1. 일차방정식 $2x+5y-1=0$ 의 해가 $(3,k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

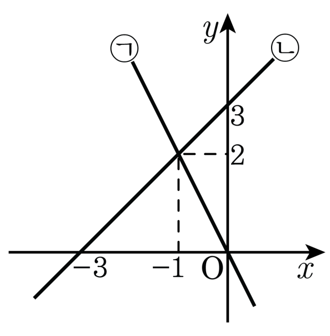
해설

$2x+5y-1=0$ 에 $(3,k)$ 를 대입하면

$6+5k-1=0$

$k=-1$

2. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = a & \cdots ㉠ \\ 2x + y = b & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 두 일차방정식의 그래프를 그렸다. $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)



① -5　　② -3　　③ -1　　④ 3　　⑤ 5

해설

교점의 좌표 $(-1,\ 2)$ 가 연립방정식의 해이므로 $x = -1$, $y = 2$ 를 두 방정식에 대입하면 $-1 - 2 = a$

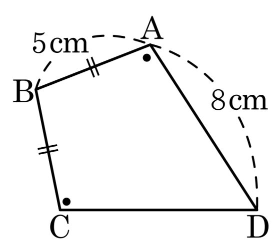
$\therefore a = -3$

$2 \times (-1) + 2 = b$

$\therefore b = 0$

따라서 $a - b = -3$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle C$ 이다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이는?

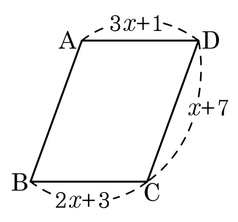


① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

△ABC 는 이등변삼각형이고 $\angle A = \angle C$ 이므로
$\angle DAC = \angle DCA$, $\overline{CD} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
$\therefore$ (둘레의 길이) $= (5 + 8) \times 2 = 26(\text{cm})$

4. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 3x + 1$, $\overline{BC} = 2x+3$, $\overline{CD} = x+7$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

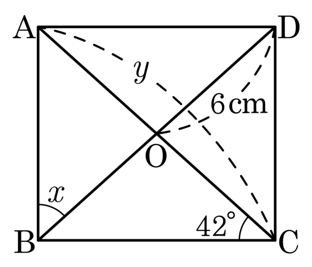
해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$3x + 1 = 2x + 3$, $x = 2$

$\overline{AB} = \overline{DC} = x + 7 = 2 + 7 = 9$

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $x,\ y$의 값이 옳게 짝지어진 것은?

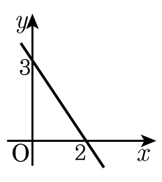


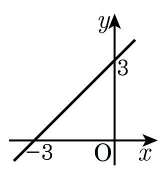
① $x = 42°,\ y = 12\text{cm}$
② $x = 48°,\ y = 12\text{cm}$
③ $x = 48°,\ y = 6\text{cm}$
④ $x = 58°,\ y = 12\text{cm}$
⑤ $x = 58°,\ y = 6\text{cm}$

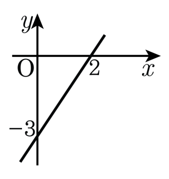
해설

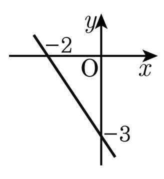
직사각형의 한 내각의 크기는 $90°$, $\angle\text{OBC} = 42°$ $\therefore x = 90 - 42 = 48°$
직사각형은 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로 $y = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$

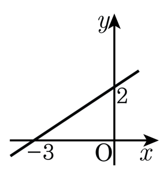
6. 다음 중 일차방정식 $3x-2y-6=0$ 의 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

$(2,0)$, $(0,-3)$ 이 일차방정식 $3x-2y-6=0$ 의 해이므로 그래프는 ③과 같다.

7. 다음 일차방정식 중 그 그래프가 점 $(-2,\ 1)$ 을 지나지 <u>않는</u> 것은?

