

1. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 1981년도에 태어난 사람의 모임
- ② 유명한 사람의 모임
- ③ 10보다 큰 수의 모임
- ④ 작은 자연수의 모임
- ⑤ 태국인들의 모임

해설

- ① '1981년도'라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ② '유명한'이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ '10보다 큰'이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ '작은'이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 중 무한집합을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{x \mid x \text{는 아시아에 속하는 국가}\}$
- ㉡ $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 큰 자연수}\}$
- ㉢ $C = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이상의 자연수}\}$
- ㉣ $D = \{x \mid x \text{는 방위의 종류}\}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

해설

- ㉠ $A = \{\text{대한민국, 일본, 중국, } \dots, \text{싱가포르}\}$: 유한집합
- ㉡ $B = \{100, 101, 102, \dots\}$: 무한집합
- ㉢ $C = \{20, 21, 22, 23, 24, \dots\}$: 무한집합
- ㉣ $D = \{\text{동, 서, 남, 북}\}$: 유한집합

3. 두 집합 $A = \{x, 7\}$, $B = \{3, x+4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.
따라서 $x = 3$ 이다.

5. 세 집합 사이에 $\{1, 2, 3\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 3, 4\}$

해설

① $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2, 4\}$

④ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 3, 4\}$

6. 전체집합 U 와 그 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 다음 중 $B - A$ 의 설명은?

- ① $x \in A$ 그리고 $x \notin B$
- ② $x \in B$ 그리고 $x \notin A$
- ③ $x \in A$ 그리고 $x \in B$
- ④ $x \in A$ 또는 $x \in B$
- ⑤ $x \in U$ 그리고 $x \notin A$

해설

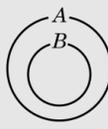
$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

7. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$ ③ $B - A = \emptyset$
④ $A - B = \emptyset$ ⑤ $A \cap B^c = \emptyset$

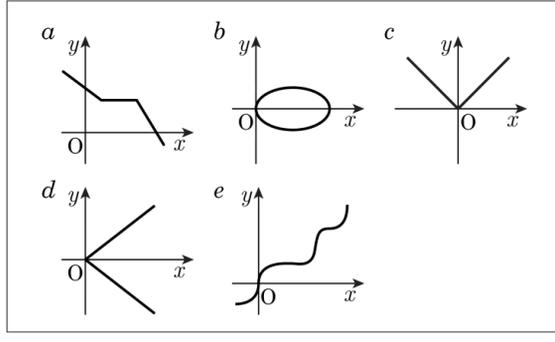
해설

$B \subset A$ 이면, 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



- ① $A \cap B = B$
② $A \cup B = A$
④ $A - B \neq \emptyset$
⑤ $A \cap B^c \neq \emptyset$

9. 다음 그래프 중 함수인 것은?



- ① a, b, c ② a, c, e ③ a, c, d ④ b, c, e ⑤ c, d, e

해설

[a] 함수 [b] 함수가 아니다. [c] 함수 [d] 함수가 아니다. [e] 함수
따라서 [a], [c], [e]만이 함수이다.

10. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(1) &= g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로} \\(h \circ g \circ f)(1) &= (h \circ (g \circ f))(1) \\ &= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5| \\ &= 3\end{aligned}$$

11. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$ 점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(2a - 5, -2)$ 이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
 $\therefore a = 2$

12. 점 P(2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

점 P(2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한

점 Q 는 Q(2, -1)

또, 점 P(2, 1) 을 원점에 대하여

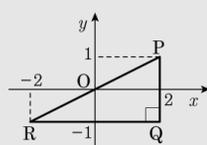
대칭이동한 점 R 는 R(-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P(2, 1), Q(2, -1), R(-2, -1) 을

꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



13. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

14. 집합 $A = \{\emptyset, x, y, \{x, y\}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

집합 A 에서 $\{x, y\}$ 와 \emptyset 은 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.
- ② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 \emptyset 과 $\{3\}$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

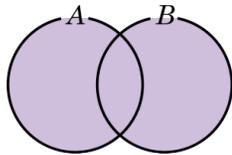
16. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 1은 반드시 원소로 하고 5는 원소로 하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

17. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



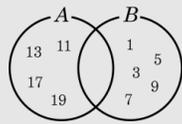
- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 17\}$
- ④ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면

$$A = \{11, 13, 17, 19\}$$

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{3, a-4, 9\}$, $B = \{7, b+3, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 9\}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

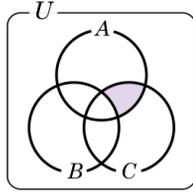
이므로

$$7 \in A \text{ 이므로 } a-4=7 \quad \therefore a=11$$

$$9 \in B \text{ 이므로 } b+3=9 \quad \therefore b=6$$

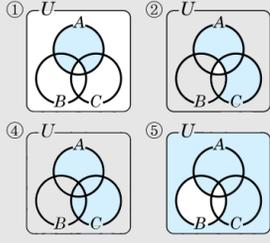
$$\therefore a-b=11-6=5$$

19. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 어두운 부분을 나타내는 집합은?



