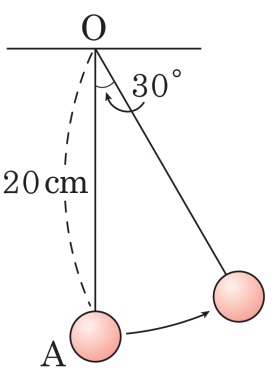
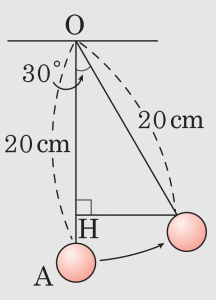
1. 다음 그림과 같이 실의 길이가 20cm 인 진자가 $\overline{OA}$ 와 30° 의 각을 이룬다. 진자는 처음 위치를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?



① 30 cm
② $(20-10\sqrt{3})$ cm
③ $(20-10\sqrt{6})$ cm
④ $30\sqrt{2}$ cm
⑤ $30\sqrt{6}$ cm

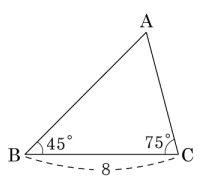
해설



$\overline{OH} = 20\cos 30° = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 10\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore\ \overline{AH} = 20 - 10\sqrt{3}$ (cm)

2. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle B = 45°$, $\angle C = 75°$, $\overline{BC} = 8$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

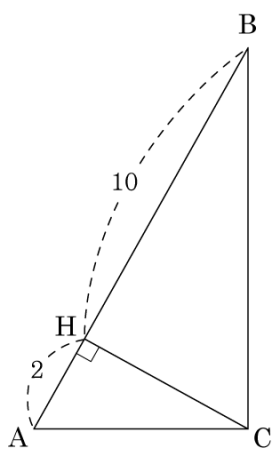
$\angle A = 180° - 45° - 75° = 60°$

$\overline{AC}\sin 60° = 8\sin 45°$

$$\overline{AC} = \frac{8 \times \sin 45°}{\sin 60°} = \frac{8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$$

3. 다음 그림에서 $\frac{3\tan B}{2\tan A}$ 의 값은?



① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{7}{10}$
④ $\frac{9}{10}$ ⑤ 1

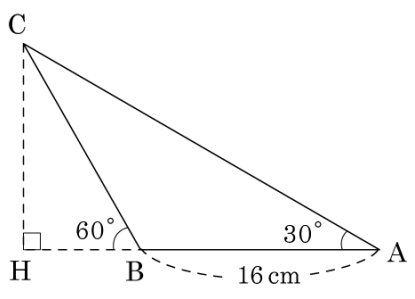
해설

$\tan B = \frac{\overline{CH}}{10}$, $\tan A = \frac{\overline{CH}}{2}$

$\tan B \div \tan A = \frac{\overline{CH}}{10} \div \frac{\overline{CH}}{2} = \frac{\overline{CH}}{10} \times \frac{2}{\overline{CH}} = \frac{1}{5}$

$\therefore \frac{3\tan B}{2\tan A} = \frac{3}{10}$

4. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 가 있다. $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$cm

② $7\sqrt{2}$cm

③ $7\sqrt{3}$cm

④ $8\sqrt{2}$cm

⑤ $8\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 16(\text{cm})$

$\overline{CH} = 16\sin 60° = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

5. 한 내각이 $150°$ 인 마름모의 넓이가 32 일 때, 이 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x \times x \times \sin(180° - 150°) = 32$

$x^2 \times \sin 30° = 32$

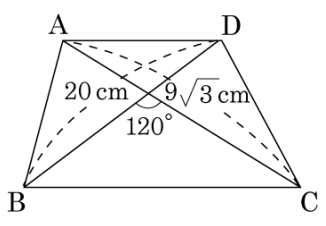
$x^2 \times \frac{1}{2} = 32$

$x^2 = 64$

x 는 마름모의 한 변의 길이이므로 양수이므로

$x = 8$ 이다.

6. 다음 사각형의 넓이를 구하여라.



