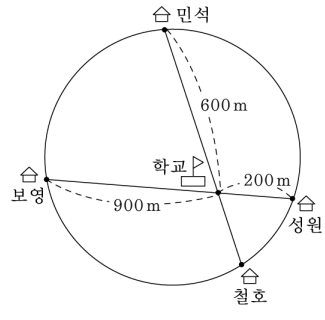


- ☒ ① $27\pi\text{cm}^2$
 ☐ ② $36\pi\text{cm}^2$
 ☐ ③ $45\pi\text{cm}^2$
☐ ④ $54\pi\text{cm}^2$
 ☐ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

반지름의 길이를 x 라 하면
 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로
 $(x+3) \times (x-3) = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$
 $x^2 - 9 = 18$
 $\therefore x = 3\sqrt{3}$
 따라서 원 O 의 넓이는
 $3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \pi = 27\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음은 네 명의 학생들의 집과 학교의 위치를 나타낸 지도이다. 네 명의 집을 모두를 지나는 원 모양의 도로를 만들 수 있다면, 민석네 집에서 철호네 집까지의 거리를 구하여라.



▶ 답: m

▶ 정답 : 900 m

해설

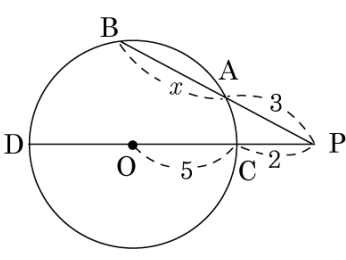
철호네 집에서 학교까지의 거리를 x 라 하면

$$x \times 600 = 900 \times 200 \text{ 이다.}$$
$$\therefore x = 300(\text{m})$$

따라서 철호네 집에서 민석이네 집까지의 거리는 $300 + 600 = 900(\text{m})$ 이다.

12. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?

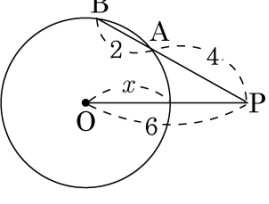
- ① 2
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7



해설

$3(3 + x) = 2 \times 12, 9 + 3x = 24$
 $3x = 15$
 $\therefore x = 5$

13. 다음 그림의 원 O에서 x 의 값을 구하여라.



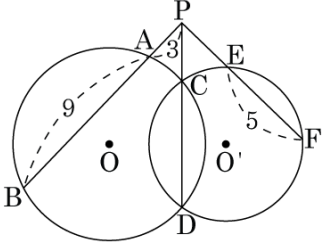
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 4 \times 6 &= (6 - x)(6 + x), \quad 24 = 36 - x^2 \\ x^2 &= 12 \\ \therefore x &= 2\sqrt{3} \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 가 두 원의 공통인 현이고, $\overline{AP} = 3$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{PE}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 이므로

$\overline{PE} = x$ 라 하면

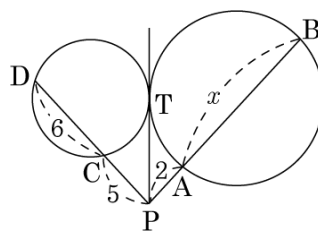
$3 \times (3 + 9) = x \times (x + 5)$ 이다.

$x^2 + 5x - 36 = 0$, $(x - 4)(x + 9) = 0$

$\therefore x = 4$ ($\because x > 0$)

15. 다음의 두 원은 점 T에서 서로 접한다. $\overline{PA} = 2$, $\overline{PC} = 5$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, x 의 값은?

- ① 25.5 ② 24.5 ③ 23.5
 ④ 22.5 ⑤ 21

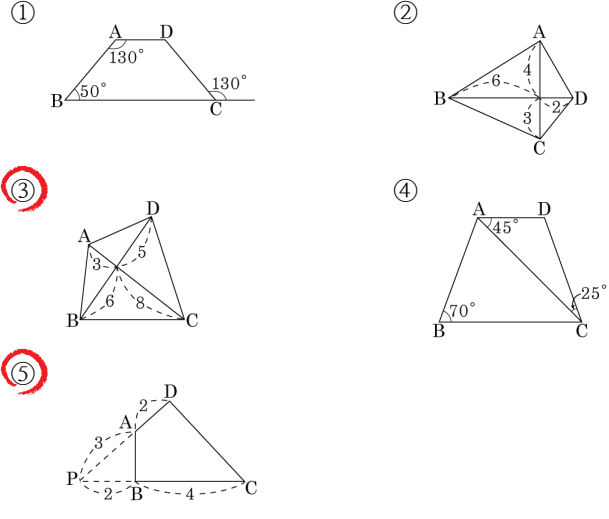


해설

$$2(2 + x) = 5 \times 11, 4 + 2x = 55$$

$$2x = 51 \therefore x = 25.5$$

16. 다음 중 사각형 ABCD 가 원에 내접하지 않는 것을 모두 고르면?

