1. 6의 약수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

3. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4 ② $3+3+3+3$ ③ $4 \times 4 \times 4$
④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$ ⑤ 4×3

해설
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

4. $2^a = 8$, $7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2^3 = 8$, $7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

5. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3$
④ $2^3 \times 3^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

2) 108
2) 54
3) 27
3) 9
3

$108 = 2^2 \times 3^3$

6. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

① 28 ② 56 ③ 112 ④ 128 ⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
28 의 소인수는 2, 7
② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
56 의 소인수는 2, 7
③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
112 의 소인수는 2, 7
④ $128 = 2^7$ 이므로
128 의 소인수는 2
⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
196 의 소인수는 2, 7

7. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$
④ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

8. 두 자연수 a , b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192 ② 256 ③ 294 ④ 305 ⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, $\cdots$ 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

9. 가로 8cm , 세로 6cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

8 과 6 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 24cm 가 된다.

10. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{12}{n}$, $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 12 와 21 의 공약수이다.
12 와 21 의 최대공약수는 3 이므로 $n = 1, 3$ 이다.

11. 어떤 수를 15 로 나누면 7 이 남는 수 중 100 에 가장 가까운 수는?

① 90 ② 92 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 15 \times k + 7$ 이다.
$k = 6$ 일 때, $x = 15 \times 6 + 7 = 97$ 이고 $k = 7$ 일 때, $x = 15 \times 7 + 7 = 112$ 이다.
따라서 100 에 가장 가까운 수는 97 이다.

12. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129 ② 672 ③ 501 ④ 342 ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.
⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

13. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.
⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

14. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

① 1, 1　② 1, 2　③ 2, 1　④ 2, 2　⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 2$ 일 때이다.

15. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
$13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
$2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

16. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.

② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.

③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.

④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.

⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

17. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11,\ 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스 $2^2 \times 5^2,\ 3^3 \times 5^2 \times 7,\ 3^2$

오렌지 1박스 $2^3 \times 5^2 \times 7,\ 2 \times 3 \times 5^3,\ 2 \times 3$

바나나 1박스 $2^2 \times 5^2 \times 7,\ 2^3 \times 3 \times 5,\ 3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스 $2^3 \times 5^2 \times 7,\ 2 \times 3 \times 5^3,\ 2 \times 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11,\ 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$2^2 \times 5^2,\ 3^3 \times 5^2 \times 7,\ 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

$2^3 \times 5^2 \times 7,\ 2 \times 3 \times 5^3,\ 2 \times 3$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$2^2 \times 5^2 \times 7,\ 2^3 \times 3 \times 5,\ 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

18. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

19. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x$, $2^3 \times x$, $2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.

$\therefore\ x = 2 \times 3 = 6$

20. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루
④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$$
$$= 38 \text{ (그루)}$$

21. 6 으로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남고, 9 로 나누면 8 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

① 901 ② 941 ③ 959 ④ 935 ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면
$n =$ (6, 8, 9 의 공배수)-1 인 수이다.
6, 8, 9 의 최소공배수는 72 이다.
세 자리 자연수 중 가장 큰 72 의 배수는 936 이다.
$\therefore\ n = 936 - 1 = 935$

22. 두 자리의 자연수 A, B 의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120 일 때, 이 두 수의 합은?

① 8 ② 15 ③ 16 ④ 64 ⑤ 128

해설

$A = 8a,\ B = 8b$ ($a,\ b$는 서로소)로 놓으면,
$120 = 8 \times 15 = 8 \times a \times b \therefore a \times b = 15$
$A,\ B$가 두 자리 자연수이므로
$a = 3,\ b = 5$ 또는 $a = 5,\ b = 3$ 이다.
어느 경우든 두 수는 24, 40 이므로 그 합은 64 이다.

23. 두 자연수의 곱이 1280 이고 최소공배수가 160 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$1280 = 160 \times G$ 이다.
$\therefore\ G = 8$

24. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a, 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13$
$= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2$
$\times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13$
$= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$
$a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41$
$b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20$
$\therefore\ a - b = 41 - 20 = 21$

25. $\frac{n}{2}$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{3}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 432

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $\frac{n}{2}$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 네 번 곱해져 있고, $\frac{n}{3}$ 이 제곱이므로 n 은 3 이 세 번 곱해져 있다.

$\therefore n = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432$

26. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$

→ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.

두 자리 자연수의 개수는 90 개이고,

두 자리 자연수 중 2 의 배수는 45 개이고,

두 자리 자연수 중 5 의 배수는 18 개이고,

두 자리 자연수 중 10 의 배수는 9 개이다.

100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수$= 90 - 45 - 18 + 9 = 36$

27. 두 수 $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 60 의 공약수들의 합은?

① 28　　② 35　　③ 48　　④ 51　　⑤ 64

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ 과 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$
따라서 두 수의 공약수는 $2^2 \times 3$ 의 약수이다.
주어진 두 수의 공약수의 합은 $1+2+3+2^2+2\times3+2^2\times3 = 28$

28. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다. x는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$를 만족하지 않는 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로
x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.
따라서 x는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.
1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,
8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.
$\therefore$ 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

29. 가로의 길이가 72cm , 세로의 길이가 96cm , 높이가 120cm 인 직육면체를 남김없이 잘라 똑같은 크기의 정육면체로 나누려고 한다. 되도록 적은 개수의 정육면체를 만들 때, 만들 수 있는 정육면체는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 60 개

해설

72, 96, 120 의 최대공약수는 24 이므로 만들 수 있는 정육면체의 모서리의 길이는 (24의 약수)cm 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이가 길수록 정육면체의 개수는 적으므로 한 모서리의 길이는 24(cm) 이다.

∴ (정육면체의 갯수)

$= (72 \div 24) \times (96 \div 24) \times (120 \div 24)$

$= 3 \times 4 \times 5 = 60$(개)

30. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

31. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

① $a : 0, b : 0$　② $a : 0, b : 1$　③ $a : 1, b : 1$
④ $a : 1, b : 0$　⑤ $a : 2, b : 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.
또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a+3)$ 과 3 의 지수인 $(b+1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

32. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로
약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.
$\therefore\ (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

33. 1 층에서 A 층까지 운행하는 엘리베이터는 12 분마다, 1 층에서 B 층까지 운행하는 엘리베이터는 15 분마다, 1 층에서 C 층까지 운행하는 엘리베이터는 18 분마다 1 층에서 문이 열린다. 세 엘리베이터가 처음 동시에 1 층에서 출발한 순간부터 쉬지 않고 반복해서 운행한다고 했을 때, 세 엘리베이터가 1 층에서 5 번째로 동시에 문이 열린 순간까지 A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 문이 열리는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 회

▷ 정답 : 8 회

해설

12, 15, 18 의 최소공배수는 180 이다.
처음에 같이 열리므로 5 번째 같이 열리는 시간은 720 분 후이다.
12 와 15 의 최소공배수는 60 이므로,
(A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 열리는 횟수)$= \frac{720}{60} - \frac{720}{180} = 8$ (회)