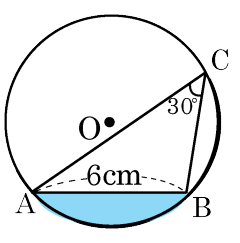
▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 135 cm^2

해설

$$(\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 20 \times 9\sqrt{3} \times \sin(180° - 120°)$$
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 9\sqrt{3} \times \sin 60°$$
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 9\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 135(cm^2)$$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 $30°$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 원 O 에 대하여 색칠한 부분의 넓이는?

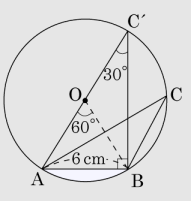


① $\left(6\pi - 6\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$　② $\left(6\pi - 7\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

③ $\left(6\pi - 8\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$　④ $\left(6\pi - 9\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

⑤ $\left(6\pi - 10\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

해설



한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle AC'B = \angle ACB = 30°$

$\therefore \angle AOB = 60°$

$\therefore \triangle OAB$ 는 정삼각형이므로

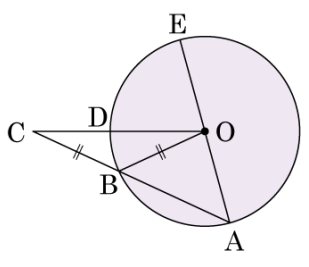
(색칠한 부분의 넓이)

= (부채꼴OAB의 넓이) − ($\triangle$OAB의 넓이)

$= 36\pi \times \dfrac{60°}{360°} - \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$

$= 6\pi - 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

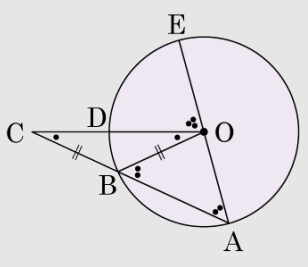
8. 다음 그림의 원 O에서 $\overline{AE}$는 지름이고, $\overline{BO} = \overline{BC}$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{ED}$: 5.0pt$\overset{\frown}{DB}$ 는?



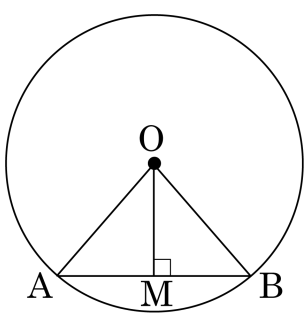
① 3 : 2　② 4 : 3　③ 4 : 1　④ 3 : 1　⑤ 2 : 1

해설

$\angle BOD = x$ 라 두면, $\angle DOE = 3x$ ($\because \angle OBA = \angle OAB = 2x$)
중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$\angle EOD : \angle BOD = 3 : 1$ 에서 5.0pt$\overset{\frown}{ED}$: 5.0pt$\overset{\frown}{DB}$ = 3 : 1



9. 다음은 원의 중심에서 현에 수선을 그었을 때, 그 현이 이등분됨을 설명한 것이다. ( ) 안에 알맞은 것을 순서대로 나열하면?



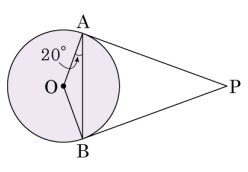
$\triangle OAM$ 과 $\triangle OBM$ 에서
$\overline{OA} = ($ ㉠ $)$ ($\because$ 원의 반지름)
$\angle OMA = \angle OMB = 90°$
$\overline{OM}$ 은 공통이므로 $\triangle OAM \equiv ($ ㉡ $)$
$\therefore \overline{AM} = ($ ㉢ $)$
따라서 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

① ㉠ $\overline{OB}$ ㉡ $\triangle OAB$ ㉢ $\overline{BM}$
② ㉠ $\overline{OM}$ ㉡ $\triangle OBM$ ㉢ $\overline{BM}$
③ ㉠ $\overline{OB}$ ㉡ $\triangle OBM$ ㉢ $\overline{AB}$
④ ㉠ $\overline{OB}$ ㉡ $\triangle OBM$ ㉢ $\overline{BM}$
⑤ ㉠ $\overline{AB}$ ㉡ $\triangle OBM$ ㉢ $\overline{BM}$

