1. 일차방정식 $2x + ay = 10$ 의 한 해는 $(2, 3)$ 이고, 또 다른 해는 $(b, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

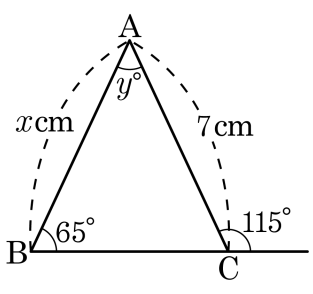
▷ 정답: 3

해설

$(2, 3)$ 을 일차방정식 $2x + ay = 10$ 에 대입하면
$4 + 3a = 10$, $a = 2$
$(b, 4)$ 를 일차방정식 $2x + 2y = 10$ 에 대입하면

$2b + 8 = 10$
$b = 1$
$\therefore a + b = 2 + 1 = 3$

2. 다음 그림과 같이 △ABC 가 주어졌을 때, x, y의 값은?



① $x=6,\ y=50°$ ② $x=7,\ y=45°$

③ $x=7,\ y=50°$ ④ $x=7,\ y=65°$

⑤ $x=8,\ y=50°$

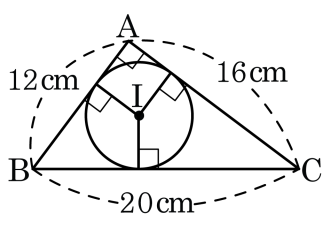
해설

$\angle ACB = 65°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore x=7$

그리고 $y = 180° - 65° \times 2 = 50°$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 96cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(12+16+20)x = 96\text{cm}^2$

$\therefore\ x = 4\text{cm}$

4. 다음 보기 중 평행사변형이 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형

㉢ 두 대각선의 길이가 같은 사각형

㉣ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형

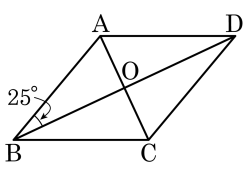
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

평행사변형이 되는 조건에 해당하는 것은 ㉠, ㉣ 이다.

5. 다음 그림의 마름모 ABCD 에서 $\angle ABD = 25^\circ$ 일 때, $\angle DAC$ 의 크기는?



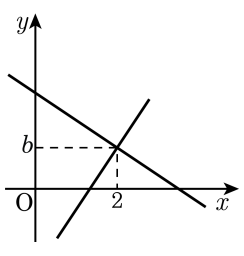
① 45° ② 50° ③ 55°

④ 60° ⑤ 65°

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직 이등분하므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ 이고
$\angle ABO = \angle ADO = 25^\circ$ 이다.
수직 이등분하므로 $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC$ 의 크기는
$25^\circ + 90^\circ + \angle DAC = 180^\circ$ 이다.
따라서 $\angle DAC = 65^\circ$ 이다.

6. 미지수가 2개인 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ ax+3y=7 \end{cases}$ 의 해를 그래프를 이용하여 구한 것이다. 이때, $a-b$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=2,\ y=b$를 $3x-2y=4$에 대입하면 $b=1$
$x=2,\ y=1$를 $ax+3y=7$에 대입하면 $a=2$
따라서 $a-b=2-1=1$이다.

7. 두 직선 $2x+y-a=0$ 과 $x-3y-a+2=0$ 의 교점이 직선 $y=\frac{2}{3}x$ 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{16}{11}$

해설

$2x+y-a=0$ 을 a 에 대하여 정리하면
$a=2x+y$ 이다.
$x-3y-a+2=0$ 에 $a=2x+y$ 를 대입하면
$x-3y-2x-y+2=0$
$\Rightarrow -x-4y=-2$
$\Rightarrow x+4y=2$
또, $y=\frac{2}{3}x$ 와 한 점에서 만나므로

$$\begin{cases} x+4y=2 & \cdots ㉠ \\ \frac{2}{3}x=y & \cdots ㉡ \end{cases}$$

①을 ㉡에 대입하면 $x+\frac{8}{3}x=2$ 이고,
양변에 3 을 곱하면 $3x+8x=6$,
$x=\frac{6}{11}$ 이고, $y=\frac{4}{11}$ 이다.
따라서 $a=2x+y=\frac{2\times 6}{11}+\frac{4}{11}=\frac{12}{11}+\frac{4}{11}=\frac{16}{11}$ 이다.

8. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

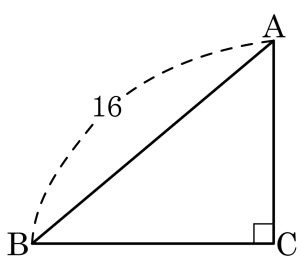
[증명]
$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
$\angle POA =$ (①) ·····㉠
(②) 는 공통 ·····㉡
(③) $= \angle OBP = 90°$ ·····㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
$\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$ ② $\overline{OP}$ ③ $\angle OAP$
④ RHS ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서$\angle POA =$ ($\angle POB$) ·····㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 ·····㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90°$ ·····㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore$ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

9. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

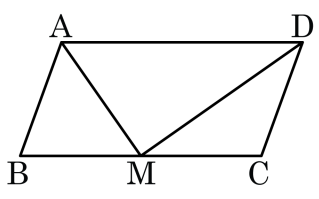


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

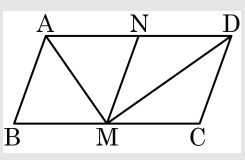
10. 다음과 같이 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점일 때, $\angle BMA + \angle CMD$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 90°

해설



위의 그림과 같이 변 AB, CD 와 평행하고 점 M 을 지나는 선분 MN 을 그으면

$\overline{AB} = \overline{BM} = \overline{CM} = \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 은 이등변삼각형이다.

$\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 에서 $\angle B + \angle C = 180°$ 이고 두 삼각형의 내각의 총합은 $360°$ 이므로

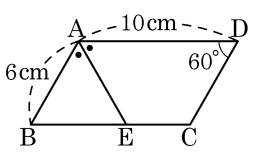
$\angle BAM + \angle BMA + \angle CMD + \angle CDM = 180°$

$\angle BAM = \angle BMA$, $\angle CMD = \angle CDM$ 이므로

$2(\angle BMA + \angle CMD) = 180°$

$\therefore \angle BMA + \angle CMD = 90°$

11. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{AD} = 10\text{cm}$ 이고 $\overline{AE}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선일 때, 선분 EC 의 길이는?



① 13cm ② 3.5cm ③ 4cm

④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)
$\angle BAE = \angle AEB$ 이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\overline{AB} = \overline{BE} = 6(\text{cm})$
$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

12. 다음은 '직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.' 를 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 들어갈 말로 옳은 것은?

(가정) $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
$\square$
따라서, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

① 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

② 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

③ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

④ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

⑤ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

해설

(가정) $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

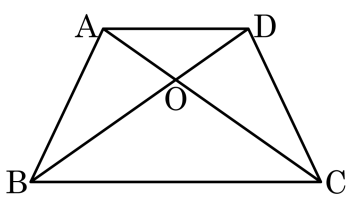
13. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

① 평행사변형　② 등변사다리꼴　③ 정사각형
④ 마름모　⑤ 직사각형

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 148 ② 150 ③ 162 ④ 175 ⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$
$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

15. 두 일차함수 $y=(a+1)x+3,\ y=b-2x$의 그래프가 서로 만나지 않기 위한 조건은?

① $a=-3,\ b\neq 3$　② $a\neq -3,\ b=3$

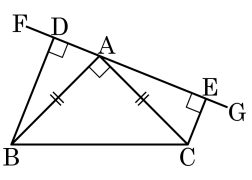
③ $a\neq -3,\ b\neq -3$　④ $a=-2,\ b=-3$

⑤ $a\neq -2,\ b=3$

해설

서로 만나지 않기 위해서 두 그래프는 평행해야 한다.
따라서 두 그래프의 기울기는 서로 같고, y절편이 달라야 하므로
$a+1=-2,\ b\neq 3$이다.
$\therefore a=-3,\ b\neq 3$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\angle BAC = 90°$, $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = 7$, $\overline{CE} = 3$)



① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

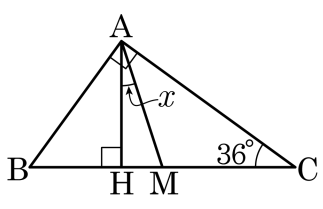
$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 7$ 이고,
사다리꼴 EDBC 의 넓이는
$\frac{1}{2}(\overline{DB} + \overline{EC}) \times \overline{ED} = \frac{1}{2}(7+3) \times (3+7) = 50$ 이다.

$\triangle BAD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \square EDBC - \triangle BAD - \triangle ACE$

$= 50 - \frac{21}{2} - \frac{21}{2} = 29$

17. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

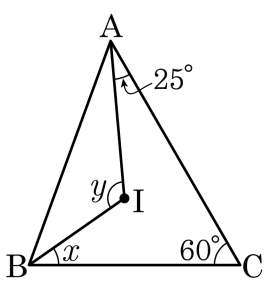


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$ 일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$ ② $125°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

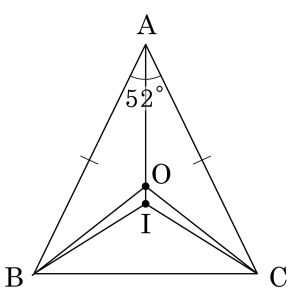
해설

i) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ii) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

19. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때, ∠OBI의 크기를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6°

해설

점 I가 내심이므로 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times 52° = 26°$

또한, 점 O가 외심이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 26°$

이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = \angle IBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$