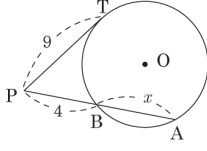


해설

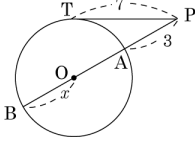
- ③ $3 \times 8 \neq 5 \times 6$
- ⑤ $3 \times (3 + 2) \neq 2 \times (2 + 4)$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선일 때, x 의 값은?

(1)



(2)



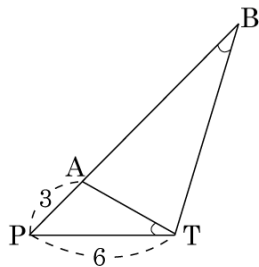
- ① $(1)\frac{61}{4}, (2)\frac{19}{3}$ ② $(1)\frac{61}{4}, (2)\frac{20}{3}$ ③ $(1)\frac{65}{4}, (2)\frac{19}{3}$
④ $(1)\frac{65}{4}, (2)\frac{20}{3}$ ⑤ $(1)\frac{65}{4}, (2)\frac{22}{3}$

해설

(1) $9^2 = 4(4 + x), 81 = 16 + 4x, 4x = 65 \therefore x = \frac{65}{4}$

(2) $7^2 = 3(3 + 2x), 49 = 9 + 6x, 40 = 6x \therefore x = \frac{20}{3}$

18. 다음 그림에서 $\angle ABT = \angle PTA$ 이고, $\overline{PT} = 6$, $\overline{PA} = 3$ 이다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

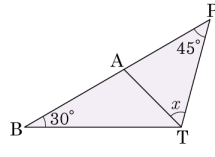
$\angle ABT = \angle PTA$ 이므로 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이다.

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로

$$6^2 = 3 \times (3 + \overline{AB}), \quad 36 = 9 + 3\overline{AB}$$

$$\therefore \overline{AB} = 9$$

19. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?

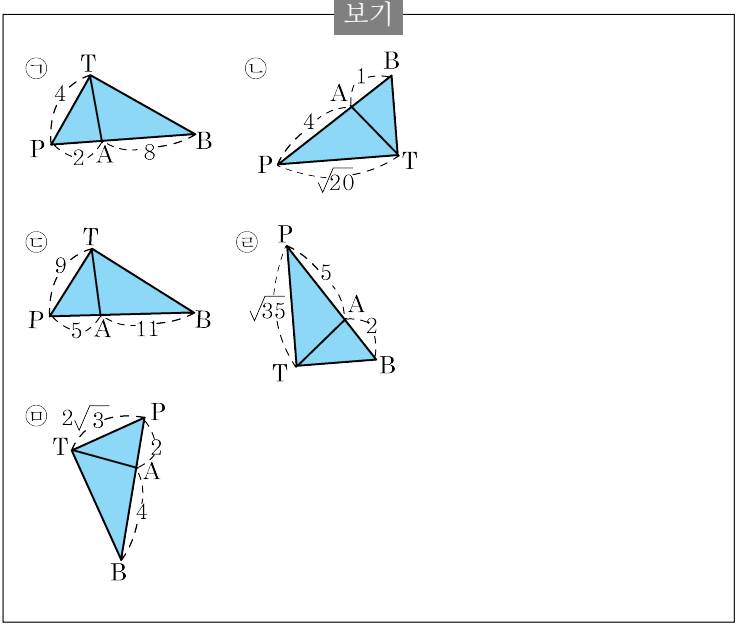


- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\overline{BT}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$
 $\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle x = 60^\circ$

20. 다음 보기에서 $\overline{PT}$ 가 $\triangle ABT$ 의 외접원의 접선이 될 수 없는 것을 모두 고르면?