해설

$\triangle OAM$ 과 $\triangle OBM$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ($\because$ 원의 반지름), $\angle OMA = \angle OMB = 90°$,
$\overline{OM}$ 은 공통이므로 $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$
$\therefore \overline{AM} = \overline{BM}$

10. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 은 접선이고, 두 점 A, B 은 접점이다. $\angle OAB = 20°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

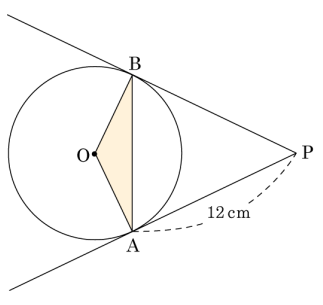


① 30° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 20°

해설

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\angle PAB = 90° - 20° = 70°$
$\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180° - (70° \times 2) = 40°$

11. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60°$, $\overline{AP} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이는?



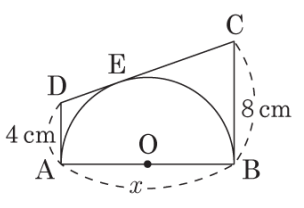
① 4cm^2　② $8\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ 10cm^2
④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $36\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle PAB$는 정삼각형이므로

$\triangle PAB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.

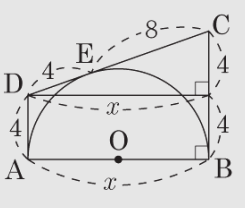


▶ 답 : _____ cm

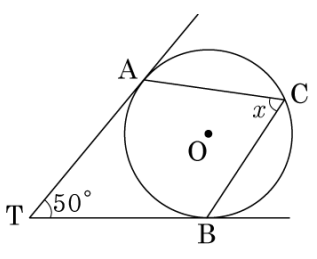
▷ 정답 : $8\sqrt{2}$ cm

해설

$x = \sqrt{12^2 - 4^2}$
$= \sqrt{128}$
$= 8\sqrt{2}$ (cm)



13. 다음 그림에서 두 점 A, B 가 접점이다.
$\angle ATB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



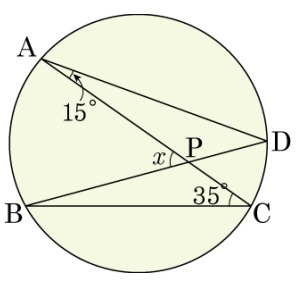
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : $\angle x = 65°$

해설

두 접점 A, B 에서 원의 중심 O 에 이르는 보조선을 그으면
$\angle TAO = \angle TBO = 90°$
$\angle AOB = 130°$
$\therefore \angle ACB = 130° \times \frac{1}{2} = 65°$

14. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$

④ $55°$ ⑤ $60°$

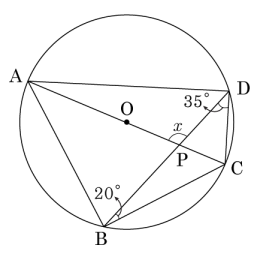
해설

5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 의 원주각

$\angle CAD = \angle DBC = 15°$

$\therefore$ $\triangle BPC$에서 $\angle x = 15° + 35° = 50°$

15. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle DBC = 20°$, $\angle BDC = 35°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기는?

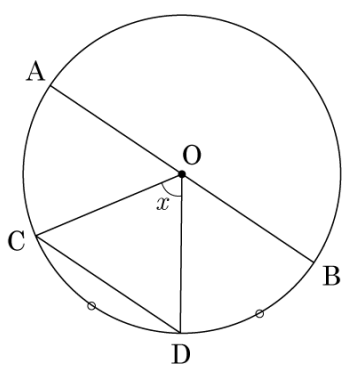


① 95° ② 100° ③ 105° ④ 110° ⑤ 115°

해설

반원에 대한 원주각 $\angle ABC = 90°$ 이고
또한, 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대한 원주각 $\angle BDC = \angle BAC = 35°$ 이므로
$\angle ACB = 180° - 90° - 35° = 55°$ 이다.
$\therefore\ \angle APD = \angle BPC$(맞꼭지각) $= 180° - 20° - 55° = 105°$