① $2x - 3y + 7 = 0$ ② $-x + 3y - 5 = 0$

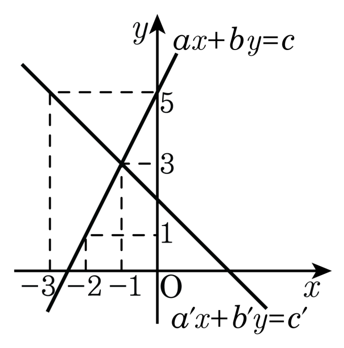
③ $2x - 2y + 6 = 0$ ④ $\frac{1}{2}x - 2y + 3 = 0$

⑤ $\frac{4}{5}x - \frac{2}{5}y + 1 = 0$

해설

주어진 보기에 $(-2,\ 1)$ 을 대입하면 ⑤는 성립하지 않는다.

8. 다음 그림은 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ 을 그래프로 나타낸 것이다. 이 연립방정식의 해를 (a, b) 라고 할 때, a^2+2b 의 값은?

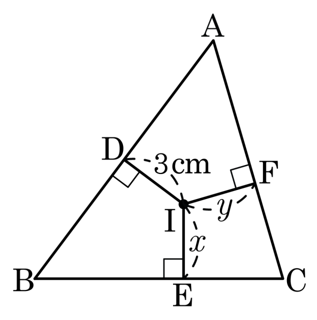


① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

연립방정식의 해는 그래프에서 두 직선의 교점과 같다. 해가 $(-1,\ 3)$ 이므로 $a^2+2b=1+6=7$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\overline{\mathrm{ID}} = 3\mathrm{cm}$일 때, $x + y$의 길이는?



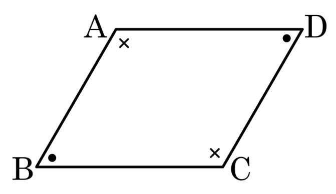
① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\mathrm{cm})$이다.

$\therefore\ x + y = 6(\mathrm{cm})$

10. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?

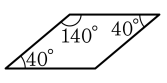


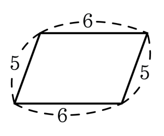
$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC},\ \overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$

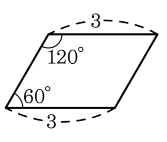
① 45° ② 60° ③ 90° ④ 180° ⑤ 360°

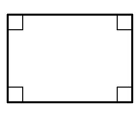
해설
동측내각의 합이 180°이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

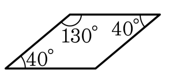
11. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 같다.

⑤ $130° + 40° \neq 180°$

12. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되기 위해서는 $\overline{AC} = \square$ 이거나 $\angle A = \square°$ 이면 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

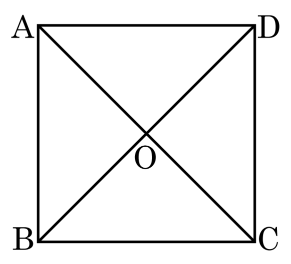
▷ 정답 : $\overline{BD}$

▷ 정답 : 90

해설

한 내각이 직각이거나 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$ ② $\angle AOB = 90°$ ③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ⑤ $\overline{BC} = \overline{OC}$

해설

정사각형은 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이고, $\angle AOB = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

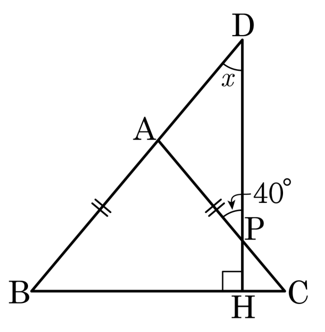
14. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

15. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 35°　　② 40°　　③ 45°　　④ 50°　　⑤ 55°