- ① $(A - B) \cup (A - C)$ ② $(A \cup C) \cap B^c$
 ③ $A \cap (C - B)$ ④ $C \cup (A - B)$
 ⑤ $B^c \cup (A - C)$

해설



20. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

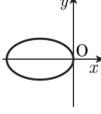
- ① -1 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

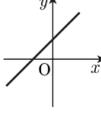
a, b, x, y 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
 $5 \times 3 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -\sqrt{15} \leq ax + by \leq \sqrt{15}$
따라서 4는 $ax + by$ 의 범위에 속하지 않는다.

21. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

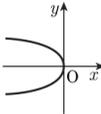
①



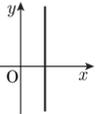
②



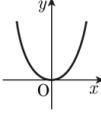
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. ⇒ ②

22. 다음 중 일반적으로 성립하는 성질이 아닌 것은 무엇인가?

① $g \circ f = f \circ g$

② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

③ $(f^{-1})^{-1} = f$

④ $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

⑤ $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

해설

합성함수의 성질에서
교환법칙은 성립하지 않는다.

23. 함수 $y = |x+1| - |x-3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x+1| - |x-3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x+1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x+1 + x-3 = 2x-2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

$$y = x+1 - (x-3) = 4$$

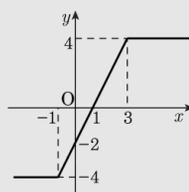
이상에서 주어진 함수의 그래프가 다

음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



24. 직선 $x-y+1=0$ 에 대하여 점 (1, 3) 과 대칭인 점의 좌표를 구하면?

- ① (-1, -2) ② (1, -3) ③ (-1, 2)
④ (1, 3) ⑤ (2, 2)

해설

i) 대칭인 점을 (X, Y) 라 하면, (1, 3) 과 (X, Y) 를 잇는 선분은 $y = x + 1$ 에 수직이다

$$\Rightarrow \frac{Y-3}{X-1} = -1 \Rightarrow X+Y-4=0$$

ii) (1, 3) 과 (X, Y) 의 중점은 $y = x + 1$ 위에 있다

$$\Rightarrow \frac{Y+3}{2} = \frac{X+1}{2} + 1 \Rightarrow X-Y=0$$

i), ii) 를 연립하면, $X = 2, Y = 2$

$\therefore (2, 2)$

25. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) (정답 2개)

- ① $4 \in A$
- ② $\emptyset \subset A$
- ③ $\{3, 7\} \in A$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\} \subset A$
- ⑤ $A \subset \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

해설

- ① $4 \notin A$
- ③ $\{3, 7\} \subset A$
- ⑤ $A \subset A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

26. 다음 중 명제 'x, y가 유리수이면 xy는 유리수이다.'의 이가 거짓임을 밝히기 위한 반례로 옳은 것은?

① $x = 0, y = 2$

② $x = 1, y = 2$

③ $x = 0, y = \sqrt{2}$

④ $x = 1, y = \sqrt{2}$

⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$

해설

'x, y가 유리수이면 xy는 유리수이다.'의 이는 'x또는y가 유리수가 아니면 xy는 유리수가 아니다.' 여기에서 가정을 성립시키면서 결론을 성립시키지 않는 것을 찾으려 한다.
즉, ③ $x = 0, y = \sqrt{2}$ 가 반례로 적당하다.

27. 다음 명제 중 그 역이 참인 것은?

- ① $|a| = a$ 이면 $a < 0$ 이다.
- ② $xy \leq 0$ 이면 $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이다.
- ③ a, b 가 짝수이면 $a + b$ 는 짝수이다.
- ④ $x = y$ 이면 $ax = ay$ 이다.
- ⑤ $x = y = 0$ 이면 $x + y = 0$ 이고 $xy = 0$ 이다.

해설

각 명제의 역을 구하면

① $a < 0$ 이면 $|a| = a$ 이다. (거짓)

(반례) $a = -1 < 0$ 이면 $|-1| = 1 \neq -1$

② $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이면 $xy \leq 0$ 이다. (거짓)

(반례) $x = -1, y = -1$ 이면 $xy > 0$ 이다.

③ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다. (거짓)

(반례) $a = 1, b = 3$ 일 때, $a + b$ 는 짝수이지만 a, b 는 홀수이다.

④ $ax = ay$ 이면 $x = y$ 이다. (거짓)

(반례) $a = 0, x = 1, y = 2$ 일 때, $ax = ay$ 이지만 $x \neq y$ 이다.

⑤ $x + y = 0$ 이고 $xy = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다. (참)

28. 자연수 n 에 대하여 ' n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.'를 증명하는 과정이다. 이 때 괄호 안에 들어갈 알맞은 논리 중 틀린 것을 아래의 보기에서 고르면?

