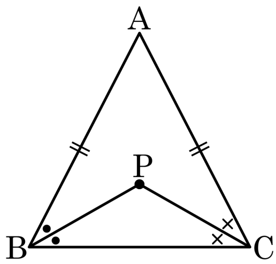
1. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 ∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 P라 하면 △PBC도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = \boxed{\text{(가)}}$

$\angle PBC = \boxed{\text{(나)}}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{\text{(나)}}\angle ACB$

$\therefore \boxed{\text{(다)}}$

즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.

따라서 $\boxed{\text{(마)}}$ 는 이등변삼각형이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) ∠ACB
② (나) 2
③ (다) ∠PBC = ∠PCB
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) △PBC

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = (\angle ACB)$

$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,

$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$

$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$

즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$) 이다.

따라서 (△PBC)는 이등변삼각형이다.

2. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
> $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
> $\angle BAD = \boxed{\text{(㉮)}} \cdots$ ㉠
> $\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
> $\angle B = \boxed{\text{(㉯)}}$ 이므로
> $\angle ADB = \boxed{\text{(㉰)}} \cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해
> $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{\text{(㉱)}}$ 합동) 이므로
> $\boxed{\text{(㉲)}}$
> $\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

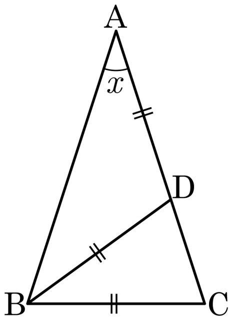
(㉮) ~ (㉲) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (㉮) $\angle CAD$
② (㉯) $\angle C$
③ (㉰) $\angle ADC$
④ (㉱) SAS
⑤ (㉲) $\overline{AB} = \overline{AC}$

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle B = \angle C$ 이므로
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
$\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle ABD = x°$ 이고

$\angle BDC = \angle x + \angle x = 2\angle x$

또한 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle BDC = \angle BCD = 2\angle x$

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

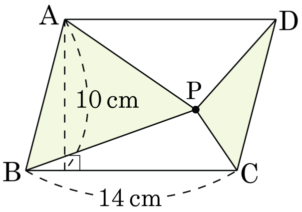
$\angle ABC = \angle ACB = \angle BCD = 2\angle x$

따라서 $\triangle ABC$ 의 내각의 합을 이용하면

$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 36°$

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P를 잡을 때, $\triangle ABP$ 와 $\triangle CDP$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $70\,cm^2$

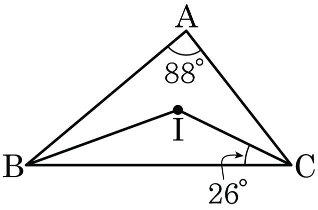
해설

$\square ABCD = 14 \times 10 = 140(cm^2)$

$\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle ADP + \triangle BCP$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle ABP + \triangle CDP &= \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{2} \times 140 \\ &= 70(cm^2)\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A = 88°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



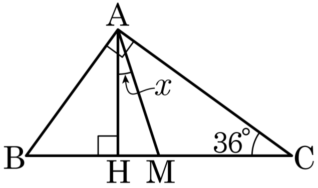
① $44°$ ② $67°$ ③ $84°$ ④ $134°$ ⑤ $176°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 88° = 134°$

6. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

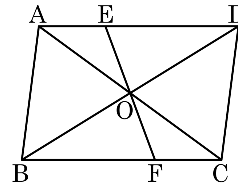
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $x = 18°$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}:\overline{ED}=1:2$, $\triangle OFC=5\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 (　　　)cm^2 이다. (　　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



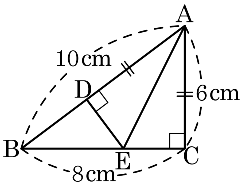
▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO=\angle FCO$,
$\angle EOA=\angle FOC$, $\overline{AO}=\overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOE\equiv\triangle COF$ (ASA 합동)
$\therefore \triangle AOE=\triangle COF=5(\text{cm}^2)$
$\triangle AOE$ 와 $\triangle DOE$ 에서 높이는 같고 밑변이 $1:2$ 이므로 $\triangle AOE:\triangle DOE=1:2$
$\therefore \triangle DOE=2\triangle AOE=10(\text{cm}^2)$
$\triangle AOD=5+10=15(\text{cm}^2)$
$\overline{AO}=\overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOD=\triangle DOC,\ \triangle AOB=\triangle COB$,
$\overline{BO}=\overline{DO}$ 이므로
$\triangle ABO=\triangle ADO,\ \triangle CBO=\triangle CDO$
$\rightarrow \triangle AOB=\triangle BOC=\triangle COD=\triangle DOA=15(\text{cm}^2)$
$\therefore$ □ABCD $=15\times 4=60(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{AC}=6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?