▶ 답 :

▶ 답 :

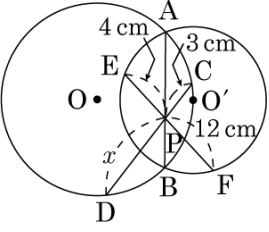
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $(4)^2 \neq 2 \times 10$ 이므로 $\overline{PT}^2 \neq \overline{PA} \times \overline{PB}$
㉢ $(9)^2 \neq 5 \times 16 = 80$ 이므로 $\overline{PT}^2 \neq \overline{PA} \times \overline{PB}$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O'의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 4\text{ cm}$, $\overline{PF} = 12\text{ cm}$, $\overline{PC} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



- ① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

- ④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

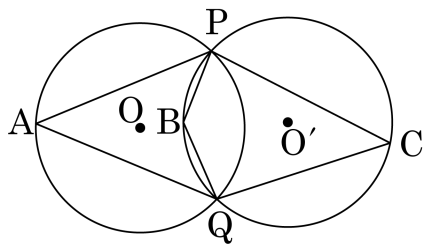
$$\text{원 O에서 } \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$\text{원 O'에서 } \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$\therefore \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$3 \times \overline{PD} = 4 \times 12 \qquad \therefore \overline{PD} = 16 \text{ (cm)}$$

- 22.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O' 가 두 점 P, Q 에
서 만날 때, $\angle PAQ : \angle PBQ = 2 : 7$ 이다. $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

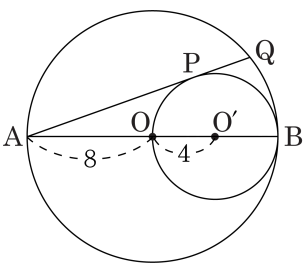
▷ 정답 : 40°

해설

 $\angle PAQ = \angle PCQ$ 이고 $\angle PBQ + \angle PCQ = 180^\circ$ 이므로
$$\angle PBQ + \angle PAQ = 180^\circ$$
$$\therefore \angle PAQ = 180^\circ \times \frac{2}{2+7} = 40^\circ$$

23. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O' 에
그은 접선 AP 와 원 O 와의 교점을 Q
라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?

- ① $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{17}{3}\sqrt{2}$
 ③ $\frac{25}{3}\sqrt{2}$ ④ $\frac{32}{3}\sqrt{2}$
 ⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{2}$



해설

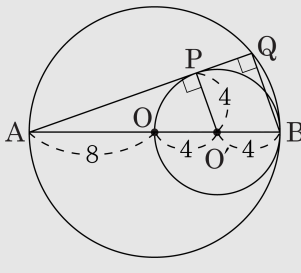
$$\overline{AP} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$$\triangle AO'P \sim \triangle ABQ \text{에서}$$

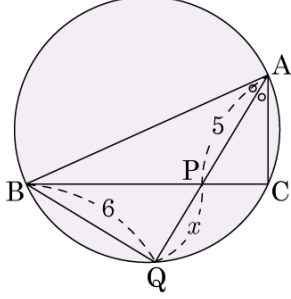
$$12 : 16 = 8\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$12\overline{AQ} = 128\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{32}{3}\sqrt{2}$$



24. 다음 그림에서 $\overline{AQ}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $AP = 5$, $BQ = 6$, $PQ = x$ 일 때, PQ 의 길이를 구하여라.



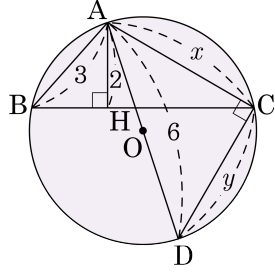
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{PQ} = 4$

해설

$\angle PBQ = \angle PAC$, $\angle PBQ = \angle BAQ$ 이므로
세 점 B, Q, P 는 한 원 위에 있고 $\overline{BQ}$ 는 접선이므로
 $\overline{BQ}^2 = \overline{QP} \times \overline{QA}$
 $6^2 = x(x + 5)$, $x = 4, -9$, $\therefore x = 4 (\because x > 0)$

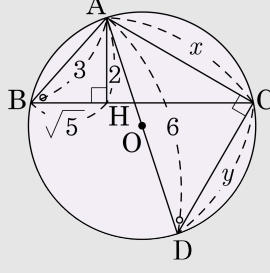
25. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AH} = 2$ 일 때, $x + y^2$ 의 값을 구하여라.
(단, $x = \overline{AC}$, $y = \overline{CD}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



$\triangle ABH \sim \triangle ADC$ 이고 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$

$2 : x = 1 : 2 \quad \therefore x = 4$

$\sqrt{5} : y = 1 : 2 \quad \therefore y = 2\sqrt{5}$

$\therefore x + y^2 = 4 + 20 = 24$