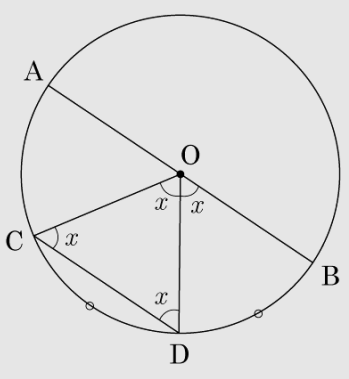
16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하고 $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$ 인 원 O 에 대하여 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 10cm

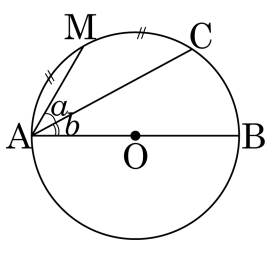
해설

5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{DB}$,
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로
$\angle COD = \angle DOB = x$,
$\angle CDO = \angle DOB = x$ (엇각)



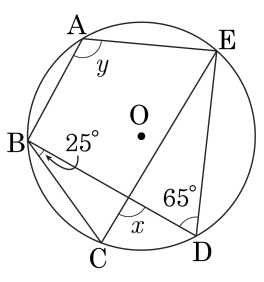
따라서 $\triangle COD$ 는 세각의 크기가 모두 같으므로 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{CD} = 7\,\text{cm}$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 점 M 은 호 AC 의 중점이다. $\angle MAC = a$, $\angle CAB = b$ 라고 할 때, a 와 b 사이의 관계를 식으로 나타내어라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad

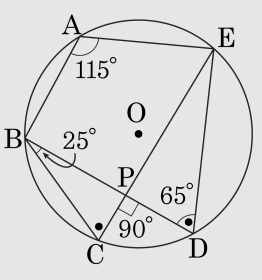
18. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① $150°$ ② $165°$ ③ $185°$

④ $195°$ ⑤ $205°$

해설



$\angle BCE$, $\angle BDE$ 는 두 내접사각형에서 각각 $\angle y$ 에 대한 대각이므로 서로 같다.

$\therefore \angle BCE = 65°$

$\angle x$ 는 $\triangle BCP$ 의 외각이므로 $\angle x = 25° + 65°$

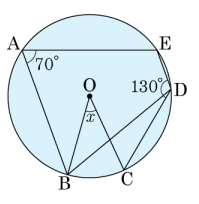
$\therefore\ x = 90°$

내접사각형 ABDE 에서

$\angle y + 65° = 180°$ $\therefore y = 115°$

$\therefore x + y = 205°$

19. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 40° ③ 60° ④ 80° ⑤ 100°

해설

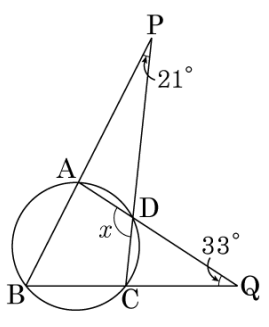
사각형의 대각의 합이 180° 이므로

$\angle BDE = 110°$

$\angle BDC = 130° - 110° = 20°$

$\therefore \angle x = 2 \times 20° = 40°$

20. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 21°$, $\angle BQA = 33°$, $\angle ADC = x°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



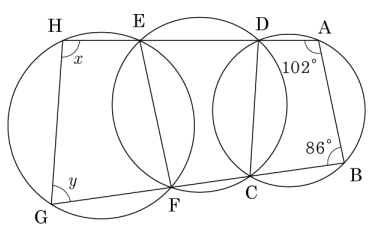
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 117°

해설

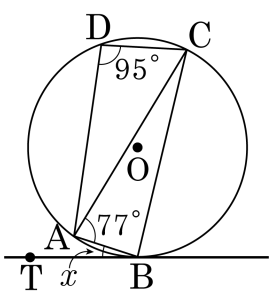
□ABCD 가 내접하므로
$\angle PBC = 180° - x°$ 이고,
$\angle DCQ = 21° + \angle PBC = 21° + (180° - x°)$
△DCQ 에서 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
$33° + 21° + (180° - x°) = x°$ 이다.
$\therefore x° = 117°$

21. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad

22. 다음 그림에서 □ABCD는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{BT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAB = 77°$, $\angle ADC = 95°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 18 °

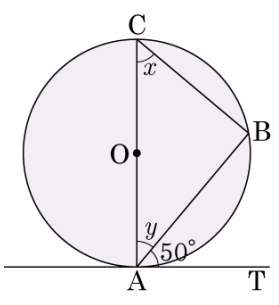
해설

□ABCD 가 원에 내접하므로

$\angle ABC = 180° - 95° = 85°$

$\angle ACB = 180° - 77° - 85° = 18°$

23. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선일 때, $\angle x - \angle y$의 크기는?

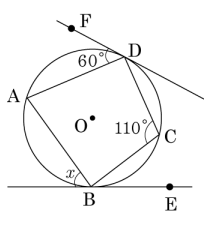


① $5°$　② $10°$　③ $15°$　④ $20°$　⑤ $25°$

해설

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $x = 50°$
또한, 반원에 대한 원주각은 $90°$ 이므로
$y = 90° - 50° = 40°$
따라서 $\angle x - \angle y = 50° - 40° = 10°$ 이다.

24. 다음 그림에서 직선 BE, DF 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle BAD = 180° - 110° = 70°$

두 점 D, B 를 이으면 $\angle FDA = \angle ABD = 60°$

$\triangle ADB$ 에서 $\angle ADB = 180° - 70° - 60° = 50°$

$\therefore \angle x = \angle ADB = 50°$

25. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{CD}$ 가 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하고, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.

(단위 : 점)

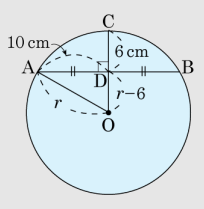
1회 \ 2회	6	7	8	9	10	합계
10		3	5	3	3	14
9			2	B	4	13
8		A	4	4		11
7	2	2	4			8
6	3	1				4
합계	5	9	15	C	7	50

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{34}{3}$ cm

해설

반지름의 길이를 r 이라 하면



$\triangle$AOD 에서

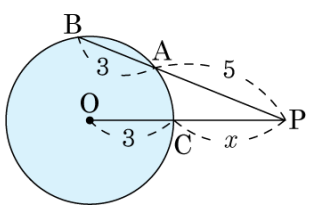
$\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 - \overline{DO}^2$

$100 = r^2 - (r-6)^2$

$12r = 136$

$\therefore\ r = \frac{34}{3}(\text{cm})$

26. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

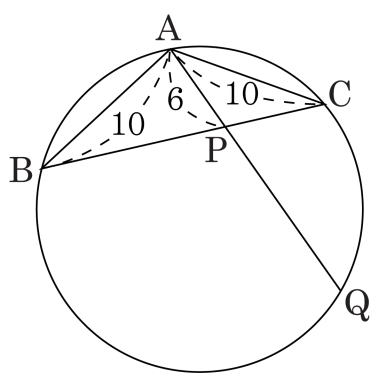
해설

$(6+x)x = 8 \times 5$

$\therefore x = 4, -10$

그런데, $x > 0$ 이므로 $\therefore x = 4$ 이다.

27. 다음 그림에서 $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$\angle ABC = \angle AQC = \angle AQB$ 이므로 $\overline{AB}$ 는 세 점 B, P, Q 를 지나는 원의 접선이다.