① $\frac{1}{3}$ 배 ② $\frac{1}{2}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배
④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{6}$ 배

해설

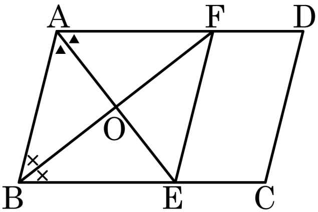
$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD}=4\text{cm}$

$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{EC}+\overline{BE}=\overline{BC}=8\text{cm}$ 이므로

$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$=4+8=12(\text{cm})$

$\triangle ABC=10+8+6=24(\text{cm})$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 배이다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형

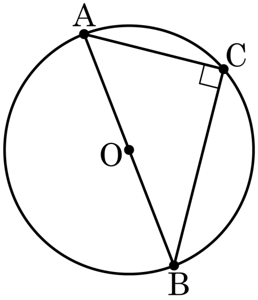
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$

이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$의 길이가 7π라 할 때 $\overline{AO}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로

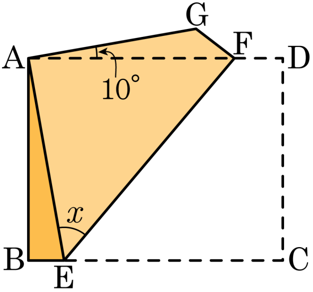
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π이다.

원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로

$\overline{AO} = 7$이다.

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 A 에 오도록 접었다. $\angle GAF = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



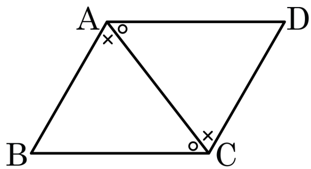
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $50\underline{°}$

해설

$\angle GAE = 90°$ 이고 $\angle GAF = 10°$ 이므로 $\angle FAE = 80°$ 이다.
$\angle FEC = \angle AFE = \angle AEF = \angle x$ 이므로 $\triangle AEF$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $(180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x = 50°$ 이다.

12. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 ⋯ ㉠

$\overline{AB} // \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉡

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

$\therefore \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$　② ㄴ : $\overline{AC}$　③ ㄷ : $\overline{DC}$

④ ㄹ : $\angle BCA$　⑤ ㅁ : SAS

해설

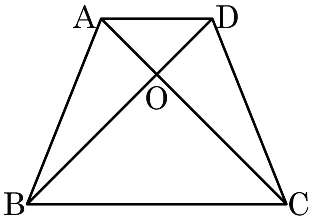
△ABC와 △CDA에서 $\overline{AC}$는 공통

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

13. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle AOD = 9\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 3 : 7$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $100\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

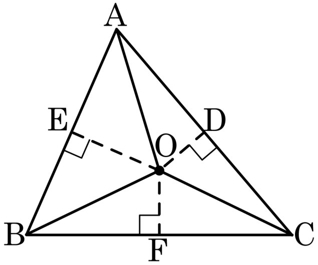
$\triangle DOC = \dfrac{7}{3} \times 9 = 21\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$ 이므로

$\triangle OBC = \dfrac{7}{3} \times 21 = 49\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 9 + 21 \times 2 + 49 = 100\,(\mathrm{cm}^2)$

14. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① △OBE ≡ △OBF

② △OCF ≡ △OCD

③ △OBE ≡ △OAE

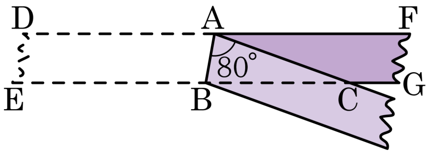
④ △AOD ≡ △COD

⑤ △OBF ≡ △OCF

해설

△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

15. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었다. $\angle BAC = 80°$일 때, 다음 중 각의 크기가 $\angle BAC$와 <u>다른</u> 것을 모두 고르면?



