1. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $n(\{a,b,c\}) - n(\{a,c\}) = \{b\}$

㉡ $n(\{x\text{는 } 9\text{의 약수}\}) - n(\{x\text{는 } 25\text{의 약수}\}) = 0$

㉢ $n(\varnothing) + n(\{1,2\}) = 2$

㉣ $n(\{2\}) - n(\varnothing) = 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $n(\{a,b,c\}) - n(\{a,c\}) = 3 - 2 = 1$

㉡ $\{x|x\text{는 } 9 \text{ 의 약수}\} = \{1,3,9\}$, $\{x|x\text{는 } 25 \text{ 의 약수}\} = \{1,5,25\}$ 이므로

$n(\{x\text{는 } 9\text{의 약수}\}) - n(\{x\text{는 } 25\text{의 약수}\}) = 3 - 3 = 0$

㉢ $n(\varnothing) + n(\{1,2\}) = 0 + 2 = 2$

㉣ $n(\{2\}) - n(\varnothing) = 1 - 0 = 1$

2. 집합 $A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3 \in A$

② $\varnothing \in A$

③ $\{5,\ 13\} \not\subset A$

④ $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\} \subset A$

⑤ $A=\{x \mid x$는 10보다 작은 소수$\}$

해설

$\varnothing \subset A$

3. 다음 중 집합 $\{2, 3, 5\}$의 진부분집합인 것은?

① $\{1\}$ ② $\{1, 2\}$ ③ $\{2, 4\}$
④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설
$\{2, 3, 5\}$의 부분집합 중 $\{2, 3, 5\}$을 제외한 나머지 부분집합을 찾으면 된다.

4. 집합 $A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 256 개

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

(부분집합의 개수) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$(개)

5. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 a 와 b 를 반드시 포함하고 c 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 4 개

해설

$2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개)

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$에 대하여 $A^c \cap B^c$를 구하면?

① $\{1,\ 3\}$ ② $\{2,\ 4\}$ ③ $\{3,\ 5\}$ ④ $\{4,\ 8\}$ ⑤ $\{6,\ 8\}$

해설

$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$이고 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B) = \{6,\ 8\}$

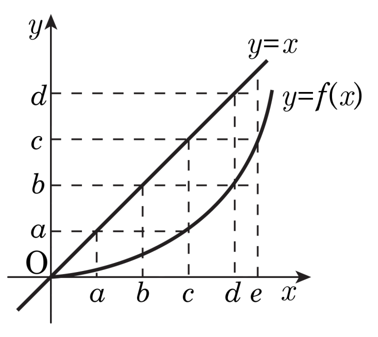
7. 조건 p가 조건 q이기 위한 충분조건일 때, 조건 q는 조건 p이기 위한 (가) 조건이고, 조건 $\sim p$는 조건 $\sim q$이기 위한 (나) 조건이다. (가), (나)에 각각 알맞은 것은?

① 필요, 필요　　② 충분, 충분
③ 필요, 충분　　④ 충분, 필요
⑤ 필요충분, 충분

해설

p가 q이기 위한 충분조건 : $p \Rightarrow q$
(가) : $p \Rightarrow q$ 이면 q는 p이기 위한 필요조건
(나) : $p \Rightarrow q$ 이면 그 대우 $\sim q \Rightarrow \sim p$ $\therefore \sim p$는 $\sim q$이기 위한 필요조건

8. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(a)$ 의 값은 얼마인가?



① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$(f \circ f)^{-1}(a) = (f^{-1} \circ f^{-1})(a)$
$= f^{-1}(f^{-1}(a)) \cdots$ ㉠
$f^{-1}(a) = m$ 으로 놓으면 $f(m) = a$ 이고,
그래프에서 $f(c) = a$ 이므로 $m = c$
$\therefore f^{-1}(a) = c$
이 때, ㉠에서
$(f \circ f)^{1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) \cdots$ ㉡
또, $f^{-1}(c) = n$ 으로 놓으면 $f(n) = c$ 이고
그래프에서 $f(e) = c$ 이므로 $n = e$
$\therefore f^{-1}(c) = e$
따라서, ㉡에서
$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) = e$

9. 직선 $y = 2x - 5$ 를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 직선 $y = 2x + 5$ 와 일치하였다. 이때, a, b 사이의 관계식은?

