

1. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

2. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면
 $x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$
근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면
$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$
$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$
큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$
그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$ 이므로
가장 가까운 정수는 8이다.

3. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 해는 $x = a$ 또는 $x = p + qi$ 이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라. (단, a, p, q 는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(-3+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 - 2(2+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$x^2 - (2+i)x + 1+i = 0$$

$$(x-1)\{x-(1+i)\} = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 1+i$$

$$\therefore a + p + q = 3$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 의 해는 ?

① $-2, 4$

② $-2, 2$

③ $-4, 4$

④ $-4, 2$

⑤ $-4, -2, 2, 4$

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 에서

i) $x > 0$ 일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0, (x + 4)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

ii) $x < 0$ 일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -2$

i), ii)에서 구하는 해는 $-2, 2$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$ 에 $x=-1+\sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면
 $3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
 $-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
 $-a+b+3=0$ 과 $a-2=0$ 에서 $a=2, b=-1$

6. 이차방정식 $x^2 - ax + 12 = 0$ 의 두 근이 3, b 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = 3$ 이 $x^2 - ax + 12 = 0$ 의 근이므로

$$9 - 3a + 12 = 0 \quad \therefore a = 7$$

이 때 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 에서 $(x - 3)(x - 4) = 0$

그러므로 $x = 3$ 또는 $x = 4$

$$\therefore b = 4 \quad \therefore ab = 28$$

7. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{3}i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

계수가 모두 실수이므로
다른 한 근은 $b - \sqrt{3}i$ 이다.
따라서 두 근의 근과 계수의 관계에서
 $a = (b + \sqrt{3}i)(b - \sqrt{3}i) = b^2 + 3$
 $-6 = (b + \sqrt{3}i) + (b - \sqrt{3}i) = 2b,$
 $b = -3, a = 12$
따라서 $a + b = 9$

8. $x^2 + 3ax + b = 0$ 과 $x^2 - ax + c = 0$ 은 공통근 1을 갖는다. 이 때, $2a^2 + b - c$ 가 최소가 되는 a 의 값은 ?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

조건에서

$$1 + 3a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$1 - a + c = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : 4a + b - c = 0$$

$$\therefore b - c = -4a$$

$$\therefore 2a^2 + b - c = 2a^2 - 4a = 2(a - 1)^2 - 2$$

따라서 $a = 1$ 일 때, 최소이다.

9. 방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 α , $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^3 + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\alpha^3 - 3\alpha + 1 = 0 \text{에서 } \alpha^3 - 3\alpha = -1$$

$$\beta^2 - \alpha\beta + 1 = 0 \text{에서 양변을 } \beta \text{로 나누면}$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = \alpha (\because \beta \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \beta^3 + \frac{1}{\beta} &= \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^3 - 3\beta \cdot \frac{1}{\beta} \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= \alpha^3 - 3\alpha = -1 \end{aligned}$$