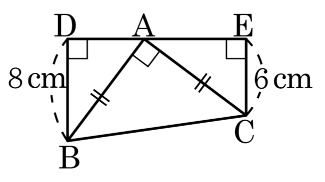
해설

$\triangle$PHC 에서 맞꼭지각의 성질에 의해 $\angle CPH = 40^\circ$
따라서 $\angle PHC = \angle CPH + \angle C$ 이므로
$90^\circ = 40^\circ + \angle C$
$\therefore \angle C = 50^\circ$
$\angle BAC = \angle x + 40^\circ$ 이고 $\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 50^\circ$
삼각형 내각의 합은 180° 이므로

$$\begin{aligned} 180^\circ &= \angle BAC + \angle B + \angle C \\ &= (\angle x + 40^\circ) + 2\angle C \\ &= \angle x + 40^\circ + 100^\circ \\ &= \angle x + 140^\circ \end{aligned}$$

$\therefore \angle x = 40^\circ$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC=90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 14 cm

해설

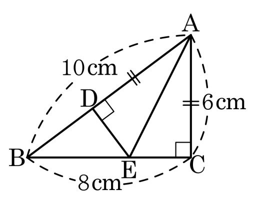
$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ 이므로

$\overline{DA}=\overline{EC}=6\,\mathrm{cm}$

$\overline{AE}=\overline{BD}=8\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{DE}=6+8=14(\,\mathrm{cm})$

17. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{AC}=6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?

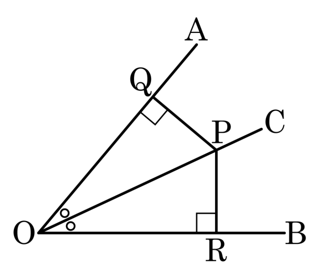


① $\frac{1}{3}$ 배　② $\frac{1}{2}$ 배　③ $\frac{1}{4}$ 배
④ $\frac{1}{5}$ 배　⑤ $\frac{1}{6}$ 배

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD}=4\text{cm}$
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{EC}+\overline{BE}=\overline{BC}=8\text{cm}$ 이므로
$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$=4+8=12(\text{cm})$
$\triangle ABC=10+8+6=24(\text{cm})$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 배이다.

18. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$　　② $\angle OQP = \angle ORP$

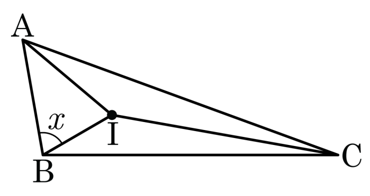
③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$　　④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것이므로
$\angle OQP = \angle ORP = 90°$ (②)
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통
ⅱ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (∵가정)
ⅲ) $\angle QOP = \angle ROP$ (∵가정)
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로
$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)
합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.
또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

19. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내심을 I라 하고 $\angle \mathrm{AIB} : \angle \mathrm{BIC} : \angle \mathrm{AIC} = 5 : 6 : 7$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle \mathrm{AIB} : \angle \mathrm{BIC} : \angle \mathrm{AIC} = 5 : 6 : 7$이므로

$\angle \mathrm{AIB} = 360° \times \dfrac{5}{5+6+7} = 100°$,

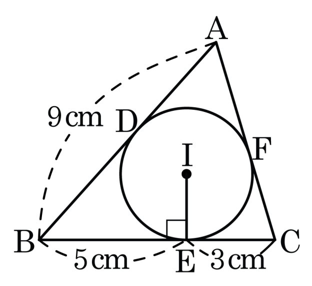
$\angle \mathrm{BIC} = 360° \times \dfrac{6}{5+6+7} = 120°$, $\angle \mathrm{AIC} = 360° \times \dfrac{7}{5+6+7} = 140°$이다.

점 I가 삼각형의 내심일 때,

$\angle \mathrm{AIC} = 140° = 90° + \dfrac{1}{2}\angle \mathrm{B}$이므로

$\angle \mathrm{B} = 100°$, $\angle x = \dfrac{1}{2}\angle \mathrm{B} = 50°$이다.