① $2a - b = 5$ ② $2a - b = -10$ ③ $2a + b = 5$
④ $2a + b = 10$ ⑤ $2a - b = 10$

해설

$y = 2x - 5$, x 축 방향으로 a , y 축 방향으로 b만큼 이동시키면,
$y - b = 2(x - a) - 5$
$\Rightarrow \quad y = 2x - 2a + b - 5$
$\therefore \quad -2a + b - 5 = 5$
$\Rightarrow \quad 2a - b = -10$

10. 직선 $3x+4y-5=0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x+4y-5=0$ 를
x 축의 방향으로 2 만큼,
y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
$3(x-2)+4(y+3)-5=0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x+4y+1=0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

11. 원 $x^2+y^2+ax+by=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2+y^2+(2-b)x+(2a-4)y=0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2+y^2+ax+by=0$ 을
y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(-x)^2+y^2+a(-x)+by=0$
즉, $x^2+y^2-ax+by=0$
이것이 $x^2+y^2+(2-b)x+(2a-4)y=0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
$-a=2-b,\ b=2a-4$
두 식을 연립하여 풀면 $a=6,\ b=8$
$\therefore\ a+b=6+8=14$

12. 8 의 약수의 집합을 A, 5 이하의 홀수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $3 \in A$　② $4 \notin A$　③ $8 \in A$　④ $3 \notin B$　⑤ $5 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8 이고 집합 B 의 원소는 1, 3, 5 이므로 $8 \in A$, $5 \in B$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$일 때 $A \subset X \subset B$를 만족하는 집합 X의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 4개　④ 8개　⑤ 16개

해설

집합 X 의 개수는 원소 1, 2를 포함하는 집합 B 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{5-2} = 2^3 = 8$(개)

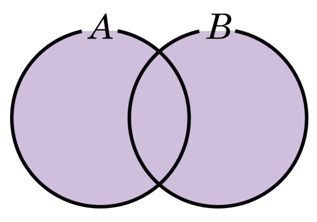
14. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^n = 8 \ \therefore n = 3$

15. 두 집합 $A=\{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$, $B=\{x \mid x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1, 2, 4, 8, 12\}$

② $\{1, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

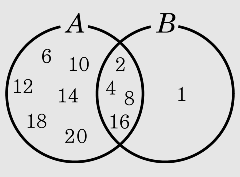
③ $\{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 12, 14, 16, 18\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 10, 20\}$

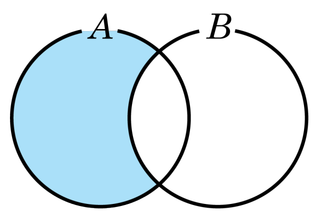
해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면
$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$,
$B=\{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이고,
벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는
$\{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ 이다.

16. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내지 <u>않는</u> 것은?



① $A \cap B^c$　② $A - B$　③ $(A \cup B) - B$

④ $B \cap A^c$　⑤ $A - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$ 이므로 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은 ④ 이다.

17. 통일고등학교에서 50 명 학생을 대상으로 수학, 영어에 대한 흥미도를 조사한 결과를 수학을 좋아하는 학생은 32 명, 영어를 좋아하는 학생은 27 명이었고 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생은 13 명이었다. 그렇다면 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: ______ 명

▷ 정답: 4 명

해설

수학 : A , 영어 : B , 전체 : U

$n(A) = 32, n(B) = 27, n(A \cap B) = 13$

$n(A \cup B) = 32 + 27 - 13 = 46$

$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c)$

$= n(U) - n(A \cup B) = 50 - 46 = 4$

$\therefore$ 4 명

18. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식$|a| + |b| \geq |a+b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 <u>않은</u> 성질을 고르면?

증명

$(|a| + |b|)^2 - (|a+b|)^2$
$= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a+b)^2$
$= \ a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2$
$= \ 2(|ab| - ab) \ 0$
$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a+b|)^2$
$\therefore |a| + |b| \geq |a+b|$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b$, $b \geq c$ 이면 $a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$

⑤ $a \geq 0$, $b \geq 0$, $a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

해설

$(|a| + |b|)^2 - (|a+b|)^2$
$= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a+b)^2$ (③이 쓰임)
$= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2$
$= 2(|ab| - ab) \geq 0$ (①이 쓰임)
$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a+b|)^2$ (④가 쓰임)
$\therefore |a| + |b| \geq |a+b|$ (⑤가 쓰임)
따라서, ②는 쓰이지 않았다.