① $\angle DAB$　　② $\angle ABE$　　③ $\angle ABC$

④ $\angle ACB$　　⑤ $\angle CAF$

해설

① 종이 테이프를 접으면 $\angle BAC = \angle DAB = 80°$

② $\angle ABE = 180° - \angle ABC = 180° - 80° = 100°$

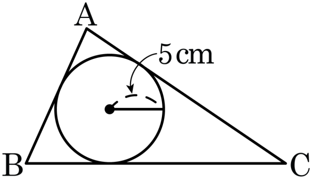
③ $\angle BAC = \angle ABC = 80°$ (엇각)

④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ACB = 180° - 80° - 80° = 20°$

⑤ $\angle CAF = \angle ACB = 20°$ (엇각)

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 $5\,cm$ 이다. $\triangle ABC = 120\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 48 cm

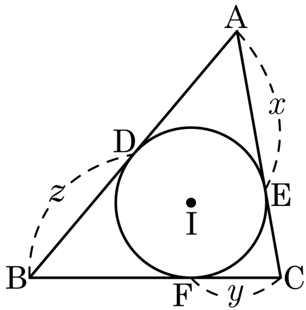
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$

$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\,cm)$

17. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 내접원의 접점일 때, △ABC 의 둘레가 24cm 이다. $x+y+z$의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

㉠ 11cm	㉡ 12cm	㉢ 13cm
㉣ 14cm	㉤ 15cm	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

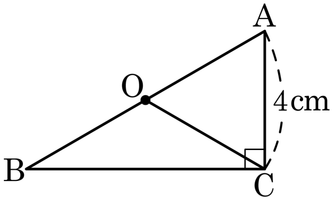
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} = x, \overline{BD} = \overline{BF} = z, \overline{CE} = \overline{CF} = y$ 이므로 $2x + 2y + 2z = 24$ 이다.

$\therefore x + y + z = 12(\text{ cm})$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ 알 수 없다.

해설

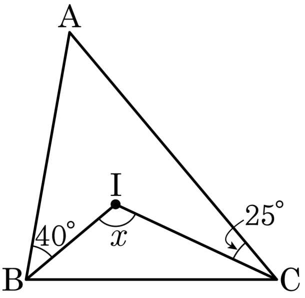
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이고

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$이다.

따라서 $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$

$\therefore\ \angle ABC=30°$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$ 이다.

따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

20. 다음 조건을 만족하는 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 것은 모두 몇 개인가?

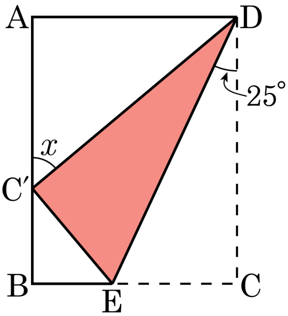
㉠ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 80°$ 인 □ABCD
㉡ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 인 □ABCD
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 □ABCD
㉣ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD

① 없다　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

평행사변형이 되는 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 를 $\angle EDC = 25°$ 가 되고 꼭짓점 C 가 변 AB 위에 있도록 접었다. 이 때,$\angle x$ 의 크기는?

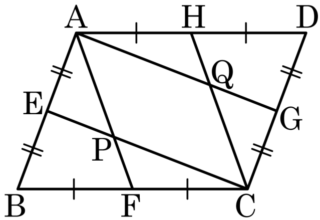


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이고,
$\angle EDC = \angle C'DE = 25°$ 이므로
$\angle ADC' = 90° - (25° \times 2) = 40°$ 이다.
$\angle x = \triangle AC'D$ 에서 $\angle AC'D = 90° - 40° = 50°$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

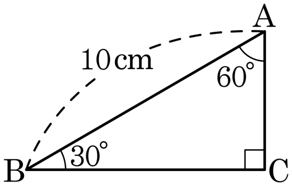
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$이다. (㉠)

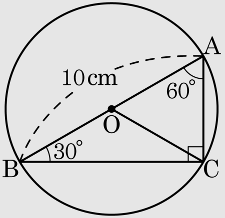
23. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

외심원 O를 그리면



$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = 5\text{cm}$

$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이고,

$\angle A = 60°$이므로

$\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AC} = 5(\text{cm})$