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



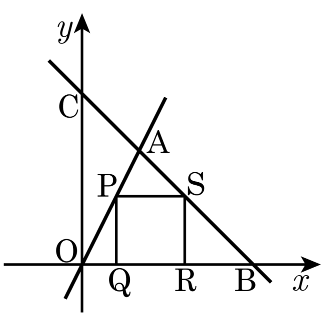
① 22cm^2　　② 23cm^2　　③ 24cm^2
④ 25cm^2　　⑤ 26cm^2

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$ 이므로
$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (9 + 8 + 7) = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림의 $y = 2x$, $y = -x + 6$ 의 교점을 A 라 하고, □PQRS 는 정사각형이다. 점 P 의 x 좌표가 a 일 때, 점 A 를 지나면서 정사각형 PQRS 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?



① $y = 7x + 18$　　② $y = 7x - 18$　　③ $y = -7x + 18$

④ $y = -7x - 18$　　⑤ $y = 7x + 8$

해설

P$(a,\ 2a)$, Q$(a,\ 0)$, R$(3a,\ 0)$, S$(3a,\ 2a)$

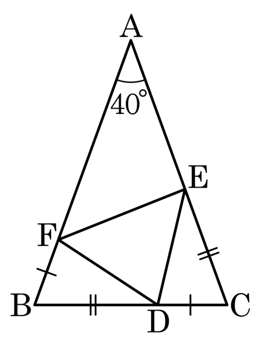
S 가 $y = -x + 6$ 위의 점이므로

$2a = -3a + 6 \qquad \therefore\ a = \frac{6}{5}$

정사각형 PQRS 의 넓이를 이등분하는 직선은 P, R 의 중점 $(2a,\ a)$ 를 지나므로

A$(2,\ 4)$ 와 $\left(\frac{12}{5},\ \frac{6}{5}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -7x + 18$

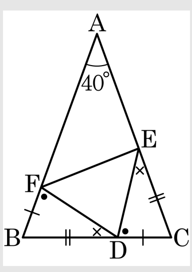
22. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 40°$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 위에 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 가 되도록 점 D, E, F 를 잡은 것이다. 이 때, $\angle DEF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 55°

해설



$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 이고, $\angle B = \angle C$ 이므로

$\triangle BDF \equiv \triangle CED$ ($\because$ SAS 합동)

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$ 이므로

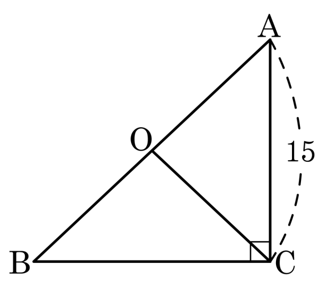
$$\begin{aligned}\angle EDF &= 180° - (\angle BDF + \angle CDE) \\ &= 180° - (\angle BDF + \angle BFD) \\ &= \angle B\end{aligned}$$

$\therefore \angle EDF = \angle B = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

$\overline{DF} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle DEF = \dfrac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

23. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



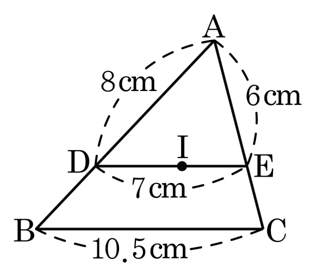
▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

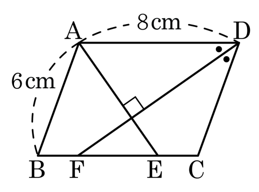
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC}$$
$$= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\mathrm{cm})$$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$ 이므로
$\angle A + \angle D = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle D = 90°$ 인데
$\angle FDA + \angle DAE = 90°$ 이므로
$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
$\therefore \angle DAE = \angle EAB$
$\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 에서
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로,
$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)
$\angle ADF = \angle CFD$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{BE} = \overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CF} = \overline{DC} = 6\text{cm}$
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로
$8 = 6 + 6 - \overline{EF}$
$\therefore \overline{EF} = 4\text{cm}$