19. $a \ge 0,\ b \ge 0,\ c \ge 0$이고, $a+b+c=14$일 때, $\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c}$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$(1^2+2^2+3^2)\left\{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2\right\}$
$\ge (\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2$
$(\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2 \le 14(a+b+c)=14^2$
이 때 $a \ge 0,\ b \ge 0, c \ge 0$이므로
$0 \le \sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c} \le 14$
따라서 최댓값은 14이다.

20. 다음 <보기> 중에서 자연수 전체의 집합 N에서 N으로의 함수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$을 대응시킨다.

㉡ 자연수 n에 n의 양의 약수의 개수를 대응시킨다.

㉢ 홀수에는 1, 짝수에는 2, 소수에는 3을 대응시킨다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

자연수에서 자연수로의 함수라는 말의 의미는
정의역이 자연수 일 때, 치역도 자연수인 함수를
찾으라는 말이다. 그런데 이때 ㉠은 무리수가
치역에 포함되지 않으므로 정의에 타당하지 않다.
㉢에서 2는 짝수이며 소수이므로 옳지 않다.
따라서 ㉡만 옳다.

21. 두 집합 $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{1,\ 2\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 8개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X에서 Y로의 함수의 개수는
$2 \times 2 \times 2 = 8$(개)

22. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x) = ax + b\ (a \neq 0)$ 로 놓으면,
$f(1) = -1,\ f(2) = 3$ 이므로
$f(1) = a + b = -1,\ f(2) = 2a + b = 3$
즉, $a = 4,\ b = -5$
$\therefore\ f(x) = 4x - 5$
$f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$
$4a - 5 = 1 \quad \therefore\ a = \frac{3}{2}$
따라서 $f^{-1}(1) = \frac{3}{2}$, $2f^{-1}(1) = 3$

23. 도형 $y = 2x + 3$을 점 $(2, 3)$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $2x - y + 5 = 0$　　② $2x + 2y - 5 = 0$

③ $2x + y + 5 = 0$　　④ $2x - y - 5 = 0$

⑤ $2x - 2y + 5 = 0$

해설

점 (a, b)에 대하여 대칭이동하려면
$x \to 2a - x,\ \ y \to 2b - y$를 대입하면 된다. $y = 2x + 3$ 위의 점 $(0, 3)$과 (a, b)의 중점 $(2, 3)$

$\dfrac{0 + a}{2} = 2,\ \dfrac{3 + b}{2} = 3$

$a = 4,\ b = 3$

$\therefore\ y = 2x + 3$과 기울기는 동일하며 $(4,\ 3)$ 지남.

$\to y = 2x + b,\ (4, 3) \to 3 = 8 + b \to b = -5$

$\therefore\ y = 2x - 5$

24. 다음 보기 중 참인 명제를 모두 고르면?

① $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다. (단, x, y는 실수)

② $x + y$, xy 가 모두 실수이면 x, y 도 모두 실수이다.

③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.

④ $x + y > 1$ 이면 $x > 1$ 이고 $y > 1$ 이다.

⑤ x 가 16 의 약수이면 x 는 8 의 약수이다.

해설

① 실수 범위에서 $x = 0$, $y = 0$ 일 경우에만 성립하므로 참이다.
③ 홀수끼리 곱하면 항상 홀수가 나오므로 참이다.

25. 다음 조건을 p라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 p가 참인 것을 <u>모두</u> 고르면?

① $|x| = x$ ② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ ④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

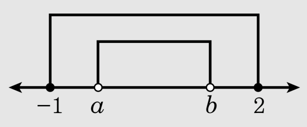
① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)
$x \geqq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.
② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)
$x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.
③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)
④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$인 x에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

26. 명제 '$a < x < b$ 이면 $-1 \leq x \leq 2$ 이다.' 가 항상 참일 때, a 의 최솟값과 b 의 최댓값의 합은? (단, $a < b$)

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

명제 '$a < x < b$ 이면 $-1 \leq x \leq 2$ 이다.' 가 참이 되려면 $\{x \mid a < x < b\} \subset \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서 $-1 \leq a < 2, -1 < b \leq 2$



따라서, a 의 최솟값과 b 의 최댓값의 합은 $(-1) + 2 = 1$

27. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $R \cap Q = R$　　② $R \cup Q = R$　　③ $P \cap Q = \varnothing$