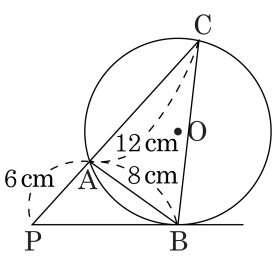
$10^2 = 6(6 + \overline{PQ})$

$100 = 36 + 6\overline{PQ}$

$6\overline{PQ} = 64$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{32}{3}$

28. 다음 그림에서 직선 PB 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}, \overline{AC} = 12\text{cm}, \overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $5\sqrt{3}\text{cm}$　② $6\sqrt{3}\text{cm}$　③ $7\sqrt{3}\text{cm}$　④ $8\sqrt{3}\text{cm}$　⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{PB}^2 = 6 \times 18 = 108, \overline{PB} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

$\triangle BPA \backsim \triangle CPB$

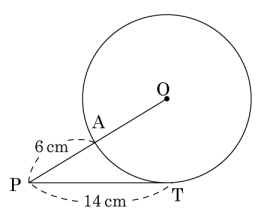
$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AB} : \overline{BC}$

$6 : 6\sqrt{3} = 8 : \overline{BC}$

$6\overline{BC} = 48\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC} = 8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

29. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이다. 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

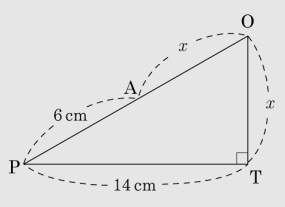


▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$ cm

해설

원 O 의 반지름 $\overline{AO}$, $\overline{TO}$ 를 x 라고 하면



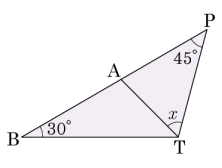
$(6+x)^2 = x^2 + 14^2$

$36 + 12x + x^2 = x^2 + 196$

$12x = 160$

$\therefore\ x = \frac{160}{12} = \frac{40}{3}(\text{cm})$

30. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?



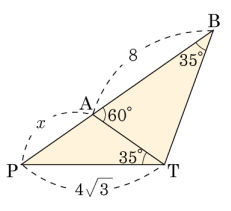
① 30° ② 35° ③ 40° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\overline{BT}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45°$

$\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45° + 30° + 45° = 180°$ $\therefore \angle x = 60°$

31. 다음 그림에서 $\overline{PA} = x$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ATP = \angle ABT = 35°$, $\angle BAT = 60°$ 이다. 이 때, x 의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 35°$ 이므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 세 점 A, T, B 는 한 원 위에 있다.

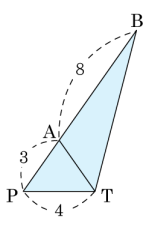
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x \times (x+8)$$

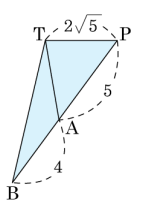
$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

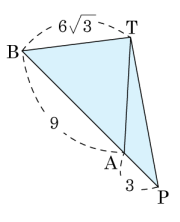
$$(x-4)(x+12) = 0$$

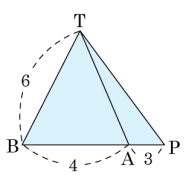
$$\therefore x = 4$$

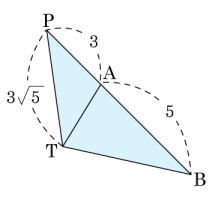
32. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?

①


②


③


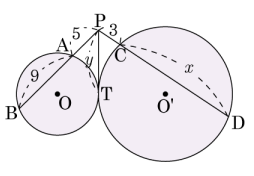
④


⑤


해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

33. 다음 그림과 같이 한 점 T 에서 만나는 두 원 O, O′ 가 있다. $\overline{PT}$ 는 두 원에 공통으로 접하고, 점 P 를 지나는 두 직선이 두 원 O, O′ 과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때, x, y 의 값은?



① $x = \frac{61}{3},\ y = \sqrt{70}$　　② $x = \frac{71}{3},\ y = \sqrt{70}$

③ $x = \frac{61}{3},\ y = \sqrt{71}$　　④ $x = \frac{71}{3},\ y = \sqrt{71}$

⑤ $x = \frac{71}{3},\ y = \sqrt{73}$

해설

$5 \times 14 = 3(3 + x)$

$70 = 9 + 3x, 3x = 61,\ x = \frac{61}{3}$

$y^2 = 5(5 + 9),\ y^2 = 70,\ y = \sqrt{70}$