$\therefore \angle OBI = 32° - 26° = 6°$

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 점 P를 잡았다. $\triangle APB = 24\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle APD = 20\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle DPC = 14\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle PBC$의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{18\,\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle APB + \triangle DPC = \triangle APD + \triangle PBC$

$24 + 14 = 20 + \triangle PBC$

$\therefore\ \triangle PBC = 18\ (\mathrm{cm}^2)$

21. 세 직선 $-x+2y-a=0$, $bx-y+4=0$, $cx+dy+1=0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 꼭짓점 중 2 개의 좌표가 각각 $(0,\ 3)$, $(1,\ 3)$ 일 때, a, b, c, d 의 값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=6$

▷ 정답: $b=-1$

▷ 정답: $c=0$

▷ 정답: $d=-\frac{1}{3}$

해설

$-x+2y-a=0$ 에서 $y=\frac{1}{2}x+\frac{a}{2}\cdots$ ㉠

$bx-y+4=0$ 에서 $y=bx+4\cdots$ ㉡

$cx+dy+1=0\cdots$ ㉢

$(0,\ 3)$, $(1,\ 3)$ 을 지나는 직선은 x 축에 평행하고 y 절편이 3 이므로 ㉢ 이고,

$(0,\ 3)$ 을 지나는 다른 한 직선은 y 절편이 3 이므로 ㉠ 이다.

따라서 $(1,\ 3)$ 을 지나는 다른 한 직선은 ㉡ 이 된다.

$(0,\ 3)$ 은 ㉠, ㉢

$(1,\ 3)$ 은 ㉡, ㉢ 위에 있으므로

$3=\frac{a}{2}$ 에서 $a=6$ 이다.

$3d=-1$ 에서 $d=-\frac{1}{3}$

$3=b+4$ 에서 $b=-1$

$c+3d+1=0$ 에서 $c=0$

$\therefore a=6,\ b=-1, c=0, d=-\frac{1}{3}$ 이다.

22. 두 직선 $y = x+2$, $y = 2x-1$ 의 교점을 지나고, 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식 $ax + by + c = 0$ 의 식은?

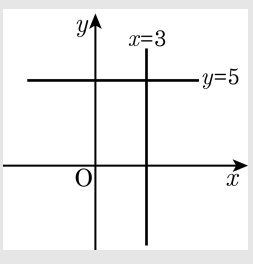
① $x - 3 = 0$　　② $y - 5 = 0$

③ $3x - 2y + 5 = 0$　　④ $x + 2y - 3 = 0$

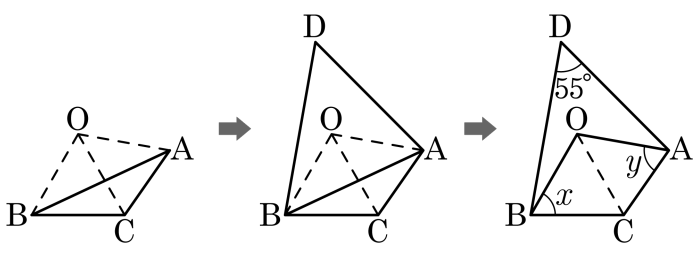
⑤ $y = 3x + 5$

해설

두 직선의 교점 (3, 5) 를 지나고 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식을 그래프에 나타내어 보면 $y = 5$ 임을 알수 있다.



23. 점 O 를 외심으로 하는 △ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 △ABD 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



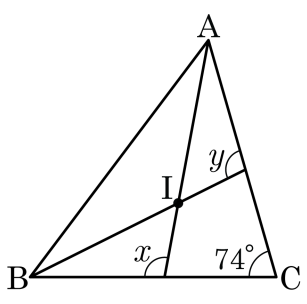
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 125 °

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
□AOBC 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



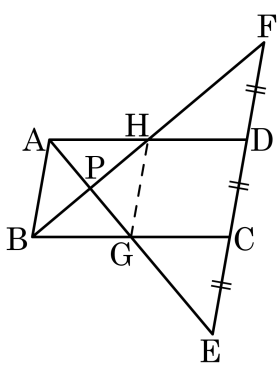
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 201°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle IAB = \angle IAC = a$,
$\angle ABI = \angle CBI = b$ 라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 74° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 53°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 74°) + (\angle b + 74°) = \angle a + \angle b + 148° = 201°$

25. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD} = 6$이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$일 때, □ABGH의 둘레의 길이를 구하면?



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$
$\angle ABH = \angle HFD$(엇각)
$\angle BAH = \angle HDF$(엇각)이므로
$\triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AH} = \overline{HD} = 3$이다.
마찬가지로 $\triangle ABG \equiv \triangle ECG$에서 $\overline{BG} = 3$이므로
□ABGH는 마름모이다.
따라서 둘레의 길이는 $3 \times 4 = 12$이다.