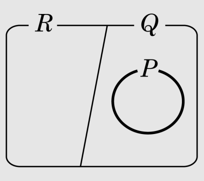
④ $P \cup R = R$　　⑤ $P \cap R = \varnothing$

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$

$\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로 $R^c = Q$

따라서, 세 집합의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로



$\therefore\ P \cap R = \varnothing$

28. $a>0,\ b>0,\ c>0$일 때,

부등식 $\dfrac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq$ □가 항상 성립한다. □ 안에 알맞은 최댓값은?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 9　　⑤ 12

해설

$a,\ b,\ c$ 가 모두 양수이므로

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$, $b+c \geq 2\sqrt{bc}$, $c+a \geq 2\sqrt{ca}$

따라서

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq \frac{2\sqrt{ab}\cdot 2\sqrt{bc}\cdot 2\sqrt{ca}}{abc} = \frac{8abc}{abc} = 8$$

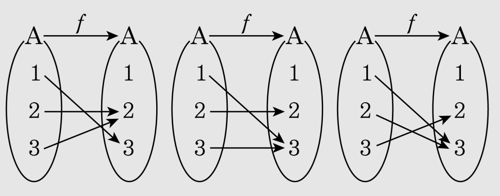
29. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : A \to A$ 의 개수는 몇 개인가?

Ⅰ. $f(1) = 3$ Ⅱ. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

① 1 개　　② 2 개　　③ 3 개　　④ 4 개　　⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는
$f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고
$f(2),\ f(3)$ 의 값이 동시에
3 이 되어서는 안되며 어떤 원소도
1 에 대응해서는 안된다.
따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.



$\therefore$ 3 개

30. 함수 $f(x)$가

$f(x)=\begin{cases} x & (x\text{는 유리수}) \\ 1-x & (x\text{는 무리수}) \end{cases}$ 일 때, $(f\circ f)(x)$는 무엇인가?

① $-x$　　② $1-x$　　③ $2x-3$

④ x　　⑤ $x+2$

해설

$f(x)=\begin{cases} x & (x\text{는 유리수}) \\ 1-x & (x\text{는 무리수}) \end{cases}$

$(f\circ f)(x)=f(f(x))$

(ⅰ) x가 유리수일 때, $f(f(x))=f(x)=x$

(ⅱ) x가 무리수이면 $1-x$도 무리수이므로,

$f(f(x))=f(1-x)=1-(1-x)=x$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해서 $f(f(x))=x$

31. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$가 $f\left(\dfrac{x+4}{2}\right)=3x+2$를 만족시킨다. 이때, $f(2)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f\left(\dfrac{x+4}{2}\right)=3x+2$ 에서

$\dfrac{x+4}{2}=2$ 이면 $x=0$ 이므로

$f(2)=3\cdot 0+2=2$

32. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1(x \geq 0) \\ x + 1(x < 0) \end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(5) + g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$g(5) = a$ 라 하면 $f^{-1}(5) = a$ 에서 $f(a) = 5$
그런데 $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = x^2 + 1 \geq 1$ 이므로
$f(a) = a^2 + 1 = 5$
$\therefore a = 2(\because a \geq 0) \therefore g(5) = 2$
또, $g(0) = b$ 라 하면 $f^{-1}(0) = b$ 에서 $f(b) = 0$
그런데 $x < 0$ 일 때, $f(x) = x + 1 < 1$ 이므로
$f(b) = b + 1 = 0$
$\therefore b = -1 \therefore g(0) = -1$
$\therefore g(5) + g(0) = 2 - 1 = 1$

33. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 '$x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

① 3 개　② 4 개　③ 5 개　④ 6 개　⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 '$x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$'로부터 x가 S 의 원소이면 $(4-x)$도 S 의 원소이므로 $(4-x)$도 자연수이다.$1 \in S$ 이면 $(4-1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4-2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4-3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.
한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다.
따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면S_1만을 가질 때에는 $\{2\}$,S_2만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$,S_1, S_2를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$이다.
따라서 3개이다.

34. 두 집합 $A = \{2,\ 3,\ a,\ 7,\ b,\ 13,\ c\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } d \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 다음 중 $a+b+c+d$ 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

① 48　② 49　③ 50　④ 51　⑤ 52

해설

집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로
집합 $A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17\}$
ⅰ) $d = 17$, ⅱ) $d = 18$ 인 두 가지 경우가 있으므로
$5 + 11 + 17 + 17 = 50$, $5 + 11 + 17 + 18 = 51$ 이다.

35. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 12 이하의 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 3 이상 5 이하의 소수$\}$에 대하여 $X \subset A$, $B \subset X$이고 집합 X 의 원소의 개수가 5 인 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$
$B = \{3,\ 5\}$
$X \subset A,\ B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
$\{3,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$
집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5는 반드시 포함하고 원소의 개수가 5 개인 집합이므로
$\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $\{1, 3, 5, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 9, 11\}$, $\{3, 5, 7, 9, 11\}$의 4 개이다.

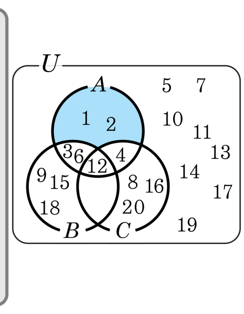
36. 전체집합 $U = \{x|x$는 20 이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x|x$는 12 의 약수$\}$,
$B = \{x|x$는 3 의 배수$\}$,
$C = \{x|x$는 4 의 배수$\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C^C$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답 :

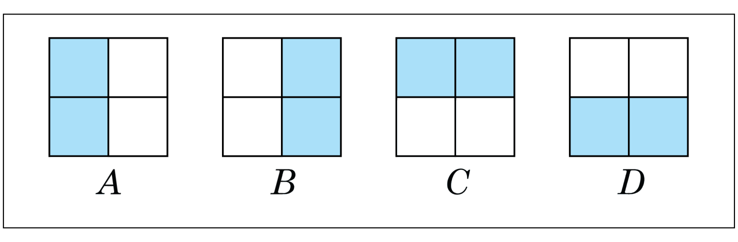
▷ 정답 : $\{1, 2\}$

해설

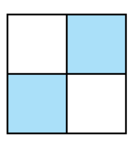
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots, 18, 19, 20\}$,
$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $(A - B) \cap C^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.
$\therefore (A - B) \cap C^C = \{1, 2\}$



37. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



① $(A-B)\cup(B-A)$　　② $(A\cup B)-(B\cap C)$

③ $(B-C)\cup(C-B)$　　④ $(A\cup C)-(A\cap C)$

⑤ $(B-C)\cup(C-B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$ 이다.

38. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = B \cap A^c$

④ $A \cap \varnothing^c = A$

⑤ $U - \varnothing = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.
④ $A \cap \varnothing^c = A \cap U = A$
⑤ $U - \varnothing = U = A \cup A^c$

39. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 2$ 의 역함수를 각각 f^{-1}, g^{-1} 라고 할 때, $\left(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f\right)(5)$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f &= f \circ \left(g^{-1} \circ f^{-1}\right) \circ f \\ &= f \circ g^{-1} \circ \left(f^{-1} \circ f\right) \\ &= f \circ g^{-1} \circ I \\ &= f \circ g^{-1} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은 $\left(f \circ g^{-1}\right)(5) = f(g^{-1}(5))$

$g^{-1}(5) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 5$

$-k + 2 = 5$ 에서 $k = -3$, 즉 $g^{-1}(5) = -3$

$\therefore f(g^{-1}(5)) = f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -7$

40. 함수 $y = |x-1| - |x-2|$ 의 그래프와 직선 $y = kx$ 가 세 점에서 만날 때, 상수 k 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\frac{1}{2}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ $\frac{1}{4}$　　④ $\frac{1}{5}$　　⑤ $\frac{1}{6}$

해설

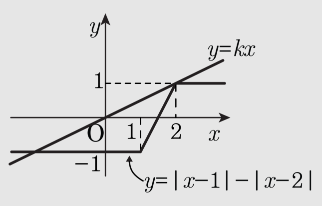
$y = |x-1| - |x-2|$

(i) $x \geq 2$ 일 때, $y = x - 1 - (x-2) = 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 = 2x - 3$

(iii) $x < 1$ 일 때, $y = -(x-1) + (x-2) = -1$

$y = |x-1| - |x-2|$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다.



$y = kx$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y = kx$ 의 그래프가 점 (2, 1) 을 지날 때

$1 = 2k \quad \therefore k = \frac{1}{2}$

따라서 두 그래프가 세 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는

$0 < k < \frac{1}{2}$ 이다.

그러므로 보기 중 위 범위에 속하지 않는 것은 ①이다.