증명

주어진 명제의 (①)를 구하여 보면 n 이 (②)이면 n^2 도 (②)이다. 이 때 n 이 (②)이므로 $n =$ (③) (k 는 0 또는 자연수) 이 때 $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
 $\therefore n^2$ 은 (②)이다. 따라서, (①)가 (④)이므로 주어진 명제는 (⑤)이다.

- ① 대우 ② 홀수 ③ $2k + 1$
④ 거짓 ⑤ 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

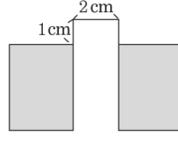
29. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

- ① $p : x = 0$ 이고 $y = 0, q : xy = 0$
- ② $p : x^2 = 9, q : x = 3$
- ③ $p : x, y$ 는 모두 짝수, $q : x + y$ 는 짝수
- ④ $p : x \neq 0$ 이고 $y \neq 0, q : xy \neq 0$
- ⑤ $p : x$ 는 유리수, $q : x^2$ 은 유리수

해설

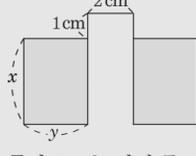
- ① $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = 0, y = 1$)
- ② $p \rightarrow q$: 거짓 ($x^2 = 9$ 이면 $x = \pm 3$)
- ③ $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = 1, y = 3$ 이면 $x + y = 4$)
- ④ 필요충분조건
- ⑤ $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = \sqrt{2}$ 이면 $x^2 = 2$)

30. 폭이 200cm인 긴 양철판을 구부러서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 단면이 아래 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면의 최대 넓이에 가장 가까운 값은?



- ① 1000 cm² ② 1200 cm² ③ 1600 cm²
 ④ 2000 cm² ⑤ 2400 cm²

해설



물이 흐르는 단면 중 한 쪽 직사각형의 가로를 y cm, 세로를 x cm 라고 하면

$$4x + 2y + 2 + 1 \times 2 = 200 \text{ 에서}$$

$$4x + 2y = 196 \quad x > 0, y > 0 \text{ 이므로}$$

(산술평균) \geq (기하평균) 에서

$$\frac{4x + 2y}{2} \geq \sqrt{4x \cdot 2y} = 2\sqrt{2}\sqrt{xy}$$

$$\sqrt{xy} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{196}{2}$$

$$\therefore xy \leq \frac{49^2}{2}, \quad 2xy \leq 49^2, \quad 2xy \leq 2401$$

따라서 단면의 최대 넓이는 $2xy = 2401$

31. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(n) =$
$$\begin{cases} n-1 & (n \geq 100 \text{일 때}) \\ f(f(n+2)) & (n < 100 \text{일 때}) \end{cases}$$
에서 $f(98)$ 의 값을 구하면?

- ① 80 ② 85 ③ 95 ④ 99 ⑤ 102

해설

자연수 n 에 대하여

$$f(n) = \begin{cases} n-1 & (n \geq 100 \text{일 때}) \\ f(f(n+2)) & (n < 100 \text{일 때}) \end{cases} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} f(98) &= f(f(100)) = f(99) = f(f(101)) \\ &= f(100) = 99 \end{aligned}$$

32. 함수 $f_n(x)$ (n 은 자연수)는 보기의 두 조건을 만족한다.

보기

$$\textcircled{1} f_1(x) = \frac{1-x}{x+1}$$

$$\textcircled{2} f_n(x) = (f_{n-1} \circ f_1)(x) (n = 2, 3, 4, \dots)$$

이 때, $f_{2007}(2)$ 의 값은? (단, $x \neq -1$)

① $\frac{1}{3}$

② 2

③ $\frac{1}{5}$

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$$f_1(2) = -\frac{1}{3}, f_2(2) = 2, f_3(2) = -\frac{1}{3}, f_4(2) = 2 \dots$$

$$\Rightarrow f_{2n}(2) = 2, f_{2n+1}(2) = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore f_{2007}(2) = -\frac{1}{3}$$

33. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -4x + 5$ 에 대하여 $f \circ h = g$ 가 성립할 때, 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(-5)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$f \circ h = g \text{ 의 양변의 왼쪽에 } f^{-1} \text{ 를 함성하면 } f^{-1} \circ (f \circ h) = f^{-1} \circ g$$

$$f^{-1} \circ (f \circ h) = (f^{-1} \circ f) \circ h = I \circ h = h \text{ (단, } I \text{ 는 항등함수)}$$

$$\therefore h = f^{-1} \circ g$$

한 편, $f(x) = 2x - 1$ 에서 $y = 2x - 1$ 로 놓고, x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}(y + 1)$$

$$x \text{ 와 } y \text{ 를 바꾸어 쓰면 } y = \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(-4x + 5) = \frac{1}{2}(-4x + 5 + 1) = -2x + 3$$

$$\therefore h(-5) = -2 \cdot (-5) + 3 = 13$$